1. 수직선 위의 점 A (-2) , B (-1) , C (5)가 있을 때, 두 점 사이의 거리 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{BC}}$를 구하면?

① $\overline{\mathrm{AB}} = 2$, $\overline{\mathrm{BC}} = 5$

② $\overline{\mathrm{AB}} = 1$, $\overline{\mathrm{BC}} = 5$

③ $\overline{\mathrm{AB}} = 1$, $\overline{\mathrm{BC}} = 6$

④ $\overline{\mathrm{AB}} = 2$, $\overline{\mathrm{BC}} = 6$

⑤ $\overline{\mathrm{AB}} = 2$, $\overline{\mathrm{BC}} = 4$

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = -1 - (-2) = 1$

$\overline{\mathrm{BC}} = 5 - (-1) = 6$

2. 두 점 $(8, 5)$, $(3, \ -7)$ 사이의 거리를 구하면?

① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

해설

$$\sqrt{(3-8)^2+(-7-5)^2} = \sqrt{169} = 13$$

3. 두 점 A $(-1,1)$, B $(1,5)$에서 같은 거리에 있는 y축 위의 점의 좌표는?

① $(3,0)$ ② $(5,0)$ ③ $(0,3)$ ④ $(0,5)$ ⑤ $(0,7)$

해설

y 축 위의 점을 $(0,a)$라 하면

$\therefore 1^2+(a-1)^2=1^2+(a-5)^2$ 정리하면

$a=3$

4. 두 점 $A(-5, -1)$, $B(4, -5)$ 에서 같은 거리에 있는 $y = -x$ 위에 있는 점의 좌표는?

① $\left(\frac{15}{26}, \frac{15}{26}\right)$ ② $\left(\frac{13}{26}, -\frac{13}{26}\right)$ ③ $\left(\frac{13}{26}, -\frac{15}{26}\right)$

④ $\left(\frac{15}{26}, -\frac{13}{26}\right)$ ⑤ $\left(\frac{15}{26}, -\frac{15}{26}\right)$

해설

구하는 점을 $P(a, \; -a)$ 라 하면, $(\because \; y = -x)$

$\overline{PA} = \overline{PB} \Rightarrow \; \overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$

$(a+5)^2 + (-a+1)^2 = (a-4)^2 + (-a+5)^2$

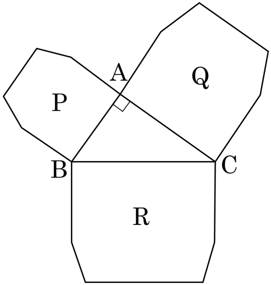
$a^2 + 10a + 25 + a^2 - 2a + 1$

$= a^2 - 8a + 16 + a^2 - 10a + 25$

$\Rightarrow \; 26a = 15 \Rightarrow \; a = \frac{15}{26}$

$\therefore P(a, -a) = \left(\frac{15}{26}, -\frac{15}{26}\right)$

5. 다음 그림과 같이, 직각삼각형 ABC의 각 변을 한 변으로 하는 닮은 도형 P, Q, R가 있다. 도형 P, Q, R의 넓이를 각각 x, y, z라고 할 때, 다음 중 항상 성립하는 것은?



① $xy = z$

② $x + y = z$

③ $x^2 + y^2 = z^2$

④ $x^3 + y^3 = z^3$

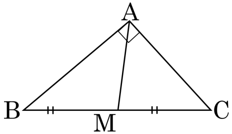
⑤ 위에는 정답이 없다.

해설

도형 P, Q, R가 닮은 도형들이고 그들의 닮음비가 $\overline{AB} : \overline{AC} : \overline{BC}$이므로 도형 P, Q, R의 넓이의 비는 닮음비의 제곱인 $\overline{AB}^2 : \overline{AC}^2 : \overline{BC}^2$이 된다. 그런데 $\triangle ABC$는 직각삼각형이므로 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$

따라서, 도형 P, Q, R의 넓이를 각각 x, y, z라 하면 $x + y = z$

6. 다음은 $\angle A = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$을 증명한 것이다. 다음 그림과 같이 변 BC의 중점을 M이라 하면



$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \boxed{\text{(가)}}\left(\overline{BM}^2 + \boxed{\text{(나)}}^2\right)$$

이 때, $\overline{BM} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이고,

$\boxed{\text{(나)}} = \boxed{\text{(다)}}\overline{BC}$ 이므로

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \boxed{\text{(가)}}\left(\boxed{\text{(라)}}\overline{BC}^2\right)$$
$$= \overline{BC}^2$$

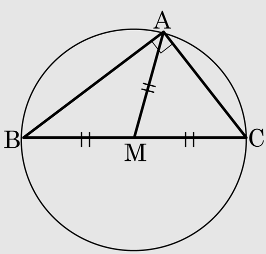
위의 증명에서 (가), (나), (다), (라)에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

① 3 , $2\overline{AM}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$
② 4 , $2\overline{AM}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$
③ 2 , $\overline{AM}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$
④ 2 , $\overline{AM}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$
⑤ $\frac{16}{5}$, $\overline{AM}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{16}$

해설

파푸스의 중선정리에 의해

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \boxed{2}\left(\overline{BM}^2 + \boxed{\overline{AM}}^2\right)$$



이 때, △ABC는 $\angle A = 90°$인 직각삼각형이므로 점 A는 점 M을 중심으로 하고, 변 BC를 지름으로 하는 원 위의 점이다.

$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로 $\boxed{\overline{AM}} = \frac{1}{2}$

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2\left(\frac{\overline{BC}^2}{4} + \frac{\overline{BC}^2}{4}\right)$$
$$= \boxed{2}\left(\boxed{\frac{1}{2}}\overline{BC}^2\right) = \overline{BC}^2$$

7. 두 점 A $(-2,\ 0\ )$, B $(7,\ 0\ )$에서 $\overline{AB}$를 $2:1$로 내분하는 점 P와 외분하는 점 Q의 좌표는?

① $P(4,\ 0),\ Q(16,\ 0)$
② $P(2, 0),\ Q(-16, 0)$
③ $P(4, 0),\ Q(-8, 0)$
④ $P(4, 0),\ Q(4, 0)$
⑤ $P(-4, 0),\ Q(16, 0)$

해설

내분점 P의 좌표는

$$P\left(\frac{-2\times1+7\times2}{2+1}, \frac{0\times1+0\times2}{2+1}\right)$$

$\therefore\ P(4,\ 0)$

외분점 Q의 좌표는

$$Q\left(\frac{2\times1+7\times2}{2-1}, \frac{-0\times1+0\times2}{2-1}\right)$$

$\therefore\ Q(16,\ 0)$

8. 세 점 $A(1,\ -1)$, $B(2,\ 1)$, $C(3,\ 3)$를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$의 무게중심의 좌표는?

① $(1,\ 1)$ ② $(2,\ 1)$ ③ $(3,\ 1)$

④ $(0,\ 1)$ ⑤ $(2,\ 2)$

해설

무게중심 $G\left(\dfrac{1+2+3}{3},\ \dfrac{-1+1+3}{3}\right) = (2,\ 1)$

9. 네 점 $O(0,0), A(-3,0), B(4,0), C(2,5)$에 대하여 삼각형 AOC의 넓이는 삼각형 BOC의 넓이의 몇 배인가?

① $\frac{3}{7}$ ② $\frac{4}{7}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$\triangle AOC$와 $\triangle BOC$의 높이가 같으므로
$\triangle AOC$와 $\triangle BOC$의 넓이의 비는 두 삼각형의 밑변의 비와 같다.
$\overline{AO} : \overline{BO} = 3 : 4$이므로 $\triangle AOC$의 넓이는 $\triangle BOC$의 넓이의 $\frac{3}{4}$배이다.