1. $2 \times 3 \times$ $\square$ 는 어떤 수를 소인수분해한 식이고 이 수는 약수의 개수가 8 개인 가장 작은 수이다. $\square$ 안에 알맞은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$2 \times 3 \times a^n$

$(1+1) \times (1+1) \times (n+1) = 8 \ \therefore \ n = 1$

2, 3 을 제외한 가장 작은 소수는 5 이므로 $5^1 = 5$

2. $\square \times 3^3$ 은 약수의 개수가 8 개인 자연수이다. 다음 중 $\square$ 안에 알맞은 수 중 가장 작은 것을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$8 = (3+1) \times (1+1)$ 이므로

$\square = a$ (a 는 소수),

가장 작은 소수는 2 ,

$\therefore \square = 2$

3. 자연수 $3^4 \times A$ 의 약수의 개수가 10 개일 때, 가장 작은 두 자리 자연수 A 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$10 = 10 \times 1 = 5 \times 2$

(1)$10 = 10 \times 1 = (9+1)$ 일 때,

$3^4 \times A = 3^9 \quad \therefore A = 3^5$

그러나 $3^5 = 243$ 은 두 자리 수가 아니다.

(2)$10 = 5 \times 2 = (4+1) \times (1+1)$ 일 때,

$3^4 \times A = 3^4 \times$ (3이 아닌 소수)

$\therefore A = 2,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13,\ \cdots$

따라서 가장 작은 두 자리 자연수 A 는 11이다.

4. $3^4 \times x$ 는 약수의 개수가 10 개인 자연수이다. 다음 중 x 의 값으로 알맞지 <u>않은</u> 것은?

① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 3^5

해설

약수의 개수는 $3^4 \times x$ 에서
$(4+1)\times(\square+1) = 5\times 2 = 10$ 또는 $(9+1) = 10$ 이 될 수 있다.
즉 x가 될 수 있는 수는 3과 서로소이고 지수가 1인 수 또는 3^5 이다.
그러므로 알맞지 않은 것은 3 이다.

5. 588 을 588 보다 작은 자연수 a 로 나누었더니 약수의 개수가 홀수인 자연수 b 가 되었다. 가능한 b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 249

해설

약수의 개수가 홀수인 수는 제곱수이므로

$\frac{588}{a} = \frac{2^2 \times 3 \times 7^2}{a} = k^2 = b$라 하면,

a 는 3, $2^2 \times 3$, 3×7^2 이 가능하다.

$a = 3$ 일 때, $b = 14^2 = 196$

$a = 2^2 \times 3$ 일 때, $b = 7^2 = 49$

$a = 3 \times 7^2$ 일 때, $b = 2^2 = 4$

588 보다 작다고 했으므로 $a = 2^2 \times 3 \times 7^2$ 일 때는 제외한다.

$\therefore\ 196 + 49 + 4 = 249$

6. 48 에 어떤 수 x 를 곱하여 자연수의 제곱이 되도록 하려 한다. 이러한 x 중 두 번째로 작은 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로
가장 작은 $x = 3$
두 번째로 작은 수는 $2^2 \times 3 = 12$

7. x는 $2^5 \times 7^3$의 약수 중에서 a^2의 형태로 나타낼 수 있는 수일 때, x 값의 개수는? (단, a는 자연수)

① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

$2^5 \times 7^3$의 약수 중 (자연수)^{2}이 되는 수는
$1,\ 2^2,\ (2^2)^2,\ 7^2,\ (2 \times 7)^2,\ (2^2 \times 7)^2$
$\therefore$ 6개이다.

8. 40 에 자연수를 곱하여 어떤 수의 제곱이 되도록 하려고 한다. 제곱이 되도록 하기 위해서 곱하는 수를 작은 순으로 4 개를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 10

▷ 정답: 40

▷ 정답: 90

▷ 정답: 160

해설

$40 = 2^3 \times 5$
$40 \times n = 2^3 \times 5 \times n = x^2$ 에서
$n = 2 \times 5 \times k^2$ 꼴이므로
n 을 작은 순으로 4 개 써 보면
$n = 2 \times 5 \times 1^2 = 10$
$n = 2 \times 5 \times 2^2 = 40$
$n = 2 \times 5 \times 3^2 = 90$
$n = 2 \times 5 \times 4^2 = 160$
$\therefore$ 10, 40, 90, 160

9. 72 에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱을 만들려고 한다. 이때, 곱할 수 있는 가장 작은 두 자리의 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

$72 \times n = 2^3 \times 3^2 \times n = m^2$ 이라 하면
가장 작은 $n = 2$ 이므로
따라서 n 은
$n = 2 \times 1^2 = 2$
$n = 2 \times 2^2 = 8$
$n = 2 \times 3^2 = 18$
$n = 2 \times 4^2 = 32$
그러므로 가장 작은 두 자리의 자연수 n 은 18 이다.

10. $540 \times a = b^2$ 일 때, a 의 값 중 두 번째로 작은 수는? (단, a, b 는 자연수)

① 24 ② 38 ③ 56 ④ 60 ⑤ 72

해설

$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$ 이므로 곱할 수 있는 수는
$3 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.
따라서, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는
$3 \times 5 \times 1^2 = 15$ 이고,
곱할 수 있는 두 번째 작은 자연수는
$3 \times 5 \times 2^2 = 60$ 이다.

11. 882 의 약수의 개수와 $2\times5^x\times7^2$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 x 의 값은 ?

① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

$882=2\times3^2\times7^2$ 의 약수의 개수가 $2\times5^x\times7^2$ 의 약수의 개수와 같으므로

$(1+1)(2+1)(2+1)=(1+1)(x+1)(2+1)=18$

$\therefore\ x=2$

12. 180의 소인수의 개수를 a, 약수의 개수를 b라 할 때 $a+b$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 21

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$이므로
소인수는 2, 3, 5 $\quad \therefore a = 3$(개)
약수의 개수는
$b = (2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18$(개)
$\therefore 3 + 18 = 21$