

1. 두 이차방정식 $x^2 - 4x + 3 = 0$, $2x^2 - 3x - 9 = 0$ 의 공통인 해는?

- ① $-\frac{2}{3}$ ② 1 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$(x - 3)(x - 1) = 0, \quad x = 1, 3$$

$$(2x + 3)(x - 3) = 0, \quad x = -\frac{3}{2}, 3$$

따라서 공통인 해는 3이다.

2. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 4x + a = 0$ 의 한 근이 3 일 때, a 의 값과 다른 한 근의 차를 구하면?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$3^2 - 4 \times 3 + a = 0 \quad \therefore a = 3$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x - 3)(x - 1) = 0$$

따라서 다른 한 근은 1이다.

$$\therefore 3 - 1 = 2$$

3. 이차방정식 $x^2 - x - 6 = 0$ 의 두 근 중 작은 근이 이차방정식 $2x^2 + bx - 2 = 0$ 의 근이라고 할 때, b 의 값은?

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

$x = 3, -2$ 에서 작은 근은 $x = -2$ 이다.

$x = -2$ 를 $2x^2 + bx - 2 = 0$ 에 대입하면 $8 - 2b - 2 = 0$ 이다.

$$\therefore b = 3$$

4. 두 이차방정식 $x^2 - 3x + a = 0$, $x^2 - 5x - b = 0$ 의 공통인 근이 2 일 때, $a - b$ 의 값은?

① 4 ② -6 ③ -8 ④ 8 ⑤ -4

해설

2는 두 이차방정식의 공통인 근이므로 각각의 이차방정식에

$x = 2$ 를 대입하면

$$2^2 - 3 \times 2 + a = 0$$

$$\therefore a = 2$$

$$2^2 - 5 \times 2 - b = 0$$

$$\therefore b = -6 \therefore a - b = 2 - (-6) = 8$$

5. $x^2 + 6x + 9 = 0$ 을 풀면?

- ① $x = -2$ (중근) ② $x = -3$ (중근) ③ $x = 5$ (중근)
④ $x = 1$ (중근) ⑤ $x = 3$ (중근)

해설

$$(x + 3)^2 = 0$$
$$\therefore x = -3$$
(중근)

6. 이차방정식 $2(x - 1)^2 = 6$ 의 두 근의 합은?

- ① -10 ② $-2\sqrt{3}$ ③ -2
④ 2 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}2(x - 1)^2 - 6 &= 0 \\(x - 1)^2 &= 3 \\x &= 1 \pm \sqrt{3} \\∴ (1 + \sqrt{3}) + (1 - \sqrt{3}) &= 2\end{aligned}$$

7. 이차방정식 $3x^2 + 6x - 5 = 0$ 을 $(x + p)^2 = q$ 의 꼴로 나타낼 때,
 $p + 3q$ 의 값은?

- ① 10 ② 9 ③ 8 ④ 7 ⑤ 6

해설

양변을 3으로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + 2x = \frac{5}{3}, \text{ 양변에 } \left(2 \times \frac{1}{2}\right)^2 = 1 \text{ 을 더하면}$$

$$x^2 + 2x + 1 = \frac{5}{3} + 1$$

$$(x + 1)^2 = \frac{8}{3}$$

$$\therefore p = 1, q = \frac{8}{3}$$

$$\therefore p + 3q = 1 + 3 \times \frac{8}{3} = 9$$

8. 다음 보기는 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $x^2 + 6x + 3 = 0$ 을 푸는 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

[보기]

$$\begin{aligned}x^2 + 6x &= (\text{가}) \\x^2 + 6x + (\text{나}) &= (\text{가}) + (\text{나}) \\(x + (\text{다}))^2 &= (\text{라}) \\x + (\text{다}) &= \pm \sqrt{(\text{라})} \\∴ x &= (\text{마})\end{aligned}$$

- ① (가): -3 ② (나): 9 ③ (다): 3
④ (라): 6 ⑤ (마): $\pm \sqrt{6}$

[해설]

$$\begin{aligned}x^2 + 6x &= -3 \\좌변을 완전제곱식이 되게 하는 9를 양변에 더하면 \\x^2 + 6x + 9 &= -3 + 9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(x + 3)^2 &= 6 \\x + 3 &= \pm \sqrt{6} \\∴ x &= -3 \pm \sqrt{6}\end{aligned}$$

따라서 ⑤의 연결이 옳지 않다.

9. 다음 중 x 에 관한 이차방정식인 것은?

① $2x^2 + 1 = (2x - 1)(x + 3)$

② $(x - 1)(x + 1) = (x + 1)^2$

③ $-3(x^2 + x) = 2x - 3x^2 + 1$

④ $x^2 + 1 = (x - 1)(2 - x)$

⑤ $x(x^2 - 5) = (x + 1)(x + 2)$

해설

① 정리하면 $5x - 4 = 0$: 일차방정식

② 정리하면 $x + 1 = 0$: 일차방정식

③ 정리하면 $5x + 1 = 0$: 일차방정식

④ 정리하면 $2x^2 - 3x + 3 = 0$: 이차방정식

⑤ 정리하면 $x^3 - x^2 - 8x - 2 = 0$: 삼차방정식

10. 다음 조건을 만족하는 x 의 값의 범위가 $\{x | -3 < x < 6\}$ 이고, x 는 자연수일 때, $ab + mn$ 의 값을 구하여라.

(가) $x^2 + x - 2 = 0$ 의 해를 a, b 라고 한다.

(나) $x^2 - 9x + 20 = 0$ 의 해를 m, n 이라고 한다.

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

$x \in -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ 를 대입하여 성립하는 것을 찾는다.

$x^2 + x - 2 = 0$ 에 대입하여 성립하는 것은 $-2, 1$ 이므로 $ab = -2$

이다. $x^2 - 9x + 20 = 0$ 에 대입하여 성립하는 것은 $4, 5$ 이므로

$mn = 20$ 이다.

따라서 $ab + mn = -2 + 20 = 18$ 이다.

11. 이차방정식 $ax^2 - (a+3)x + 3a = 0$ 의 한 근이 $x = -2$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{2}{3}$

해설

이차방정식 $ax^2 - (a+3)x + 3a = 0$ 에 $x = -2$ 를 대입하면,

$$4a + 2a + 6 + 3a = 0, 9a + 6 = 0$$

$$\therefore a = -\frac{2}{3}$$

12. 두 이차방정식 $x^2 - 2x + a = 0$, $x^2 + bx - 6 = 0$ 의 공통근이 $x = -2$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$x^2 - 2x + a = 4 + 4 + a = 0 \quad \therefore a = -8$$

$$x^2 + bx - 6 = 4 - 2b - 6 = 0 \quad \therefore b = -1$$

$$\therefore ab = (-8) \times (-1) = 8$$

13. 이차방정식 $x^2+5x+1=0$ 의 한 근이 a 일 때, $a+\frac{1}{a}$ 의 값을 구하면?

- ① -5 ② -8 ③ 1 ④ 8 ⑤ 5

해설

$x = a$ 를 주어진 식에 대입하면 $a^2+5a+1=0$ 에서 $a+5+\frac{1}{a}=0$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = -5$$

14. 이차방정식 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 의 한 근을 k 라고 할 때, $ak^2 + bk + 1$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$ax^2 + bx + 3 = 0 \text{ } \diamond \text{ } x = k \text{ 를 대입하면}$$

$$ak^2 + bk + 3 = 0, ak^2 + bk = -3$$

$$\therefore ak^2 + bk + 1 = (-3) + 1 = -2$$

15. $x^2 - \sqrt{7}x + 1 = 0$ 의 한 근을 α 라 할 때, $\alpha - \frac{1}{\alpha}$ 의 값은?

- ① ± 1 ② 0 ③ $\pm \sqrt{3}$ ④ $\pm \sqrt{2}$ ⑤ $\pm \sqrt{7}$

해설

α 가 주어진 방정식의 근이므로

$x = \alpha$ 를 대입하면 $\alpha^2 - \sqrt{7}\alpha + 1 = 0$

양변을 α 로 나누면 $\alpha + \frac{1}{\alpha} = \sqrt{7}$

$$\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2 = \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2 - 4$$

$$\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2 = 7 - 4 = 3$$

$$\therefore \alpha - \frac{1}{\alpha} = \pm \sqrt{3}$$

16. 다음에서 $AB \neq 0$ 과 같은 뜻을 갖는 것은?

- ① $A \neq 0$ 또는 $B \neq 0$ ② $A \neq 0$ 또는 $B = 0$
③ $A = 0$ 또는 $B \neq 0$ ④ $A \neq 0$ 이고 $B \neq 0$
⑤ $A \neq 0$ 이고 $B = 0$

해설

$AB \neq 0$ 이려면 A, B 모두 0이 아니어야 한다.

17. 다음 중에서 해가 $x = 2$ 또는 $x = -3$ 인 이차방정식은?

- Ⓐ $(x - 2)(x + 3) = 0$ Ⓑ $(x + 2)(x - 3) = 0$
Ⓒ $(2x - 1)(3x + 1) = 0$ Ⓒ $(2x + 1)(3x - 1) = 0$
Ⓓ $(x - 2)(3x - 1) = 0$

해설

- Ⓐ $x = -2$ 또는 $x = 3$
Ⓑ $x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = -\frac{1}{3}$
Ⓒ $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{1}{3}$
Ⓓ $x = 2$ 또는 $x = \frac{1}{3}$

18. 이차방정식 $2x^2 + 7x + a = 0$ 의 한 근이 $x = -1$ 일 때, 다른 한 근은?

- Ⓐ $x = -\frac{5}{2}$ Ⓑ $x = -\frac{3}{2}$ Ⓒ $x = -\frac{1}{2}$
Ⓑ $x = -\frac{3}{2}$ Ⓓ $x = \frac{5}{2}$

해설

$2x^2 + 7x + a = 0$ 의 한 근이 -1 이므로

$x = -1$ 을 대입하면

$$2 - 7 + a = 0, a = 5$$

$$2x^2 + 7x + 5 = 0$$

$$(2x + 5)(x + 1) = 0$$

따라서 $x = -\frac{5}{2}$ 또는 $x = -1$ 이다.

19. 이차방정식 $x^2 + 3ax - 4a = 0$ 의 한 근이 4 일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$x^2 + 3ax - 4a = 0 \text{ 의 한 근이 } 4 \text{ 이므로}$$

$$16 + 12a - 4a = 0$$

$$8a = -16,$$

$$a = -2$$

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$(x - 4)(x - 2) = 0$$

따라서 $x = 4$ 또는 $x = 2$ 이다.

20. 두 이차방정식 $2x^2 + x + a = 0$, $4x^2 + bx - 18 = 0$ 의 공통인 근이 3일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -27

해설

$$x = 3 \text{ 을 대입하면}$$
$$2 \times 3^2 + 3 + a = 0 \quad \therefore a = -21$$

$$4 \times 3^2 + 3b - 18 = 0 \quad \therefore b = -6$$

$$\therefore a + b = -21 - 6 = -27$$

21. 이차방정식 $x^2 - 8x + m + 6 = 0$ 의 중근을 가질 때, 두 이차방정식 $(m-6)x^2 - 6x - 10 = 0$, $x^2 - (m-5)x - 6 = 0$ 의 공통으로 가지는 근을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x = -1$

해설

$x^2 - 8x + m + 6 = 0$ 의 중근을 가지므로

$$m + 6 = \left(\frac{-8}{2}\right)^2 = 16$$

$$\therefore m = 10$$

$4x^2 - 6x - 10 = 0$ 에서 $2(2x-5)(x+1) = 0$ 이므로

$$x = \frac{5}{2} \text{ 또는 } x = -1$$

$x^2 - 5x - 6 = 0$ 에서 $(x+1)(x-6) = 0$ 이므로

$$x = -1 \text{ 또는 } x = 6$$

따라서 공통으로 가지는 근은 $x = -1$ 이다.

22. 이차방정식 $x^2 - 2kx - 3k^2 + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때, 다음 중 k 의 값과 중근 a 의 값이 옳게 짹지어진 것을 모두 고르면?

보기

Ⓐ $k = -1$

Ⓑ $k = 0$

Ⓒ $k = 1$

Ⓓ $a = -1$

Ⓔ $a = 0$

Ⓕ $a = 1$

- ① Ⓐ, Ⓑ Ⓒ, Ⓓ, Ⓔ ③ Ⓑ, Ⓒ Ⓓ, Ⓔ ④ Ⓐ, Ⓑ, Ⓒ ⑤ Ⓒ, Ⓓ

해설

중근을 가지려면, $x^2 - 2kx - 3k^2 + 4 = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\left(-2k \times \frac{1}{2}\right)^2 = -3k^2 + 4$$

$$k^2 = -3k^2 + 4, 4k^2 = 4, k^2 = 1$$

$$\therefore k = \pm 1$$

$$k = \pm 1$$
 을 주어진 방정식에 대입하면 $x^2 \pm 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x \pm 1)^2 =$

$$0$$

$$\therefore x = \pm 1$$

$$\therefore k = 1$$
 일 때, 중근 $a = 1$ 또는 $k = -1$ 일 때, 중근 $a = -1$

23. 이차방정식 $(x - 3)(2x - 5) = 5x - 4$ 를 $(x - p)^2 = k$ 의 꼴로 나타낼 때, $k - p$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{5}{2}$

해설

$$(x - 3)(2x - 5) = 5x - 4$$

$$2x^2 - 11x + 15 - 5x + 4 = 0$$

$$2x^2 - 16x + 19 = 0$$

$$2(x^2 - 8x + 16) = -19 + 32$$

$$2(x - 4)^2 = 13$$

$$(x - 4)^2 = \frac{13}{2}$$

$$\therefore k = \frac{13}{2}, p = 4$$

$$\therefore k - p = \frac{13}{2} - 4 = \frac{5}{2}$$

24. 이차방정식 $3x^2 - 6x - 2 = 0$ 을 $(x-a)^2 = b$ 의 꼴로 나타낼 때, $2a+3b$ 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$3x^2 - 6x - 2 = 0$$

$$3x^2 - 6x = 2$$

$$x^2 - 2x = \frac{2}{3}$$

$$x^2 - 2x + 1 = \frac{5}{3}$$

$$(x-1)^2 = \frac{5}{3}$$

$$a = 1, b = \frac{5}{3}$$

$$\therefore 2a + 3b = 2 \times 1 + 3 \times \frac{5}{3} = 2 + 5 = 7$$

- ⑦ $q = 0$ 이면 중근이다.
 - ㉡ $q < 0$ 이면 실수 범위 내에서 근은 없다.
 - ㉢ $p = 0, q > 0$ 이면 두 근의 합은 항상 0 이다.
 - ㉣ $q > 0$ 이면 두 근의 절댓값은 같고 부호가 서로

④ Ⓢ, Ⓣ, Ⓤ Ⓟ

해설

㉡ $q < 0$ 이면 근호 안이 음이 되어 실수가 아닙니다.

② $p = 0, q > 0$ 이면 $x = \pm\sqrt{q}$ 이므로 두 근은 같은 부호를 띠며 따라서 참이다.

③ $q > 0$ 이면 $x = p \pm \sqrt{q}$, 두 근의 절댓값이 같거나 크기 때문이다.