

1. 두 이차방정식 $x^2 - 4x + 3 = 0$, $2x^2 - 3x - 9 = 0$ 의 공통인 해는?

① $-\frac{2}{3}$

② 1

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$(x - 3)(x - 1) = 0, x = 1, 3$$

$$(2x + 3)(x - 3) = 0, x = -\frac{3}{2}, 3$$

따라서 공통인 해는 3이다.

2. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 4x + a = 0$ 의 한 근이 3일 때, a 의 값과 다른 한 근의 차를 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$3^2 - 4 \times 3 + a = 0 \quad \therefore a = 3$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x - 3)(x - 1) = 0$$

따라서 다른 한 근은 1이다.

$$\therefore 3 - 1 = 2$$

3. 이차방정식 $x^2 - x - 6 = 0$ 의 두 근 중 작은 근이 이차방정식 $2x^2 + bx - 2 = 0$ 의 근이라고 할 때, b 의 값은?

① -3

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

$x = 3, -2$ 에서 작은 근은 $x = -2$ 이다.

$x = -2$ 를 $2x^2 + bx - 2 = 0$ 에 대입하면 $8 - 2b - 2 = 0$ 이다.

$$\therefore b = 3$$

4. 두 이차방정식 $x^2 - 3x + a = 0$, $x^2 - 5x - b = 0$ 의 공통인 근이 2일 때, $a - b$ 의 값은?

① 4

② -6

③ -8

④ 8

⑤ -4

해설

2는 두 이차방정식의 공통인 근이므로 각각의 이차방정식에 $x = 2$ 를 대입하면

$$2^2 - 3 \times 2 + a = 0$$

$$\therefore a = 2$$

$$2^2 - 5 \times 2 - b = 0$$

$$\therefore b = -6 \therefore a - b = 2 - (-6) = 8$$

5. $x^2 + 6x + 9 = 0$ 을 풀면?

① $x = -2$ (중근)

② $x = -3$ (중근)

③ $x = 5$ (중근)

④ $x = 1$ (중근)

⑤ $x = 3$ (중근)

해설

$$(x + 3)^2 = 0$$

$$\therefore x = -3(\text{중근})$$

6. 이차방정식 $2(x-1)^2 = 6$ 의 두 근의 합은?

① -10

② $-2\sqrt{3}$

③ -2

④ 2

⑤ 4

해설

$$2(x-1)^2 - 6 = 0$$

$$(x-1)^2 = 3$$

$$x = 1 \pm \sqrt{3}$$

$$\therefore (1 + \sqrt{3}) + (1 - \sqrt{3}) = 2$$

7. 이차방정식 $3x^2 + 6x - 5 = 0$ 을 $(x + p)^2 = q$ 의 꼴로 나타낼 때, $p + 3q$ 의 값은?

① 10

② 9

③ 8

④ 7

⑤ 6

해설

양변을 3 으로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + 2x = \frac{5}{3}, \text{ 양변에 } \left(2 \times \frac{1}{2}\right)^2 = 1 \text{ 을 더하면}$$

$$x^2 + 2x + 1 = \frac{5}{3} + 1$$

$$(x + 1)^2 = \frac{8}{3}$$

$$\therefore p = 1, q = \frac{8}{3}$$

$$\therefore p + 3q = 1 + 3 \times \frac{8}{3} = 9$$

8. 다음 보기는 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $x^2 + 6x + 3 = 0$ 을 푸는 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

보기

$$x^2 + 6x = (\text{가})$$

$$x^2 + 6x + (\text{나}) = (\text{가}) + (\text{나})$$

$$(x + (\text{다}))^2 = (\text{라})$$

$$x + (\text{다}) = \pm \sqrt{(\text{라})}$$

$$\therefore x = (\text{마})$$

① (가): -3

② (나): 9

③ (다): 3

④ (라): 6

⑤ (마): $\pm \sqrt{6}$

해설

$$x^2 + 6x = -3$$

좌변을 완전제곱식이 되게 하는 9 를 양변에 더하면

$$x^2 + 6x + 9 = -3 + 9$$

$$(x + 3)^2 = 6$$

$$x + 3 = \pm \sqrt{6}$$

$$\therefore x = -3 \pm \sqrt{6}$$

따라서 ⑤의 연결이 옳지 않다.

9. 다음 중 x 에 관한 이차방정식인 것은?

① $2x^2 + 1 = (2x - 1)(x + 3)$

② $(x - 1)(x + 1) = (x + 1)^2$

③ $-3(x^2 + x) = 2x - 3x^2 + 1$

④ $x^2 + 1 = (x - 1)(2 - x)$

⑤ $x(x^2 - 5) = (x + 1)(x + 2)$

해설

① 정리하면 $5x - 4 = 0$: 일차방정식

② 정리하면 $x + 1 = 0$: 일차방정식

③ 정리하면 $5x + 1 = 0$: 일차방정식

④ 정리하면 $2x^2 - 3x + 3 = 0$: 이차방정식

⑤ 정리하면 $x^3 - x^2 - 8x - 2 = 0$: 삼차방정식

10. 다음 조건을 만족하는 x 의 값의 범위가 $\{x \mid -3 < x < 6\}$ 이고, x 는 자연수일 때, $ab + mn$ 의 값을 구하여라.

(가) $x^2 + x - 2 = 0$ 의 해를 a, b 라고 한다.

(나) $x^2 - 9x + 20 = 0$ 의 해를 m, n 이라고 한다.

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

x 에 $-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ 를 대입하여 성립하는 것을 찾는다.

$x^2 + x - 2 = 0$ 에 대입하여 성립하는 것은 $-2, 1$ 이므로 $ab = -2$ 이다. $x^2 - 9x + 20 = 0$ 에 대입하여 성립하는 것은 $4, 5$ 이므로 $mn = 20$ 이다.

따라서 $ab + mn = -2 + 20 = 18$ 이다.

11. 이차방정식 $ax^2 - (a + 3)x + 3a = 0$ 의 한 근이 $x = -2$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{2}{3}$

해설

이차방정식 $ax^2 - (a + 3)x + 3a = 0$ 에 $x = -2$ 를 대입하면,
 $4a + 2a + 6 + 3a = 0, 9a + 6 = 0$

$$\therefore a = -\frac{2}{3}$$

12. 두 이차방정식 $x^2 - 2x + a = 0$, $x^2 + bx - 6 = 0$ 의 공통근이 $x = -2$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$x^2 - 2x + a = 4 + 4 + a = 0 \quad \therefore a = -8$$

$$x^2 + bx - 6 = 4 - 2b - 6 = 0 \quad \therefore b = -1$$

$$\therefore ab = (-8) \times (-1) = 8$$

13. 이차방정식 $x^2 + 5x + 1 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, $a + \frac{1}{a}$ 의 값을 구하면?

① -5

② -8

③ 1

④ 8

⑤ 5

해설

$x = a$ 를 주어진 식에 대입하면 $a^2 + 5a + 1 = 0$ 에서 $a + 5 + \frac{1}{a} = 0$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = -5$$

14. 이차방정식 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 의 한 근을 k 라고 할 때, $ak^2 + bk + 1$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$ax^2 + bx + 3 = 0$ 에 $x = k$ 를 대입하면

$ak^2 + bk + 3 = 0$, $ak^2 + bk = -3$

$\therefore ak^2 + bk + 1 = (-3) + 1 = -2$

15. $x^2 - \sqrt{7}x + 1 = 0$ 의 한 근을 α 라 할 때, $\alpha - \frac{1}{\alpha}$ 의 값은?

① ± 1

② 0

③ $\pm \sqrt{3}$

④ $\pm \sqrt{2}$

⑤ $\pm \sqrt{7}$

해설

α 가 주어진 방정식의 근이므로

$$x = \alpha \text{ 를 대입하면 } \alpha^2 - \sqrt{7}\alpha + 1 = 0$$

$$\text{양변을 } \alpha \text{ 로 나누면 } \alpha + \frac{1}{\alpha} = \sqrt{7}$$

$$\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2 = \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2 - 4$$

$$\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2 = 7 - 4 = 3$$

$$\therefore \alpha - \frac{1}{\alpha} = \pm \sqrt{3}$$

16. 다음에서 $AB \neq 0$ 과 같은 뜻을 갖는 것은?

① $A \neq 0$ 또는 $B \neq 0$

② $A \neq 0$ 또는 $B = 0$

③ $A = 0$ 또는 $B \neq 0$

④ $A \neq 0$ 이고 $B \neq 0$

⑤ $A \neq 0$ 이고 $B = 0$

해설

$AB \neq 0$ 이려면 A, B 모두 0이 아니어야 한다.

17. 다음 중에서 해가 $x = 2$ 또는 $x = -3$ 인 이차방정식은?

① $(x - 2)(x + 3) = 0$

② $(x + 2)(x - 3) = 0$

③ $(2x - 1)(3x + 1) = 0$

④ $(2x + 1)(3x - 1) = 0$

⑤ $(x - 2)(3x - 1) = 0$

해설

② $x = -2$ 또는 $x = 3$

③ $x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = -\frac{1}{3}$

④ $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{1}{3}$

⑤ $x = 2$ 또는 $x = \frac{1}{3}$

18. 이차방정식 $2x^2 + 7x + a = 0$ 의 한 근이 $x = -1$ 일 때, 다른 한 근은?

① $x = -\frac{5}{2}$

② $x = -\frac{3}{2}$

③ $x = -\frac{1}{2}$

④ $x = -\frac{3}{2}$

⑤ $x = \frac{5}{2}$

해설

$2x^2 + 7x + a = 0$ 의 한 근이 -1 이므로

$x = -1$ 을 대입하면

$$2 - 7 + a = 0, a = 5$$

$$2x^2 + 7x + 5 = 0$$

$$(2x + 5)(x + 1) = 0$$

따라서 $x = -\frac{5}{2}$ 또는 $x = -1$ 이다.

19. 이차방정식 $x^2 + 3ax - 4a = 0$ 의 한 근이 4 일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x^2 + 3ax - 4a = 0$ 의 한 근이 4 이므로

$$16 + 12a - 4a = 0$$

$$8a = -16,$$

$$a = -2$$

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$(x - 4)(x - 2) = 0$$

따라서 $x = 4$ 또는 $x = 2$ 이다.

20. 두 이차방정식 $2x^2 + x + a = 0$, $4x^2 + bx - 18 = 0$ 의 공통인 근이 3일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -27

해설

$x = 3$ 을 대입하면

$$2 \times 3^2 + 3 + a = 0 \quad \therefore a = -21$$

$$4 \times 3^2 + 3b - 18 = 0 \quad \therefore b = -6$$

$$\therefore a + b = -21 - 6 = -27$$

21. 이차방정식 $x^2 - 8x + m + 6 = 0$ 이 중근을 가질 때, 두 이차방정식 $(m - 6)x^2 - 6x - 10 = 0$, $x^2 - (m - 5)x - 6 = 0$ 이 공통으로 가지는 근을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x = -1$

해설

$x^2 - 8x + m + 6 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$m + 6 = \left(\frac{-8}{2}\right)^2 = 16$$

$$\therefore m = 10$$

$4x^2 - 6x - 10 = 0$ 에서 $2(2x - 5)(x + 1) = 0$ 이므로

$$x = \frac{5}{2} \text{ 또는 } x = -1$$

$x^2 - 5x - 6 = 0$ 에서 $(x + 1)(x - 6) = 0$ 이므로

$$x = -1 \text{ 또는 } x = 6$$

따라서 공통으로 가지는 근은 $x = -1$ 이다.

22. 이차방정식 $x^2 - 2kx - 3k^2 + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때, 다음 중 k 의 값과 중근 a 의 값이 옳게 짝지어진 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $k = -1$

㉡ $k = 0$

㉢ $k = 1$

㉤ $a = -1$

㉥ $a = 0$

㉦ $a = 1$

① ㉠, ㉤

② ㉢, ㉦

③ ㉡, ㉥

④ ㉠, ㉤

⑤ ㉢, ㉥

해설

중근을 가지려면, $x^2 - 2kx - 3k^2 + 4 = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\left(-2k \times \frac{1}{2}\right)^2 = -3k^2 + 4$$

$$k^2 = -3k^2 + 4, 4k^2 = 4, k^2 = 1$$

$$\therefore k = \pm 1$$

$$k = \pm 1 \text{ 을 주어진 방정식에 대입하면 } x^2 \pm 2x + 1 = 0 \leftrightarrow (x \pm 1)^2 = 0$$

$$\therefore x = \pm 1$$

$$\therefore k = 1 \text{ 일 때, 중근 } a = 1 \text{ 또는 } k = -1 \text{ 일 때, 중근 } a = -1$$

23. 이차방정식 $(x-3)(2x-5) = 5x-4$ 를 $(x-p)^2 = k$ 의 꼴로 나타낼 때, $k-p$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

$$(x-3)(2x-5) = 5x-4$$

$$2x^2 - 11x + 15 - 5x + 4 = 0$$

$$2x^2 - 16x + 19 = 0$$

$$2(x^2 - 8x + 16) = -19 + 32$$

$$2(x-4)^2 = 13$$

$$(x-4)^2 = \frac{13}{2}$$

$$\therefore k = \frac{13}{2}, p = 4$$

$$\therefore k-p = \frac{13}{2} - 4 = \frac{5}{2}$$

24. 이차방정식 $3x^2 - 6x - 2 = 0$ 을 $(x-a)^2 = b$ 의 꼴로 나타낼 때, $2a + 3b$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$3x^2 - 6x - 2 = 0$$

$$3x^2 - 6x = 2$$

$$x^2 - 2x = \frac{2}{3}$$

$$x^2 - 2x + 1 = \frac{5}{3}$$

$$(x-1)^2 = \frac{5}{3}$$

$$a = 1, b = \frac{5}{3}$$

$$\therefore 2a + 3b = 2 \times 1 + 3 \times \frac{5}{3} = 2 + 5 = 7$$

25. x 에 대한 이차방정식 $(x - p)^2 = q$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ $q = 0$ 이면 중근이다.

㉡ $q < 0$ 이면 실수 범위 내에서 근은 없다.

㉢ $p = 0, q > 0$ 이면 두 근의 합은 항상 0 이다.

㉤ $q > 0$ 이면 두 근의 절댓값은 같고 부호가 서로 반대이다.

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉠, ㉡, ㉤

③ ㉠, ㉢, ㉤

④ ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

해설

$(x - p)^2 = q$, $x - p = \pm \sqrt{q}$ 이므로 $x = p \pm \sqrt{q}$

㉠ $q = 0$ 이면 $x = p$ (중근)이므로 참이다.

㉡ $q < 0$ 이면 근호 안이 음이 되어 실수가 아니므로 참이다.

㉢ $p = 0, q > 0$ 이면 $x = \pm \sqrt{q}$ 이므로 두 근의 합은 항상 0 이다.
따라서 참이다.

㉤ $q > 0$ 이면 $x = p \pm \sqrt{q}$, 두 근의 절댓값이 같지 않다. 따라서 거짓이다.