

1. 다음 중 이차방정식이 아닌 것은?

① $2x^2 + 3x - 4 = 0$

② $4x^2 - 2x + 1 = x^2 - 5$

③ $3x^2 - x + 2 = 2x^2 - 7x$

④ $\frac{1}{5}x^2 - 3 = 5$

⑤ $2x^2 - 1 = (x - 1)(2x + 3)$

해설

이차방정식은 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 의 꼴이므로

⑤ $2x^2 - 1 = 2x^2 + x - 3$, $x - 2 = 0$: 일차방정식

2. 두 이차방정식 $x^2 + 9x + a = 0$, $x^2 + bx + 10 = 0$ 의 공통인 근이 -2 일 때, $\frac{a}{b}$ 를 구하면?

① 1 ② -2 ③ 2 ④ -3 ⑤ 3

해설

두 이차방정식의 공통인 근이 -2 이므로 각각의 방정식에 $x = -2$ 를 대입하면

$$4 - 18 + a = 0, 4 - 2b + 10 = 0$$

$$\therefore a = 14, b = 7$$

$$\therefore \frac{a}{b} = 2$$

3. $x^2 + 6x + 9 = 0$ 을 풀면?

① $x = -2$ (증근)

② $x = -3$ (증근)

③ $x = 5$ (증근)

④ $x = 1$ (증근)

⑤ $x = 3$ (증근)

해설

$$(x+3)^2 = 0$$

$$\therefore x = -3(\text{증근})$$

4. 이차방정식 $2(x-4)^2 = 50$ 을 풀면?

① $x = 1$ 또는 $x = -9$

② $x = -1$ 또는 $x = -9$

③ $x = 1$ 또는 $x = 9$

④ $x = -1$ 또는 $x = 9$

⑤ $x = 4 \pm \sqrt{5}$

해설

$$2(x-4)^2 = 50 \leftrightarrow (x-4)^2 = 25$$

$$x-4 = \pm 5$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 9$$

5. 이차방정식 $\frac{4}{3}x^2 = 4x - 1$ 의 해가 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, $A + B$ 의 값은?

① -12

② -9

③ 3

④ 9

⑤ 12

해설

$$\frac{4}{3}x^2 = 4x - 1$$

$$4x^2 - 12x = -3$$

$$(2x - 3)^2 = -3 + 9$$

$$(2x - 3)^2 = 6$$

$$2x - 3 = \pm \sqrt{6}$$

$$2x = 3 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{6}}{2}$$

$$A = 3, B = 6$$

$$\therefore A + B = 9$$

6. 이차방정식 $3x^2 - 6x - 2 = 0$ 의 양의 근을 고르면?

- ① $x = \frac{3 \pm \sqrt{15}}{3}$ ② $x = \frac{3 + \sqrt{15}}{3}$ ③ $x = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$
④ $x = \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$ ⑤ $x = \frac{3 - \sqrt{3}}{3}$

해설

근의 공식 (깍수 공식) 으로 풀면

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 3 \times (-2)}}{3} = \frac{3 \pm \sqrt{15}}{3}$$

$$\therefore 3 < \sqrt{15} \text{ 이므로 양의 해는 } \frac{3 + \sqrt{15}}{3}$$

7. 다음 이차방정식의 두 근의 곱을 구하면?

$$0.3x^2 + 0.2x = 0.5$$

- ① -3 ② $-\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{7}{8}$ ④ 2 ⑤ 5

해설

$$3x^2 + 2x = 5$$

$$3x^2 + 2x - 5 = 0$$

$$3(x-1)\left(x+\frac{5}{3}\right) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } -\frac{5}{3}$$

따라서 두 근의 곱은 $-\frac{5}{3}$ 이다.

8. 다음 이차방정식 중 해가 없는 것은?

① $x^2 - 6x - 2 = 0$

② $x^2 - 3x - 4 = 0$

③ $2x^2 - 2x + 2 = 0$

④ $2x^2 - 4x + 2 = 0$

⑤ $x^2 - x - 12 = 0$

해설

③ $D = (-2)^2 - 4 \times 2 \times 2 < 0$: 해가 없다.

9. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $x = 2$ 또는 $x = -3$ 일 때, $3a + b$ 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

두 근을 α, β 라고 하자.

$$\alpha + \beta = 2 - 3 = -a, a = 1$$

$$\alpha\beta = 2 \times (-3) = -6 = b, b = -6$$

$$\therefore 3a + b = 3 - 6 = -3$$

10. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근의 합이 $x^2 - 4x + k = 0$ 의 한 근일 때, 상수 k 의 값은?

① -12

② -4

③ 2

④ 4

⑤ 12

해설

$x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근의 합은 2

이므로 $x = 2$ 를 $x^2 - 4x + k = 0$

에 대입하면 $k = 4$ 이다.

11. 이차방정식 $x^2 - 2x + a = 0$ 의 한 근이 $1 - \sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

한 근이 $1 - \sqrt{3}$ 이므로 다른 한 근은 $1 + \sqrt{3}$
두 근의 곱은 a 이므로
 $\therefore a = (1 - \sqrt{3}) \times (1 + \sqrt{3}) = -2$

12. 이차방정식 $x^2 - 3mx - m + 1 = 0$ 의 두 근의 비가 1 : 2 일 때, 상수 m 의 값은?

① $\frac{1}{2}$

② $-\frac{1}{2}, 1$

③ $-1, -\frac{1}{2}$

④ $-1, \frac{1}{2}$

⑤ $\frac{1}{2}, 2$

해설

두 근을 $\alpha, 2\alpha$ 로 놓으면

$$\alpha + 2\alpha = 3m, \alpha = m$$

$$\alpha \times 2\alpha = -m + 1$$

$$2\alpha^2 = -m + 1$$

$$2m^2 + m - 1 = 0$$

$$(2m - 1)(m + 1) = 0$$

$$\therefore m = \frac{1}{2} \text{ 또는 } m = -1$$

13. 차가 5이고 곱이 104인 두 자연수 A , B 가 있을 때, $A^2 - B^2$ 의 값은?
(단, $A > B$)

① 95 ② 100 ③ 105 ④ 110 ⑤ 115

해설

두 자연수를 x , $x - 5$ 라 하면

$$x(x - 5) = 104$$

$$x^2 - 5x - 104 = 0$$

$$x = 13 (\because x > 5)$$

따라서 두 수는 $A = 13$, $B = 8$ 이다.

따라서 두 수의 제곱의 차는 $169 - 64 = 105$ 이다.

14. 가로, 세로의 길이의 비가 3 : 2 이고 넓이가 150cm^2 인 직사각형이 있다. 이 때, 가로의 길이는?

① 15cm ② 18cm ③ 12cm ④ 10cm ⑤ 16cm

해설

가로의 길이를 $3x\text{cm}$, 세로의 길이를 $2x\text{cm}$ 라고 하면,

$$3x \times 2x = 150$$

$$6x^2 = 150$$

$$\therefore x = 5 (\because x > 0)$$

$$\therefore 3x = 15$$

15. 한 변의 길이가 x 인 정사각형의 가로를 2 만큼 늘이고, 세로를 2 만큼 줄인 사각형의 넓이가 5가 되었다. 이 때, 처음 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$(x+2)(x-2) = 5$$

$$x^2 = 9$$

$$\therefore x = 3$$

16. 이차방정식 $x^2 - (a + 2)x + 3a + 2 = 0$ 의 한 근이 $x = 2$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

이차방정식 $x^2 - (a + 2)x + 3a + 2 = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면,
 $2^2 - (a + 2) \times 2 + 3a + 2 = 0$
 $4 - 2a - 4 + 3a + 2 = 0$
 $\therefore a = -2$

17. 이차방정식 $x^2+5x+1=0$ 의 한 근이 a 일 때, $a+\frac{1}{a}$ 의 값을 구하면?

- ① -5 ② -8 ③ 1 ④ 8 ⑤ 5

해설

$x=a$ 를 주어진 식에 대입하면 $a^2+5a+1=0$ 에서 $a+5+\frac{1}{a}=0$

$\therefore a+\frac{1}{a}=-5$

18. 다음 중 해가 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = 2$ 인 이차방정식을 고르면?

① $(2x + 1)(x + 2) = 0$

② $(2x - 1)(x + 2) = 0$

③ $-(2x - 1)(x - 2) = 0$

④ $-\frac{1}{2}x(x - 2) = 0$

⑤ $2(2x + 1)(x - 2) = 0$

해설

해가 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = 2$ 이므로

$2x + 1 = 0$ 또는 $x - 2 = 0$ 이다.

따라서 구하는 이차방정식은 $2(2x + 1)(x - 2) = 0$ 이다.

19. 이차방정식 $x^2 - 3ax + 8a = 0$ 의 한 근이 8 일 때, 다음 중 옳은 것은?

보기

- ㉠ a 의 값은 6 이다.
- ㉡ 다른 한 근을 b 라고 하면, $a + b = 8$ 이다.
- ㉢ 다른 한 근은 음수이다.
- ㉤ 다른 한 근은 $8x - 16 = 0$ 의 근이다.
- ㉥ 주어진 방정식을 $(x + p)^2 = q$ 의 꼴로 나타내면 $p = -6$, $q = 4$ 이다.

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉡, ㉤ ④ ㉢, ㉤ ⑤ ㉢, ㉤

해설

주어진 한 근 $x = 8$ 을 대입하면
 $64 - 24a + 8a = 0$
 $\therefore a = 4$
따라서 주어진 식은 $x^2 - 12x + 32 = 0$
 $(x - 4)(x - 8) = 0$
 $x = 4$ 또는 $x = 8$
㉠ $a = 4$ ㉢ $8 > 0$ ㉤ $8 \times 4 - 16 \neq 0$ 이므로 옳은 것은 ㉡, ㉤이다.

20. 이차방정식 $(a-1)x^2 - (a^2+1)x + 2(a+1) = 0$ 의 한 근이 2 일 때,
다른 한 근을 구하여라. (단, $a \neq 1$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$(a-1)x^2 - (a^2+1)x + 2(a+1) = 0$ 의 한 근이 2 이므로
 $(a-1) \times 4 - (a^2+1) \times 2 + 2(a+1) = 0$,
 $4a - 4 - 2a^2 - 2 + 2a + 2 = 0$,
 $a^2 - 3a + 2 = 0$, $(a-2)(a-1) = 0$,
 $a \neq 1$ 이므로 $a = 2$,
 $x^2 - 5x + 6 = 0$, $(x-2)(x-3) = 0$,
 $x = 2$ 또는 $x = 3$,
따라서 다른 한 근은 3 이다.

21. 이차방정식 $x^2 - x - 6 = 0$ 의 두 근의 합이 $3x^2 - 5x + a = 0$ 의 근일 때, 다른 한 근은?

- ① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$$x^2 - x - 6 = 0, (x - 3)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ 또는 } x = -2$$

두 근의 합은 1이다.

$$3x^2 - 5x + a = 0 \text{에 } x = 1 \text{을 대입하면}$$

$$3 - 5 + a = 0 \quad \therefore a = 2$$

$$3x^2 - 5x + 2 = 0, (x - 1)(3x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{2}{3}$$

22. 두 이차방정식 $x^2 + 3x - 4 = 0$, $x^2 + x - 12 = 0$ 의 공통인 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$(x + 4)(x - 1) = 0$$

$$x = -4, 1$$

$$x^2 + x - 12 = 0$$

$$(x + 4)(x - 3) = 0$$

$$x = -4, 3$$

따라서 공통인 근은 -4 이다.

23. 이차방정식 $x^2 + 6x + 7 = 0$ 을 $(x + a)^2 = b$ 꼴로 고칠 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$x^2 + 6x + 7 = 0$$

$$(x + 3)^2 = 2$$

$$(x + a)^2 = b$$

$$a = 3, b = 2$$

$$\therefore a + b = 5$$

24. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$$
$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$
$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$
$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$
$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

- ① $\frac{b^2}{a^2}$
- ② $\frac{b}{a}$
- ③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$
- ④ $-\frac{b}{a}$
- ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$
$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$
$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$
$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

∴ ⑤가 잘못 되었다.

25. 근의 공식을 이용하여 이차방정식 $x^2 - 4x - 3 = 0$ 의 양의 근을 구하면?

① $2 + \sqrt{7}$

② $2 \pm \sqrt{7}$

③ $2 - \sqrt{7}$

④ $-2 + \sqrt{7}$

⑤ $-2 \pm \sqrt{7}$

해설

근의 공식 (깍수 공식) 으로 풀면

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 + 3}}{1} = 2 \pm \sqrt{7}$$

따라서 양의 해는 $2 + \sqrt{7}$ 이다.

26. 이차방정식 $(x+1)^2 - (x+1) = 6$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $x = -3$

해설

$(x+1)^2 - (x+1) = 6$
 $x+1 = A$ 라고 하면
 $A^2 - A - 6 = 0$
 $(A-3)(A+2) = 0$
 $(x+1-3)(x+1+2) = 0$
 $(x-2)(x+3) = 0$
 $\therefore x = 2$ 또는 $x = -3$

27. 이차방정식 $3x^2 - 9x + a = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 = 5$ 이다. 이 때, 상수 a 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = \frac{a}{3}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 3^2 - \frac{2a}{3} = 5$$

$$\therefore a = 6$$

28. 이차방정식 $x^2 - 3x + 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2 - 3x + 4 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로 근과 계수와의 관계에서
 $\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = 4$
 $\therefore \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 3^2 - 2 \times 4 = 1$

29. 이차방정식 $2x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 2, 3 일 때 $x^2 - bx + a = 0$ 의 두 근을 구하면?

① $1 \pm \sqrt{46}$

② $4 \pm \sqrt{46}$

③ $6 \pm \sqrt{46}$

④ $6 \pm 2\sqrt{13}$

⑤ $6 \pm 2\sqrt{26}$

해설

두 근의 합 $-\frac{a}{2} = 5$, $a = -10$

두 근의 곱 $\frac{b}{2} = 6$, $b = 12$

$$x^2 - 12x - 10 = 0$$

$$\therefore x = 6 \pm \sqrt{46}$$

30. 이차방정식 $x^2 + 2kx + 4k + 4 = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3 일 때, 정수 k 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

두 근을 2α , 3α 라 하면,

$$2\alpha + 3\alpha = 5\alpha = -2k \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$2\alpha \times 3\alpha = 6\alpha^2 = 4k + 4 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}\text{을 정리하면 } \alpha = -\frac{2}{5}k$$

$$\text{이것을 } \textcircled{㉡}\text{에 대입하면 } 6 \times \left(-\frac{2}{5}k\right)^2 = 4k + 4$$

$$\frac{24}{25}k^2 - 4k - 4 = 0$$

$$6k^2 - 25k - 25 = 0$$

$$(6k + 5)(k - 5) = 0$$

$$\therefore k = 5 \quad (\because k \text{ 는 정수})$$

31. 이차방정식 $x^2 - 6x - 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은? (단, x^2 의 계수는 4이다.)

① $6x^2 + 4x - 1 = 0$

② $3x^2 + 6x + 1 = 0$

③ $2x^2 + 6x + 1 = 0$

④ $4x^2 + 6x + 1 = 0$

⑤ $4x^2 + 6x - 1 = 0$

해설

이차방정식 $x^2 - 6x - 4 = 0$ 의 두 근이 α, β 일때, $\alpha + \beta = 6$,
 $\alpha\beta = -4$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{-4} = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{4} = 0$$

양변에 4를 곱하면 $4x^2 + 6x - 1 = 0$

- 32.** 지상 10 m 의 높이에서 20 m/s 의 속력으로 위로 똑바로 던져 올린 물체의 x 초 후의 높이는 $10 + 20x - 5x^2$ (m) 라고 한다. 이 물체의 높이가 30 cm 로 되는 것은 던져 올린 지 몇 초 후가 되는지 구하여라.

▶ 답: 초

▶ 정답 : 2초

해설

x 초 후에 높이가 30 cm 되었다면

$$10 + 20x - 5x^2 = 30$$

$$5x^2 - 20x + 20 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x - 2)^2 = 0$$

$$\therefore x = 2$$

33. 나이 차이가 4 살인 두 학생이 있다. 두 사람의 나이의 제곱의 합이 250 일 때, 나이가 적은 학생의 나이는?

- ① 8살 ② 9살 ③ 10살 ④ 11살 ⑤ 12살

해설

두 사람의 나이를 x , $x + 4$ 라 하면

$$x^2 + (x + 4)^2 = 250$$

$$2x^2 + 8x - 234 = 0$$

$$x^2 + 4x - 117 = 0$$

$$(x - 9)(x + 13) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 9 \text{ (살)}$$

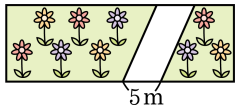
34. 둘레가 48cm인 직사각형 모양의 땅의 넓이가 140cm^2 일 때, 이 땅의 가로와 세로의 길이의 차는?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

가로의 길이를 x
세로의 길이를 $24 - x$ 라고 하면
 $x(24 - x) = 140$, $x^2 - 24x + 140 = 0$
 $(x - 14)(x - 10) = 0$
 $x = 10$ 또는 14
가로 14, 세로 10 또는 가로 10, 세로 14
가로와 세로의 길이의 차이 : 4 cm

35. 가로 길이가 세로 길이보다 3 배 긴 직사각형 모양의 화단에 다음 그림과 같은 길을 내었더니, 화단의 넓이가 250 m^2 가 되었다. 처음 화단의 가로 길이를 구하여라.



▶ 답 : m

▷ 정답 : 30 m

해설

화단의 세로의 길이를 $x\text{ m}$ 라고 하면, 가로의 길이는 $3x\text{ m}$ 이므로
 $x \times 3x - 5 \times x = 250$
 $(x - 10)(3x + 25) = 0$
 $x = 10 \left(\text{단, } x > \frac{5}{3} \right)$
따라서 가로의 길이는 $3x$ 이므로 30 m 이다.

36. 다음 중 $(a-2)(b+1)=0$ 을 만족하는 a, b 를 모두 고른 것은?

$\text{㉠ } a=2, b=1$	$\text{㉡ } a=3, b=1$
$\text{㉢ } a=1, b=-1$	$\text{㉣ } a=2, b=-1$

- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉣
- ④ ㉠, ㉣
- ⑤ ㉠, ㉢, ㉣

해설

$a-2=0$ 또는 $b+1=0$
 $a=2$ 또는 $b=-1$
따라서 ㉠, ㉢, ㉣이다.

37. 이차방정식 $x^2 - ax - 2x + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때의 a 의 값이 이차방정식 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이다. 이 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$$x^2 - ax - 2x + 4 = 0, \quad x^2 - (a+2)x + 4 = 0$$

$$\left(\frac{a+2}{2}\right)^2 = 4, \quad \frac{a+2}{2} = \pm 2$$

$$a+2 = \pm 4$$

$$\therefore a = 2 \text{ 또는 } a = -6$$

$$x^2 + mx + n = 0 \text{ 의 두 근이 } 2, -6 \text{ 이므로}$$

$$4 + 2m + n = 0$$

$$\begin{array}{r} -) 36 - 6m + n = 0 \\ \quad - 32 + 8m = 0 \end{array}$$

$$\therefore m = 4, \quad n = -12$$

$$\therefore m + n = 4 - 12 = -8$$

38. 이차방정식 $(x-1)^2 = 3-k$ 의 근에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $k = -6$ 이면 근이 2개이다.
- ② $k = -1$ 이면 정수인 근을 갖는다.
- ③ $k = 0$ 이면 무리수인 근을 갖는다.
- ④ $k = 2$ 이면 근이 1개이다.
- ⑤ $k = 4$ 이면 근이 없다.

해설

$$(x-1)^2 = 3-k, \quad x-1 = \pm\sqrt{3-k}$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{3-k}$$

음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$3 > k$: 근이 0개

$k = 3$: 근이 1개

$3 < k$: 근이 2개

39. 서로 다른 수 x, y 에 대하여 $2x^2 - 4xy + 2y^2 = 6x - 6y$ 가 성립할 때, $x - y$ 의 값을 구하여라. (단, $x \neq y, xy \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 - 4xy + 2y^2 &= 6x - 6y \\ x^2 - 2xy + y^2 - 3x + 3y &= 0 \\ (x - y)^2 - 3(x - y) &= 0 \\ (x - y)(x - y - 3) &= 0 \\ x \neq y \text{ 이므로 } x - y - 3 &= 0, \quad x - y = 3 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

40. 이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$ 의 근의 개수가 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$ 은 중근을 갖는다.

$$4x^2 - 32x + k + 4 = 0$$

$$4(x^2 - 8x) = -k - 4$$

$$4(x^2 - 8x + 16) = -k - 4 + 64$$

$$4(x - 4)^2 = -k + 60$$

중근을 가져야 하므로 $-k + 60 = 0$ 이다.

$$\therefore k = 60$$

41. 이차방정식 $6x^2 - 5x + a = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 = \frac{13}{36}$ 이다. 이 때, 상수 a 의 값은?

① 1 ② 5 ③ 13 ④ -1 ⑤ -13

해설

근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta = \frac{5}{6}, \alpha\beta = \frac{a}{6}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \frac{25}{36} - \frac{a}{3} = \frac{13}{36}$$

$$\therefore a = 1$$

42. 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 을 철수는 상수항을 잘못보고 풀어서 근이 $-3, 7$ 이 나왔고, 영희는 일차항의 계수를 잘못 보고 풀어서 근이 $2, -6$ 이 나왔다. 올바른 이차방정식의 근을 구했을 때 두 근의 곱은?

- ① 4
- ② 8
- ③ -8
- ④ 12
- ⑤ -12

해설

철수는 상수항을 잘못 보았으므로 근과 계수와의 관계에서 $a = -3 + 7 = 4$
영희는 일차항의 계수를 잘못 보았으므로 $b = 2 \times (-6) = -12$
따라서 $x^2 - 4x - 12 = 0, (x + 2)(x - 6) = 0, x = -2$ 또는 $x = 6$
 $\therefore$ 두 근의 곱은 -12

해설

철수는 상수항을 잘못 보았으므로 $(x + 3)(x - 7) = 0, x^2 - 4x - 21 = 0$ 에서 일차항의 계수는 -4
영희는 일차항의 계수를 잘못보았으므로 $(x - 2)(x + 6) = 0, x^2 + 4x - 12 = 0$ 에서 상수항은 -12
따라서 올바른 방정식은 $x^2 - 4x - 12 = 0 (x - 6)(x + 2) = 0, x = 6, -2$
 $\therefore$ 두 근의 곱은 -12

43. 이차방정식 $4x^2 - kx + 9 = 0$ 이 중근을 가질 때, 두 양의 정수 $k, k-5$ 를 두 근으로 하는 이차방정식 A 는? (단, A 의 이차항의 계수는 1 이다.)

① $x^2 + 19x + 84 = 0$

② $x^2 - 19x - 84 = 0$

③ $x^2 - 84x + 19 = 0$

④ $x^2 - 19x + 84 = 0$

⑤ $x^2 - 20x + 84 = 0$

해설

$4x^2 - kx + 9 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$k^2 - 4 \times 4 \times 9 = 0$$

$$k = 12 \quad (\because k > 0)$$

따라서 두 근은 12, 7

$$\therefore (x - 12)(x - 7) = 0$$

$$\therefore x^2 - 19x + 84 = 0$$

44. 이차방정식 $x^2 - \frac{5}{2}x + 1 = 0$ 의 한 근을 a , 이차방정식 $3x^2 + 6x - 3 = 0$ 의 한 근을 b 라 할 때, $(2a^2 - 5a - 4)(2b^2 + 4b + 5)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -42

해설

$x^2 - \frac{5}{2}x + 1 = 0$ 의 양변에 2를 곱하면

$$2x^2 - 5x = -2$$

$x = a$ 를 대입하면 $2a^2 - 5a = -2$

$3x^2 + 6x - 3 = 0$ 에서

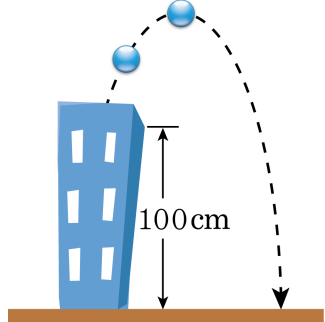
$$x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$2x^2 + 4x = 2$$

여기에 $x = b$ 를 대입하면 $2b^2 + 4b = 2$

$$\begin{aligned}\therefore (2a^2 - 5a - 4)(2b^2 + 4b + 5) &= (-2 - 4)(2 + 5) \\ &= -42\end{aligned}$$

45. 지면으로부터 100m 되는 건물의 높이에서 초속 40m 로 위에 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 t 와 h 사이에는 $h = -5t^2 + 40t + 100$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 지면으로부터 160m 인 지점을 지날 때부터 최고점에 도달하기까지 걸리는 시간과 최고점의 높이는?



- ① 2 초, 170m ② 3 초, 175m ③ 2 초, 175m
④ 3 초, 180m ⑤ 2 초, 180m

해설

$-5t^2 + 40t + 100 = 160$
 $t^2 - 8t + 12 = 0$
 $(t - 2)(t - 6) = 0$
 $\therefore t = 2$ 또는 $t = 6$
물체가 올라갔다 떨어지는 것이므로 처음으로 160m 를 지나는 시간부터 최고점까지 올라가는데 걸리는 시간은 두 시간 간격사이의 절반이다.
 $t = \frac{6 + 2}{2} = 2(\text{초})$
최고점까지의 거리는 물체가 4 초만큼 움직인 거리이므로
 $h = -5t^2 + 40t + 100$
 $= -5(4^2) + 40 \times 4 + 100$
 $= 180(\text{m})$

46. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 2$ 또는 $x = -4$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

① -8 ② -6 ③ -2 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned}(x - 2)(x + 4) &= 0 \\ x^2 + 2x - 8 &= 0, A = -8\end{aligned}$$

47. 다음 중 x 에 대한 이차방정식을 모두 고르면?

① $x + 1 = 0$

② $x^2 - x + 3 = x^2$

③ $2x^2 - 6 = -x$

④ $3x^2 - 1 = 3(x - 1)$

⑤ $x^2 + 2x + 1$

해설

- ① x 에 대한 일차방정식이다.
- ② 정리하면 $-x + 3 = 0$ 이므로 x 에 대한 일차방정식이다.
- ③ x 에 대한 이차방정식이다.
- ④ x 에 대한 이차방정식이다.
- ⑤ x 에 대한 이차식이다.

48. 이차방정식 $(3x-4)^2 - 2(x-3)^2 = 0$ 을 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, $ac - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}(3x-4)^2 - 2(x-3)^2 &= 0 \\ 9x^2 - 24x + 16 - 2x^2 + 12x - 18 &= 0 \\ 7x^2 - 12x - 2 &= 0 \\ \therefore a = 7, b = -12, c = -2 \\ \therefore ac - b &= -14 + 12 = -2\end{aligned}$$

49. 다음 중 x 에 대한 이차방정식이 아닌 것은?

① $x^2 = 0$

② $4x^2 - 4x = 0$

③ $3x(x + 1) = x(x + 1)$

④ $x^2 = x(x - 1) - 4$

⑤ $3x^2 - 4 = x^2 + 4x$

해설

④ x 에 관한 일차방정식이다.

50. 이차방정식 $3(x-4)^2 = (x+2)(x-7)$ 을 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, $a+b+c$ 의 값은? (단, $a > 0, a, b, c$ 는 정수)

① 45 ② 46 ③ 47 ④ 48 ⑤ 49

해설

$$\begin{aligned} 3(x-4)^2 &= (x+2)(x-7) \\ 3x^2 - 24x + 48 &= x^2 - 5x - 14 \\ 2x^2 - 19x + 62 &= 0 \\ a = 2, \quad b = -19, \quad c = 62 \\ \therefore a + b + c &= 45 \end{aligned}$$

51. 다음 중 이차방정식은?

① $(x+2)^2 - 2 = x^2$

② $x^3 + 1 = 0$

③ $2x^2 - (x-2)^2 = x^2$

④ $2x^2 - 3x + 1$

⑤ $(x+2)(x-4) = 0$

해설

$$(x+2)(x-4) = x^2 - 2x - 8 = 0$$

52. 다음 방정식 중 $x = 2$ 를 근으로 갖는 것은?

① $(x + 2)^2 = 0$

② $x^2 + 2x = 0$

③ $(x + 2)(x + 5) = 0$

④ $(x - 2)^2 = 0$

⑤ $(x - 1)^2 = 4$

해설

$(2 - 2)^2 = 0$

53. 다음 방정식 중 $x = -2$ 를 근으로 갖는 것은?

① $(x + 2)^2 = 0$

② $x^2 - 2x = 0$

③ $(x - 2)(x - 5) = 0$

④ $(x - 2)^2 = 0$

⑤ $(x - 1)^2 = 4$

해설

$(-2 + 2)^2 = 0$

54. x 가 -1, 0, 1, 2 일 때 다음 표를 완성하고, 이차방정식 $x^2 - x - 2 = 0$ 의 해를 구하여라.

x	$x^2 - x - 2$
-1	
0	
1	
2	

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -1$

▷ 정답 : $x = 2$

해설

x	$x^2 - x - 2$
-1	$(-1)^2 - (-1) - 2 = 0$
0	-2
1	$1^2 - 1 - 2 = -2$
2	$2^2 - 2 - 2 = 0$

∴ $x = -1$ 또는 $x = 2$

55. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $x = 2$, $x = -4$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$(x - 2)(x + 4) = 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$\therefore a = 2, b = -8$$

$$\therefore a + b = -6$$

56. 다음 이차방정식 중 해가 다른 하나는?

① $\left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{4}\right) = 0$ ② $\left(\frac{1}{3} + x\right)\left(\frac{1}{4} - x\right) = 0$

③ $(3x + 1)(4x - 1) = 0$ ④ $(4x + 1)(3x - 1) = 0$

⑤ $(6x + 2)(8x - 2) = 0$

해설

①, ②, ③, ⑤ $x = -\frac{1}{3}$ 또는 $x = \frac{1}{4}$

④ $(4x + 1)(3x - 1) = 0$ 에서

$4x + 1 = 0$ 또는 $3x - 1 = 0$

$\therefore x = -\frac{1}{4}$ 또는 $x = \frac{1}{3}$

57. $x^2 + 2x - 63 = 0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -9$

▷ 정답 : $x = 7$

해설

$$\begin{aligned}x^2 + 2x - 63 &= 0 \\(x + 9)(x - 7) &= 0 \\\therefore x &= -9 \text{ 또는 } x = 7\end{aligned}$$

58. 다음 이차방정식 $x^2 - 3x - 18 = 0$ 의 해를 모두 구하면? (정답 2 개)

① -6

② -3

③ 0

④ 3

⑤ 6

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 3x - 18 &= 0 \\(x - 6)(x + 3) &= 0 \\\therefore x = 6 \text{ 또는 } x = -3\end{aligned}$$

59. 이차방정식 $x^2 - x - 6 = 0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 3$

▷ 정답 : $x = -2$

해설

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ 또는 } x = -2$$

60. 이차방정식 $x(x+5) = 2x$ 를 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 0$

▷ 정답 : $x = -3$

해설

$$x(x+5) = 2x, x^2 + 5x - 2x = 0$$

$$x^2 + 3x = 0, x(x+3) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = -3$$

61. 이차방정식 $x(x+4) = 3x$ 를 풀면?

① $x = 0$ 또는 $x = -3$

② $x = 0$ 또는 $x = -2$

③ $x = 0$ 또는 $x = -1$

④ $x = 0$ 또는 $x = 1$

⑤ $x = 0$ 또는 $x = 2$

해설

$$\begin{aligned} x(x+4) &= 3x, x^2 + 4x - 3x = 0 \\ x^2 + x &= 0, x(x+1) = 0 \\ \therefore x &= 0 \text{ 또는 } x = -1 \end{aligned}$$

62. 이차방정식 $(x-1)(x-5) = 4$ 를 $(x+p)^2 = q$ 의 꼴로 나타내려고 한다. 이 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned}(x-1)(x-5) &= 4, \quad x^2 - 6x = -1, \\(x-3)^2 &= 8, \quad p = -3, \quad q = 8, \\ \therefore p+q &= -3+8 = 5\end{aligned}$$

63. $x^2 + 6x - 5 = 0$ 을 $(x + A)^2 = B$ 의 꼴로 나타낼 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$$\begin{aligned}x^2 + 6x - 5 &= 0, \quad x^2 + 6x = 5 \\(x + 3)^2 &= 5 + 9, \quad (x + 3)^2 = 14 \\A &= 3, \quad B = 14 \\\therefore A + B &= 17\end{aligned}$$

64. 이차방정식 $2(x-4)^2 = a$ 가 하나의 근을 갖도록 하는 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 0$

해설

(완전제곱식)= 0 일 때, 중근을 가지므로 $a = 0$

65. 이차방정식 $3(x-1)^2 = p$ 가 중근을 갖기 위한 p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

(완전제곱꼴) = 0 $\therefore p = 0$

66. 이차방정식 $3(x-1)^2 = p$ 가 중근을 갖기 위한 p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

중근을 가지기 위해서는 (완전제곱식)=0 이 되어야 한다.
 $3(x-1)^2 = p$ 에서 좌변이 완전제곱이므로 $p=0$ 임을 쉽게 알 수 있다.

해설

$3(x-1)^2 = p$ 을 전개하여 정리하면
 $3x^2 - 6x + 3 - p = 0$
 $D/4 = 9 - 3(3-p) = 0 \quad \therefore p = 0$

67. 이차방정식 $3x^2 - 4x - 2 = 0$ 의 해가 $x = \frac{2 \pm \sqrt{k}}{3}$ 일 때, k 의 값은?

① 50

② 40

③ 30

④ 20

⑤ 10

해설

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$$

$$\therefore k = 10$$

68. 이차방정식 $3x^2 - 4x - 6 = 0$ 의 해가 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{3}$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$3x^2 - 4x - 6 = 0$ 에서

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{3}$$

$\therefore A = 2, B = 22$

$\therefore A + B = 24$

69. 이차방정식 $x^2 - 3x + m = 0$ 이 서로 다른 두 근을 가질 때, m 의 값의 범위를 구하면?

① $m < -\frac{9}{4}$

② $m > -\frac{9}{4}$

③ $m < \frac{9}{4}$

④ $m > \frac{9}{4}$

⑤ $m \geq \frac{9}{4}$

해설

$x^2 - 3x + m = 0$ 이 서로 다른 두 근을 가지려면

판별식 $D = 3^2 - 4m > 0, 4m < 9$

$\therefore m < \frac{9}{4}$

70. 이차방정식 $x^2 - Ax + 4 = 0$ 의 두 근이 $1, B$ 일 때, A, B 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = 5$

▷ 정답 : $B = 4$

해설

근과 계수의 관계에 의하여
 $4 = 1 \times B$ 이므로 $B = 4$
 $A = 1 + B$ 이므로 $A = 5$ 이다.

71. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 2$ 또는 $x = -4$ 일 때, A 의 값은?

① 6

② -6

③ 7

④ -8

⑤ -7

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$$2 \times (-4) = A$$

$$\therefore A = -8$$

72. 다음 안에 들어갈 것을 순서대로 써라.

방정식 $x^2 = 2x - 1$ 은 이항하여
 $x^2 - 2x + 1 = (x - \text{})^2 = \text{}$ 으로 정리되므로 x 에 대한
 이라고 하며, 그 해는 $x = \text{}$ 또는 $x = \text{}$ 이다.
이와 같이 근이 중복되어 있을 때, 이 근을 이라고 한다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 0

▷ 정답 : 이차방정식

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 중근

해설

(이차식) = 0 의 형태를 이차방정식이라 한다.

73. 다음 중 이차방정식인 것은?

① $2x^2 = 2(x^2 - 3)^2$

② $x^2 = -2x - 1$

③ $(x - 3)^2 = (3 - x)^2$

④ $x(x - 4) = x^2 - 4$

⑤ $x - 4 = 5x$

해설

② 모든 항을 좌변으로 이항하면 $x^2 + 2x + 1 = 0$ 이다.

74. 다음 중 x 에 대한 이차방정식인 것은?

① $2x^2 - 5 = 2(x^2 - 1)$

② $(x - 3)(x + 1) = x^2 - 4$

③ $(x - 5)(x + 5) = 25 - x^2$

④ $3(x^2 + 1) = 3x(x + 1)$

⑤ $x^2 = (x - 4)^2$

해설

$$\textcircled{3} (x - 5)(x + 5) = 25 - x^2$$

$$2x^2 - 50 = 0$$

따라서 이차방정식이다.

75. 이차방정식 $(3x-4)^2-2(x-3)^2=0$ 을 x^2 의 계수가 7인 $ax^2+bx+c=0$ 의 꼴로 나타낼 때, $ac-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}(3x-4)^2-2(x-3)^2 &= 0 \\ 9x^2-24x+16-2x^2+12x-18 &= 0 \\ 7x^2-12x-2 &= 0 \\ a=7, b=-12, c=-2 \\ \therefore ac-b &= -14+12=-2\end{aligned}$$

76. 다음 중 이차방정식인 것은?

① $x^2 + 2x + 1 = x^2 - 1$

② $x^2 + 3 = (x - 1)^2$

③ $(x - 1)(x + 2) = 4x$

④ $x^3 - x^2 + 2x = 0$

⑤ $2x - 5 = 0$

해설

③ $x^2 - 3x - 2 = 0$

④ 3 차방정식

77. 이차방정식 $3(x+1)(x-2) = -x^2 - x + 2$ 을 $ax^2 + bx - 4 = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, 상수 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = -1$

해설

$$3(x+1)(x-2) = -x^2 - x + 2 \text{ 에서}$$

$$3(x^2 - x - 2) = -x^2 - x + 2$$

$$\therefore 4x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$2x^2 - x - 4 = 0$$

따라서 $a = 2, b = -1$ 이다.

78. $x(ax+1)-3=-2x^2-bx+c$ 가 이차방정식일 때, a 값이 될 수 없는 것을 구하여라.(단, a, b, c 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}x(ax+1)-3 &= -2x^2-bx+c \text{ 에서} \\(a+2)x^2+(1+b)x-3-c &= 0 \\a+2 \neq 0 \text{ 이어야 하므로 } a &\neq -2\end{aligned}$$

79. 다음 중 x 에 관한 이차방정식이 아닌 것은?

① $\frac{1}{2}x^2 = 0$

② $(x-1)(x+1) = 0$

③ $(x+3)^2 = 2x$

④ $\frac{x^2+1}{3} = -3$

⑤ $(x+2)(x-2) = x^2 + x + 1$

해설

⑤ $x^2 - 4 = x^2 + x + 1$

$\therefore x + 5 = 0$ (일차 방정식)

80. 다음 중 이차방정식인 것은?

① $2x^2 = 2(x^2 - 3)^2$

② $x^2 = -2x - 1$

③ $(x - 3)^2 = (3 - x)^2$

④ $x(x - 4) = x^2 - 4$

⑤ $x - 4 = 5x$

해설

② 모든 항을 좌변으로 이항하면 $x^2 + 2x + 1 = 0$

81. 직선 $ax - 3y = -3$ 이 점 $(a + 1, a^2)$ 을 지나고 제 4 사분면을 지나지 않을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = \frac{3}{2}$

해설

$ax - 3y = -3$ 이 점 $(a + 1, a^2)$ 을 지나므로

$$a(a + 1) - 3a^2 = -3$$

$$a^2 + a - 3a^2 + 3 = 0$$

$$-2a^2 + a + 3 = 0, 2a^2 - a - 3 = 0$$

$$(a + 1)(2a - 3) = 0$$

$$\therefore a = -1 \text{ 또는 } a = \frac{3}{2}$$

$$ax - 3y = -3, y = \frac{a}{3}x + 1 \text{ 이므로}$$

$a > 0$ 일 때, 제 4 사분면을 지나지 않는다.

$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

82. $x+y>z$, $x+z=2y$ 인 세 양수 x, y, z 가 $\frac{2z}{xy} + \frac{x}{yz} + \frac{y}{zx} = \frac{3}{x} + \frac{3}{y} - \frac{2}{z}$ 를 만족할 때, $\frac{y^2-y-2}{(x+1)(z-2)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x+z=2y$ 에서 $x-2y+z=0 \cdots \textcircled{A}$

$\frac{2z}{xy} + \frac{x}{yz} + \frac{y}{zx} = \frac{3}{x} + \frac{3}{y} - \frac{2}{z}$ 에서

$$x^2+y^2+2z^2+2xy-3yz-3zx=0$$

$$x^2+(2y-3z)x+(y-z)(y-2z)=0$$

$$(x+y-z)(x+y-2z)=0$$

그런데 $x+y>z$ 이므로 $x+y \neq z$

$$\therefore x+y-2z=0 \cdots \textcircled{B}$$

$\textcircled{A}, \textcircled{B}$ 을 연립하여 풀면

$$3y-3z=0$$

$$\therefore y=z$$

이를 $\textcircled{A}$ 에 대입하여 풀면 $x-y=0$

$$\therefore x=y$$

따라서 $x=y=z$ 이므로

$$\begin{aligned} \frac{y^2-y-2}{(x+1)(z-2)} &= \frac{z^2-z-2}{(z+1)(z-2)} \\ &= \frac{z^2-z-2}{z^2-z-2} \\ &= 1 \end{aligned}$$

83. 이차방정식 $x^2 - 6x - n = 0$ 의 해가 정수가 되도록 하는 두 자리의 정수 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답 : 6개

해설

$x = 3 \pm \sqrt{9+n}$ 이므로 해가 정수가 되기 위해서는
 $9+n = (\text{완전제곱수})$ 이고 n 은 두 자리의 정수이므로
 $9+n = 25, 36, 49, \dots, 100$
 $n = 16, 27, 40, 55, 72, 91$ 의 6개이다.

84. 서로 다른 두 실수 p, q 가 $p^2 + ap + b = 0, q^2 + aq + b = 0$ 을 만족할 때, 이차방정식 $x^2 - (2c - a)x - ac + b = 0$ 의 근의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

서로 다른 두 실수 p, q 가 $p^2 + ap + b = 0, q^2 + aq + b = 0$ 을 만족하므로

$x^2 + ax + b = 0$ 은 서로 다른 두 근을 가진다.

따라서 $D = a^2 - 4b > 0 \dots \textcircled{1}$

$x^2 - (2c - a)x - ac + b = 0$ 에서

$$D = (a - 2c)^2 - b(b - ac) = a^2 + 4c^2 - 4b$$

그런데 $\textcircled{1}$ 에서 $a^2 - 4b > 0$ 이고 $4c^2 \geq 0$ 이므로

$$a^2 + 4c^2 - 4b > 0$$

따라서 $x^2 - (2c - a)x - ac + b = 0$ 에서 $D > 0$ 이므로 서로 다른 두 근을 가진다.