

1. 두 직선 $x + y - 4 = 0$, $2x - y + 1 = 0$ 의 교점과 점 $(2, -1)$ 을 지나는 직선의 방정식을 구하면 $y = ax + b$ 이다. ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = -28$

해설

$$\begin{cases} x + y - 4 = 0 \\ 2x - y + 1 = 0 \end{cases} \text{ 을 연립하면}$$

교점 : $(1, 3) \Rightarrow (1, 3), (2, -1)$ 을 지나는 직선

$$y = \frac{-1 - 3}{2 - 1}(x - 1) + 3$$

$$\Rightarrow y = -4x + 7$$

$$\therefore a = -4, b = 7$$

$$\therefore ab = -28$$

2. 두 직선 $x + y - 1 = 0$ 과 $mx - y + m - 2 = 0$ 이 제1사분면에서 만날 때, m 의 값의 범위는?

- ① $\frac{1}{2} < m < 2$ ② $\frac{1}{2} < m < 3$ ③ $1 < m < 2$
④ $1 < m < 3$ ⑤ $2 < m < 4$

해설

$mx - y + m - 2 = 0$ 을 m 에 대하여 정리하면
 $(x + 1)m - y - 2 = 0$ 이므로 m 의 값에 관계없이
항상 점 $(-1, -2)$ 를 지난다.
또, 직선 $x + y - 1 = 0$ 의 x 절편은 1, y 절편은 1이다.
따라서 두 직선이 제1사분면에서 만나려면
직선 $(x + 1)m - y - 2 = 0$ 이 점 $(0, 1)$ 을 지나는
직선과 점 $(1, 0)$ 을 지나는 직선 사이에 있어야 한다.
직선 $(x + 1)m - y - 2 = 0$ 에 대하여
(i) 점 $(0, 1)$ 을 지날 때, $m - 1 - 2 = 0$
 $\therefore m = 3$
(ii) 점 $(1, 0)$ 을 지날 때, $2m - 2 = 0$
 $\therefore m = 1$
(i), (ii)에 의하여 $1 < m < 3$

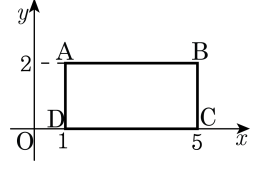
3. 점 (a, b) 가 직선 $2x - y - 2 = 0$ 위를 움직일 때, 점 $(a, a + b)$ 의 자취의 방정식은?

- ① $y = 3x - 2$
- ② $y = 4x - 3$
- ③ $y = 5x - 4$
- ④ $y = 6x - 5$
- ⑤ $y = 7x - 6$

해설

$x = a \cdots \textcircled{1}$
 $y = a + b \cdots \textcircled{2}$ 에서
 a, b 를 소거한다.
점 (a, b) 가 직선 $2x - y - 2 = 0$ 위를 움직이므로 $2a - b - 2 = 0$
 $\therefore b = 2a - 2$ 이것을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면
 $y = 3a - 2$
 $\therefore y = 3x - 2$ ($\because \textcircled{1}$)

4. 점 $(-1, -1)$ 을 지나고 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식이 $ax + by + 1 = 0$ 일 때, $a - b$ 의 값은?



- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$(-1, -1)$ 을 지나므로, $-a - b + 1 = 0 \dots \textcircled{1}$
 그리고 직선이 사각형을 이등분 하려면 사각형의 중심
 $(\frac{5+1}{2}, \frac{0+2}{2})$ 를 지나야 한다.
 $\Rightarrow 3a + b + 1 = 0 \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}$ 과 $\textcircled{2}$ 을 연립하면, $a = -1, b = 2$
 $\therefore a - b = -3$

5. 세 직선 $2x - y - 4 = 0$, $3x - 4y + 9 = 0$, $4x + 3y + 12 = 0$ 으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는?

- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

해설

$2x - y - 4 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $3x - 4y + 9 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $4x + 3y + 12 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉢}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면 $x = 5, y = 6$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉢}$ 을 연립하여 풀면 $x = 0, y = -4$
 $\textcircled{㉡}, \textcircled{㉢}$ 을 연립하여 풀면 $x = -3, y = 0$
세 직선 $2x - y - 4 = 0$, $3x - 4y + 9 = 0$, $4x + 3y + 12 = 0$ 으로 이루어지는 삼각형은 세 점 $A(5, 6), B(0, -4), C(-3, 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 이다.
따라서 점 $(5, 6)$ 과 직선 $4x + 3y + 12 = 0$
사이의 거리는 $\frac{|4 \times 5 + 3 \times 6 + 12|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{|50|}{5} = 10$
또, $\overline{BC} = \sqrt{(-3 - 0)^2 + (0 + 4)^2} = 5$
따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는
 $\frac{1}{2} \times 5 \times 10 = 25$