

1. 지수법칙을 이용하여 $2^7 \times 5^5$ 은 몇 자리 수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리 수

▷ 정답 : 6자리 수

해설

$$2^7 \times 5^5 = 2^5 \cdot 2^2 \times 5^5 = (2 \times 5)^5 \times 4 = 4 \times 10^5$$

2. $2^{12} \times 3^2 \times 5^{10}$ 은 몇 자리의 수인지 구하여라.



답:

자리 수



정답: 12자리 수

해설

$$\begin{aligned} 2^{12} \times 3^2 \times 5^{10} &= 2^{10} \times 2^2 \times 3^2 \times 5^{10} \\ &= 2^2 \times 3^2 \times (2 \times 5)^{10} \\ &= 2^2 \times 3^2 \times (10)^{10} \\ &= 36 \times (10)^{10} \end{aligned}$$

따라서 12자리의 수이다.

3. $2^{13} \times 5^{15}$ 은 몇 자리의 수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리 수

▷ 정답 : 15 자리 수

해설

$$2^{13} \times 5^{13} \cdot 5^2 = (2 \times 5)^{13} \times 5^2 = 25 \times 10^{13}$$

따라서 15자리의 수이다.

4. $2^{10} \times 3 \times 5^8$ 은 몇 자리의 수인가?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$$2^{2+8} \times 3 \times 5^8 = 2^2 \times 3 \times (2 \times 5)^8 = 12 \times 10^8$$

따라서 10자리의 수이다.

5. $2^7 \times 5^4$ 이 n 자리의 자연수일 때, n 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$2 \times 5 = 10$ 이므로

$$2^7 \times 5^4 = 2^3 \times 2^4 \times 5^4 = 2^3 \times 10^4 = 8 \times 10000$$

따라서 5 자리의 자연수이다.

6. $2^{10} \times 5^{14}$ 은 n 자리의 자연수이다. n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$2 \times 5 = 10$ 이므로

$$5^4 \times 2^{10} \times 5^{10} = 5^4 \times 10^{10} = 625 \times 10^{10}$$

따라서 13자리의 자연수이다.

7. $2^5 \times 5^7 \times 7$ 이 n 자리의 자연수일 때, n 의 값은?

① 5

② 7

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$2 \times 5 = 10$ 이므로

$$(2 \times 5)^5 \times 5^2 \times 7 = 175 \times 10^5$$

$$\therefore n = 8$$

8. $2^9 \times 3 \times 5^{12}$ 이 n 자리의 자연수 일 때, n 의 값을 구하면?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$2 \times 5 = 10$ 이므로

$$3 \times 5^3 \times (2 \times 5)^9 = 375 \times 10^9$$

$$\therefore n = 12$$

9. $\frac{2^{15} \times 15^{20}}{45^{10}}$ 은 몇 자리의 수인가?

① 8 자리

② 10 자리

③ 11 자리

④ 12 자리

⑤ 13 자리

해설

$$\begin{aligned}\frac{2^{15} \times 15^{20}}{45^{10}} &= \frac{2^{15} \times (3 \times 5)^{20}}{(3^2 \times 5)^{10}} \\&= \frac{2^{15} \times 3^{20} \times 5^{20}}{3^{20} \times 5^{10}} \\&= 2^{15} \times 5^{10} \\&= 2^5 \times 2^{10} \times 5^{10} \\&= 32 \times 10^{10}\end{aligned}$$

따라서 12 자리의 수이다.

10. $\frac{2^{10} \times 15^{20}}{45^{10}}$ 은 a 자리의 수이다. 이 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$\frac{2^{10} \times 3^{20} \times 5^{20}}{3^{20} \times 5^{10}} = 2^{10} \times 5^{10} = 10^{10}$$

$$\therefore a = 11$$

11. $a = 4^9$, $b = 5^{12} + 5$ 일 때, $a \times b$ 는 n 자리의 자연수이다. 이 때, n 의 값은?

① 12

② 14

③ 17

④ 18

⑤ 20

해설

$$\begin{aligned} 4^9(5^{12} + 5) &= 2^{18} \times 5^{12} + 2^{18} \times 5 \\ &= (2 \times 5)^{12} \times 2^6 + (2 \times 5) \times 2^{17} \end{aligned}$$

이 때 $(2 \times 5)^{12} \times 2^6 > (2 \times 5) \times 2^{17}$ 이므로

$(2 \times 5) \times 2^{17}$ 은 자릿수를 고려할 때 생각하지 않는다.

$$(2 \times 5)^{12} \times 2^6 = 64 \times (2 \times 5)^{12}$$

따라서 n 은 14 자리의 자연수이다.

12. $2^{16} \times 5^{20}$ 이 n 자리의 자연수일 때, n 의 값은?

① 16

② 17

③ 18

④ 19

⑤ 20

해설

$2^{16} \times 5^{16} \times 5^4 = (2 \times 5)^{16} \times 5^4 = 625 \times 10^{16}$
따라서 19 자리의 자연수이다.

13. $2^{14} \times 5^{18}$ 은 n 자리의 자연수이다. n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$$2^{14} \times 5^{18} = (2 \times 5)^{14} \times 5^4 = 10^{14} \times 5^4 = 625 \times 10^{14}$$

따라서 17 자리의 자연수이다.

14. $2^8 \times 3^2 \times 5^{11}$ 이 n 자리의 자연수일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned} 2^8 \times 3^2 \times 5^{11} &= 3^2 \times 5^3 \times (2 \times 5)^8 \\ &= 1125 \times 10^8 \end{aligned}$$

따라서 12 자리의 자연수이다.

15. $2^9 \times 3^2 \times 5^7$ 은 m 자리의 자연수이고, 각 자리의 숫자의 합은 n 이라고 한다. 이 때, $m + n$ 의 값은?

① 9

② 15

③ 18

④ 24

⑤ 36

해설

$$2^2 \times 3^2 \times (2 \times 5)^7 = 36 \times 10^7$$

9 자리 자연수이므로 $m = 9$

각 자리의 숫자의 합은 $n = 3 + 6 = 9$

$$\therefore m + n = 9 + 9 = 18$$

16. $\frac{2^{15} \times 15^{30}}{45^{15}}$ 은 a 자리의 수이다. 이 때, $a^2 + a + 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 273

해설

$$\frac{2^{15} \times 3^{30} \times 5^{30}}{3^{30} \times 5^{15}} = 2^{15} \times 5^{15} = 10^{15} \text{ 이므로}$$

$$a = 16 \quad \therefore a^2 + a + 1 = 273$$

17. $2^{2004} \times 5^{2008}$ 이 n 자리의 수일 때 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2007

해설

$$2^{2004} \times 5^{2004} \times 5^4 = 625 \times 10^{2004}$$

$$\therefore n = 2007$$

18. $a = 4^5$, $b = 5^{10} + 5$ 일 때, $a \times b$ 는 n 자리의 자연수이다. 이 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$4^5(5^{10} + 5) = 2^{10} \times 5^{10} + 2^{10} \times 5 = (2 \times 5)^{10} + (2 \times 5) \times 2^9$
따라서 n 은 11 자리의 자연수이다.

19. 지수법칙을 이용하여 $2^9 \times 5^5$ 은 몇 자리 수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리 수

▷ 정답 : 일곱 자리 수

해설

$$2^9 \times 5^5 = 2^5 \cdot 2^4 \times 5^5 = (2 \times 5)^5 \times 16 = 16 \times 10^5$$

따라서 일곱 자리의 수이다.

20. $2^{12} \times 3^2 \times 5^{10}$ 은 몇 자리의 수인지 구하여라.



답 :

자리 수



정답 : 12자리 수

해설

$$\begin{aligned} & 2^{12} \times 3^2 \times 5^{10} \\ &= 2^{10} \times 2^2 \times 3^2 \times 5^{10} \\ &= 2^2 \times 3^2 \times (2 \times 5)^{10} \\ &= 2^2 \times 3^2 \times (10)^{10} \\ &= 36 \times (10)^{10} \end{aligned}$$

21. $2^{10} \times 3 \times 5^8$ 은 몇 자리의 수인가?

① 8자리의 수

② 9자리의 수

③ 10자리의 수

④ 11자리의 수

⑤ 12자리의 수

해설

$$2^{2+8} \times 3 \times 5^8 = 2^2 \times 3 \times (2 \times 5)^8 = 12 \times 10^8$$

따라서 10자리의 수이다.

22. $2^3 \times 5^7 \times 2^6 \times 5^5$ 은 n 자리의 자연수이다. n 의 값을 구하면?

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

$$\begin{aligned} 2^3 \times 5^7 \times 2^6 \times 5^5 &= 2^9 \times 5^{12} \\ &= 2^9 \times 5^9 \times 5^3 \\ &= 10^9 \times 125 \end{aligned}$$

따라서 12 자리의 수이다.

23. $2^{13} \times 5^{15}$ 이 n 자리의 자연수일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\begin{aligned} 2^{13} \times 5^{15} &= 2^{13} \times 5^{13} \times 5^2 \\ &= (2 \times 5)^{13} \times 5^2 \\ &= 25 \times 10^{13} \end{aligned}$$

따라서 15자리의 수이므로 $n = 15$ 이다.

24. $2^{12} \times 5^{13}$ 은 몇 자리의 수인지 구하여라.



답 :

자리의 수



정답 : 13 자리의 수

해설

$$\begin{aligned} 2^{12} \times 5^{13} &= 2^{12} \times 5^{12} \times 5 = (2 \times 5)^{12} \times 5 \\ &= 10^{12} \times 5 \end{aligned}$$

따라서 13자리의 수이다.

25. 다음 중 가장 큰 수는?

① $2^{10} \times 5^9 \times 7$

② $2^{12} \times 3 \times 5^{11}$

③ $2^{10} \times 5^{11}$

④ $2^{10} \times 5^9$

⑤ $2^9 \times 5^8 \times 13$

해설

① $2^{10} \times 5^9 \times 7 = 14 \times 10^9$ 이므로 11 자리의 수

② $2^{12} \times 3 \times 5^{11} = 6 \times 10^{11}$ 이므로 12 자리의 수

③ $2^{10} \times 5^{11} = 5 \times 10^{10}$ 이므로 11 자리의 수

④ $2^{10} \times 5^9 = 2 \times 10^9$ 이므로 10 자리의 수

⑤ $2^9 \times 5^8 \times 13 = 26 \times 10^8$ 이므로 10 자리의 수

26. $2^{17} \times 5^{20}$ 은 n 자리의 자연수이고, 3^{2008} 의 일의 자리의 숫자는 m 일 때, $n + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$2^{17} \times 5^{20} = (2^{17} \times 5^{17}) \times 5^3 = 125 \times 10^{17}$$

$$\therefore n = 20$$

3^m 의 일의 자리의 수는 3, 9, 7, 1 로 반복되고

$$2008 = 4 \times 502 \text{ 이므로 } m = 1$$

$$\therefore n + m = 21$$

27. 3^x 의 일의 자리의 숫자가 1, 3^y 의 일의 자리의 숫자가 3 일 때, $81^x \div 9^y$ 의 일의 자리의 숫자를 구하면? (단, x, y 는 $x > y$ 인 자연수)

① 1

② 3

③ 9

④ 7

⑤ 2

해설

3^k (k 는 자연수) 의 일의 자리는

3, 9, 7, 1, 3, 9, 7, 1, ...

$$\therefore x = 4k_1, y = 4k_2 - 3$$

(단, $k_2 \leq k_1$, k_1, k_2 는 자연수이다.)

$$\begin{aligned} 81^x \div 9^y &= 3^{4x-2y} \\ &= 3^{16k_1-8k_2+6} \\ &= 3^{2(8k_1-4k_2+3)} \\ &= 9^{8k_1-4k_2+3} \end{aligned}$$

9^k (k 는 자연수) 의 일의 자리는 9, 1, 9, 1, ...

k_1, k_2 가 자연수이므로 $8k_1, 4k_2$ 는 짝수이다.

따라서 $8k_1 - 4k_2 + 3$ 은 홀수이므로

$81^x \div 9^y$ 의 일의 자리는 9 이다.

28. $\frac{3^x}{9^{-x+y}} = 27$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 625$ 일 때, $64^x \times 625^y$ 의 자리의 수를 구하면?

① 10 자리

② 12 자리

③ 17 자리

④ 20 자리

⑤ 26 자리

해설

$$3^x = 27 \times 9^{-x+y} = 3^3 \times 3^{-2x+2y} = 3^{-2x+2y+3}$$

$$\therefore x = -2x + 2y + 3$$

$$25^{x+y} = 625 \times 5^{3y} = 5^4 \times 5^{3y} = 5^{3y+4}$$

$$\therefore 2x + 2y = 3y + 4$$

두 식을 연립하면

$$x = 5, y = 6$$

$$\begin{aligned} 64^x \times 625^y &= (2^6)^5 \times (5^4)^6 = 2^{30} \times 5^{24} \\ &= (10)^{24} \times 2^6 = 64 \times 10^{24} \end{aligned}$$

따라서 26 자리의 수이다.

29. $\frac{4^x}{16^{-x+y}} = 64$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 125$ 일 때, $32^x \times 125^y$ 의 자리의 수를 구하여라.



답 :

자리의 수



정답 : 11자리의 수

해설

$$4^x = 64 \times 16^{-x+y} = 4^{3-2x+2y} = 4^{-2x+2y+3}$$

$$\therefore x = -2x + 2y + 3$$

$$25^{x+y} = 125 \times 5^{3y} = 5^3 \cdot 5^{3y} = 5^{3y+3}$$

$$\therefore 2x + 2y = 3y + 3$$

두 식을 연립하면

$$x = 3, y = 3$$

$$32^x \times 125^y = (2^5)^3 \times (5^3)^3$$

$$= 2^{15} \times 5^9$$

$$= (10)^9 \times 2^6$$

$$= 64 \times 10^9$$

따라서 11 자리의 수이다.

30. $58^{2009} \times 35^{2009}$ 의 일의 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

58 의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 8 의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자와 같으므로, 8, 4, 2, 6 이 반복된다.

따라서 58^{2009} 의 일의 자리의 숫자는 8

35 의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 5 의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자와 같으므로

35^{2009} 의 일의 자리의 숫자는 5

$\therefore 58^{2009} \times 35^{2009}$ 의 일의 자리의 숫자는 8×5 의 일의 자리의 숫자인 0이다.

31. 함수 $f(x) = x - 10\left[\frac{x}{10}\right]$ 라 하고 $g(x) = 3^x$ 라 할 때, $f(g(1)) + f(g(2)) + f(g(3)) + \cdots + f(g(1000))$ 의 값을 구하여라. (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5000

해설

$$f(g(1)) + f(g(2)) + f(g(3)) + \cdots + f(g(1000)) = f(3^1) + f(3^2) + f(3^3) + \cdots + f(3^{1000})$$

$$\begin{aligned} \text{예를 들어 } f(125) &= 125 - 10\left[\frac{125}{10}\right] = 125 - 10 \times 12 = 5, \quad f(79) = \\ 79 - 10 \times 7 &= 9 \end{aligned}$$

즉, 함수 $f(x)$ 의 값은 x 의 일의 자리의 숫자이다.

따라서 $f(3^1) = 3, f(3^2) = 9, f(3^3) = 7, f(3^4) = 1, f(3^5) = 3, \dots$ 이므로 3^n 의 일의 자리 숫자 3, 9, 7, 1 이 반복된다.

1000 = 4 × 250 이므로

$$\begin{aligned} f(g(1)) + f(g(2)) + f(g(3)) + \cdots + f(g(1000)) \\ &= f(3^1) + f(3^2) + f(3^3) + \cdots + f(3^{1000}) \\ &= (3 + 9 + 7 + 1) \times 250 = 20 \times 250 = 5000 \end{aligned}$$

32. 자연수 a 에 대하여 $1^a + 2^a + 3^a$ 을 10 으로 나눈 나머지를 $f(a)$ 라 할 때, $f(10) + f(14)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

1^a 의 일의 자리의 숫자는 1, 1, 1, 1...

2^a 의 일의 자리의 숫자는 2, 4, 8, 6, 2, 4...

3^a 의 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1, 3, 9...

따라서, $1^a + 2^a + 3^a$ 의 일의 자리의 숫자는 6, 4, 6, 8... 이 반복된다.

즉, $f(n) = f(n+4)$ 이므로 $f(10) = f(14)$ 이고

$f(10)$ 의 일의 자리의 숫자는 $10 = 4 \times 2 + 2$ 이므로 4 이다.

$\therefore f(10) + f(14) = 4 + 4 = 8$

33. 10^9 이 n 자리 자연수일 때, $\frac{3^n \times (2^n + 2^{n+1} + 2^{n+2}) \times 25^n}{(3^{n+2} - 6 \cdot 3^{n-1}) \times 5^n}$ 은 몇 자리 자연수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리

▷ 정답 : 11 자리

해설

$$\frac{3^n \times (2^n + 2^{n+1} + 2^{n+2}) \times 25^n}{(3^{n+2} - 6 \cdot 3^{n-1}) \times 5^n} = \frac{3^n \times 2^n(1 + 2 + 2^2) \times (5^n)^2}{3^n(3^2 - 6 \cdot 3^{-1}) \times 5^n}$$

$$\frac{3^n \times 2^n \times 7 \times (5^n)^2}{3^n \times 7 \times 5^n} = 2^n 5^n = 10^n$$

10^9 은 10 자리의 자연수이므로 $\therefore n = 10$

따라서 $10^n = 10^{10}$ 은 11 자리의 자연수이다.

34. $\frac{2^{10} \times 15^{20}}{45^{10}}$ 은 $a - 1$ 자리의 자연수이다. 이 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned}\frac{2^{10} \times 15^{20}}{45^{10}} &= \frac{2^{10} \times (3 \cdot 5)^{20}}{(3^2 \cdot 5)^{10}} = \frac{2^{10} \times 3^{20} \times 5^{20}}{3^{20} \times 5^{10}} \\ &= 2^{10} \times 5^{10} = 10^{10}\end{aligned}$$

따라서 11 자리의 수 이므로 $a - 1 = 11$

$$\therefore a = 12$$

35. $77^{(7)^2}$ 의 일의 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

7의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 7, 9, 3, 1 이 계속 반복된다.

$77^{(7)^2} = 77^{49}$ 에서

7^{49} 의 일의 자리의 숫자는 $49 = 4 \times 12 + 1$ 이므로 7 이다.

$x = 7^{49}$ 일 때, 7^x 의 일의 자리의 숫자는 7^7 의 일의 자리의 숫자와 같으므로

$77^{(7)^2} = 77^{49}$ 의 일의 자리의 숫자는 $7 = 4 \times 1 + 3$ 이므로 3 이다.

36. $3^{3^{(3)^4}}$ 의 일의 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

3의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1이 계속 반복된다.

$3^{3^{(3)^4}} = 3^{3^{81}}$ 에서 3^{81} 의 일의 자리의 숫자는 $81 = 4 \times 20 + 1$ 이므로 3이다.

$x = 3^{81}$ 일 때, 3^x 의 일의 자리의 숫자는 3^3 의 일의 자리의 숫자와 같으므로 $3^{3^{(3)^4}} = 3^{3^{81}}$ 의 일의 자리의 숫자는 $3 = 4 \times 0 + 3$ 이므로 7이다.

37. 자연수 n 을 7 로 나눈 나머지를 $f(n)$ 이라 정의할 때, $f(8^{12} \times 25^{18})$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$8^{12} \times 25^{18} = (2^3)^{12} \times (5^2)^{18} = 2^{36} \times 5^{36} = 10^{36} \text{ 이므로 } f(8^{12} \times 25^{18}) = f(10^{36})$$

10 을 7 로 나눈 나머지는 3 이므로 10^{36} 를 7 로 나눈 나머지는 $3^{36} = (3^2)^{18} = 9^{18}$ 을 7 로 나눈 나머지와 같다.

또, 9 를 7 로 나눈 나머지는 2 이므로 9^{18} 을 7 로 나눈 나머지는 $2^{18} = (2^3)^6 = 8^6$ 을 7 로 나눈 나머지와 같다.

또, 8 을 7 로 나눈 나머지는 1 이므로 8^6 을 7 로 나눈 나머지는 1^6 을 7 로 나눈 나머지와 같다.

따라서 10^{36} 를 7 로 나눈 나머지는 1,

$$\text{즉 } f(10^{36}) = 1$$

38. $3^{2009} + 7^{2009}$ 을 10 으로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

3, 3^2 , 3^3 , $3^4, \dots$ 을 10 으로 나눈 나머지는

3, 9, 7, 1, $\dots$ 과 같이 반복되고,

7, 7^2 , 7^3 , $7^4, \dots$ 을 10 으로 나눈 나머지는

7, 9, 3, 1, $\dots$ 과 같이 반복된다.

$2009 = 4 \times 502 + 1$ 이므로 3^{2009} 을 10 으로 나눈 나머지는 3 을
10 으로 나눈 나머지 3과 같고,

7^{2009} 을 10 으로 나눈 나머지는 7 을 10 으로 나눈 나머지 7 과
같다.

따라서 $3^{2009} + 7^{2009}$ 을 10 으로 나누면 $3 + 7 = 10$ 에서 나머지는
0 이다.

39. $2^{19} \times 5^{21}$ 은 n 자리의 자연수이다. n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$2^{19} \times 5^{21} = 2^{19} \times 5^{19} \times 5^2 = 10^{19} \times 5^2 = 25 \times 10^{19}$$

따라서 21 자리의 수이므로 $n = 21$ 이다.

40. 자연수 n 의 일의 자리숫자를 $R(n)$ 이라고 할 때, $R(2^{97}) \times R(3^{98})$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

2, $2^2 = 4$, $2^3 = 8$, $2^4 = 16$, $2^5 = 32, \dots$ 이므로

2 의 거듭제곱의 일의 자리 숫자는 2, 4, 8, 6 이 반복된다.

$97 \div 4 = 24 \cdots 1$ 이므로 $R(2^{97}) = 2$

3, $3^2 = 9$, $3^3 = 27$, $3^4 = 81$, $3^5 = 243, \dots$ 이므로

3 의 거듭제곱의 일의 자리 숫자는 3, 9, 7, 1 이 반복된다.

$98 \div 4 = 24 \cdots 2$ 이므로 $R(3^{98}) = 9$

$\therefore 2 \times 9 = 18$

41. 자연수 n 의 일의 자리 숫자를 $P(n)$ 이라고 할 때, $P(4^{101}) + P(7^{99})$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 7

해설

$$4 = 4$$

$$4^2 = 16$$

$$4^3 = 64$$

$$7 = 7$$

$$7^2 = 49$$

$$7^3 = 343$$

$$7^4 = 2401$$

위에서 알 수 있듯이 일의 자리 숫자는 각각 4 의 거듭제곱은 4, 6 이 반복되며, 7 의 거듭제곱은 7, 9, 3, 1 이 반복된다.

$$101 \div 2 = 50 \cdots 1, 99 \div 4 = 24 \cdots 3$$

그러므로 $P(4^{101}) + P(7^{99}) = 4 + 3 = 7$ 이다.