

1. 지호네 반 학생 40명의 몸무게의 평균은 60 kg이다. 두명의 학생이 전학을 간 후 나머지 38명의 몸무게의 평균이 59.5 kg이 되었을 때, 전학을 간 두 학생의 몸무게의 평균은?

① 62.5 kg

② 65.5 kg

③ 67 kg

④ 69 kg

⑤ 69.5 kg

해설

40명의 몸무게의 총합 : $60 \times 40 = 2400$ (kg)

전학생 2명을 뺀 38명의 몸무게의 총합 : $59.5 \times 38 = 2261$ (kg)

전학생 2명의 몸무게의 총합 : $2400 - 2261 = 139$ (kg)

\therefore (전학생 2명의 몸무게의 평균) = $\frac{139}{2} = 69.5$ (kg)

2. 네 수 5, 7, x , y 의 평균이 4 이고, 분산이 3 일 때, 5 , $2x^2$, $2y^2$, 7 의 평균은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

변량 5, 7, x , y 의 평균이 4 이므로

$$\frac{5 + 7 + x + y}{4} = 4, \quad x + y + 12 = 16$$

$$\therefore x + y = 4 \quad \dots\dots\text{㉠}$$

또한, 분산이 3 이므로

$$\frac{(5 - 4)^2 + (7 - 4)^2 + (x - 4)^2 + (y - 4)^2}{4} = 3,$$

$$\frac{1 + 9 + x^2 - 8x + 16 + y^2 - 8y + 16}{4} = 3,$$

$$\frac{x^2 + y^2 - 8(x + y) + 42}{4} = 3$$

$$x^2 + y^2 - 8(x + y) + 42 = 12$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 8(x + y) = -30 \quad \dots\dots\text{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$\therefore x^2 + y^2 = 8(x + y) - 30 = 8 \times 4 - 30 = 2$$

따라서 5, $2x^2$, $2y^2$, 7 의 평균은

$$\frac{5 + 2x^2 + 2y^2 + 7}{4} = \frac{12 + 2(x^2 + y^2)}{4} = \frac{12 + 4}{4} = 4 \text{ 이다.}$$

3. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 5, 3 일 때, $\frac{1}{2}x^2, \frac{1}{2}y^2, \frac{1}{2}z^2$ 의 평균은?

① 12

② 14

③ 16

④ 18

⑤ 20

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 5 이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 5$$

$$\therefore x+y+z = 15 \dots\dots\text{㉠}$$

또한, x, y, z 의 분산이 3 이므로

$$\frac{(x-5)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2}{3} = 3$$

$$(x-5)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2 = 9$$

$$x^2 - 10x + 25 + y^2 - 10y + 25 + z^2 - 10z + 25 = 9$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 10(x+y+z) + 75 = 9$$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$$x^2 + y^2 + z^2 - 10 \times 15 + 75 = 9$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 84$$

따라서 $\frac{1}{2}x^2, \frac{1}{2}y^2, \frac{1}{2}z^2$ 의 평균은

$$\frac{1}{3} \left(\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + \frac{z^2}{2} \right) = \frac{1}{6} (x^2 + y^2 + z^2) = \frac{84}{6} = 14 \text{ 이다.}$$

4. 세 수 a, b, c 의 평균이 2, 분산이 4 일 때, 변량 $a + 3, b + 3, c + 3$ 의 평균과 분산을 차례대로 나열한 것은?

- ① 2, 5 ② 3, 5 ③ 4, 4 ④ 5, 4 ⑤ 6, 5

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 2 이므로

$$\frac{a + b + c}{3} = 2$$

$$\therefore a + b + c = 6 \dots\dots \textcircled{㉠}$$

또한, a, b, c 의 분산이 4 이므로

$$\frac{(a - 2)^2 + (b - 2)^2 + (c - 2)^2}{3} = 4$$

$$(a - 2)^2 + (b - 2)^2 + (c - 2)^2 = 12$$

$$a^2 - 4a + 4 + b^2 - 4b + 4 + c^2 - 4c + 4 = 12$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 4(a + b + c) + 12 = 12$$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$$a^2 + b^2 + c^2 - 4 \times 6 + 12 = 12$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 24$$

한편, $a + 3, b + 3, c + 3$ 의 평균은

$$\frac{(a + 3) + (b + 3) + (c + 3)}{3} = \frac{(a + b + c) + 9}{3}$$

$$= \frac{6 + 9}{3} = 5$$

따라서 분산은

$$\frac{(a + 3 - 5)^2 + (b + 3 - 5)^2 + (c + 3 - 5)^2}{3}$$

$$= \frac{(a - 2)^2 + (b - 2)^2 + (c - 2)^2}{3}$$

$$= \frac{a^2 + b^2 + c^2 - 4(a + b + c) + 4 \times 3}{3}$$

$$= \frac{24 - 4 \times 6 + 12}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

5. 세 개의 변량 a, b, c 의 평균을 M , 표준편차를 S 라고 할 때, $a + 1, b + 1, c + 1$ 의 평균과 분산을 차례대로 나열한 것은?

① M, S^2

② $M, S^2 + 1$

③ $M + 1, S^2$

④ $M + 1, S^2 + 1$

⑤ $M + 1, (S + 1)^2$

해설

세 개의 변량 a, b, c 의 평균과 분산이 각각 M, S^2 이므로

$$M = \frac{a + b + c}{3}$$

$$S^2 = \frac{(a - M)^2 + (b - M)^2 + (c - M)^2}{3}$$

$a + 1, b + 1, c + 1$ 의 평균을 M_1 과 분산을 S_1^2 이라고 하면

$$M_1 = \frac{(a + 1) + (b + 1) + (c + 1)}{3}$$

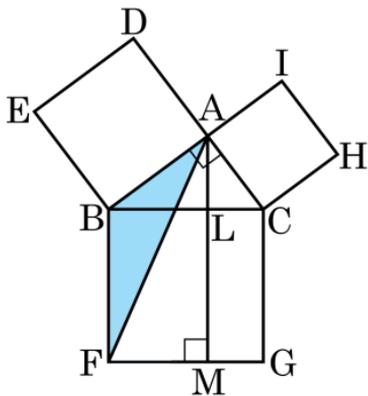
$$= \frac{(a + b + c) + 3}{3} = \frac{a + b + c}{3} + 1 = M + 1$$

$$S_1^2 = \frac{1}{3} \{ (a + 1 - M - 1)^2 + (b + 1 - M - 1)^2 + (c + 1 - M - 1)^2 \}$$

$$= \frac{1}{3} \{ (a - M)^2 + (b - M)^2 + (c - M)^2 \} = S^2$$

따라서 $a + 1, b + 1, c + 1$ 의 평균과 분산은 각각 $M + 1, S^2$ 이다.

6. 다음 그림은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 세변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\triangle ABF$ 와 넓이가 같지 않은 삼각형은?



① $\triangle EBC$

② $\triangle BLF$

③ $\triangle AFM$

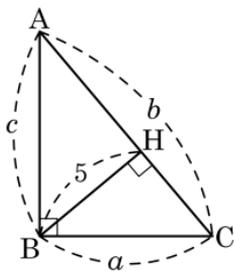
④ $\triangle EAB$

⑤ $\triangle FMB$

해설

- ① $\triangle EBC$, SAS 합동
- ② $\triangle BLF$, 밑변과 높이가 같은 삼각형
- ④ $\triangle EAB$, $\triangle BLF$ 와 넓이가 같다.
- ⑤ $\triangle FMB$, 밑변과 높이가 같은 삼각형

7. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 점 B에서 \overline{AC} 에 내린 수선의 발을 H라 하고, $a + b + c = 10$, $\overline{BH} = 5$ cm 일 때, 삼각형 ABC의 넓이를 구하면?



- ① 25 cm^2 ② $\frac{25}{2} \text{ cm}^2$ ③ $\frac{25}{3} \text{ cm}^2$
 ④ 5 cm^2 ⑤ 10 cm^2

해설

$(a + c) = 10 - b$ 이므로 양변 제곱을 하면 $(a + c)^2 = (10 - b)^2$
 $a^2 + 2ac + c^2 = b^2 - 20b + 100$ 피타고라스 정리에 의해서
 $b^2 = a^2 + c^2$ 을 이용하면

$b^2 + 2ac = b^2 - 20b + 100$ 이므로

$$2ac + 20b = 100 \cdots (1)$$

또한 $\overline{AB} \times \overline{BC} = \overline{AC} \times \overline{BH}$ 에서

$$5b = ac \cdots (2)$$

(1)에 (2)를 대입하면

$$30b = 100 \text{ 에서}$$

$$b = \frac{100}{30}$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 5b = \frac{50}{6} = \frac{25}{3} (\text{cm}^2)$$