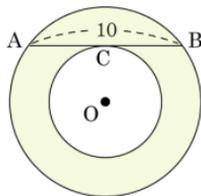
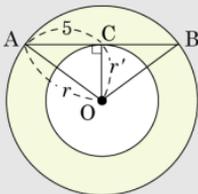


1. 다음 그림과 같이 두 개의 동심원이 있다. 큰 원의 현 AB가 작은 원에 접하고,  $\overline{AB} = 10$  일 때, 색칠한 부분의 넓이는?



- ①  $10\pi$       ②  $15\pi$       ③  $20\pi$       ④  $25\pi$       ⑤  $30\pi$

해설



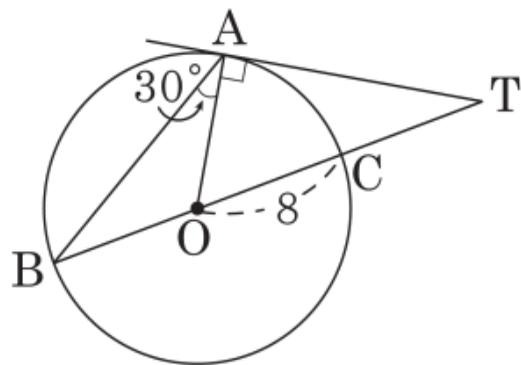
큰 원의 반지름의 길이를  $r$ , 작은 원의 반지름의 길이를  $r'$  라고 하자.

$\overline{AB}$  는 작은 원의 접선이므로  $\overline{OC} \perp \overline{AB}$ ,  $\overline{AC} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 5$  이다.

직각삼각형  $\triangle ACO$  에서  $r^2 - r'^2 = 5^2$  이다.

색칠한 부분의 넓이  $= \pi r^2 - \pi r'^2 = \pi(r^2 - r'^2) = 25\pi$  이다.

2. 그림에서  $\overline{AT}$  는 반지름의 길이가 8 인  
 원 O 의 접선이고 점 A 는 접점이다.  
 $\angle BAO = 30^\circ$  일 때,  $\overline{CT}$  의 길이를 구  
 하면?



- ① 6      ② 8      ③ 10  
 ④ 12      ⑤ 13

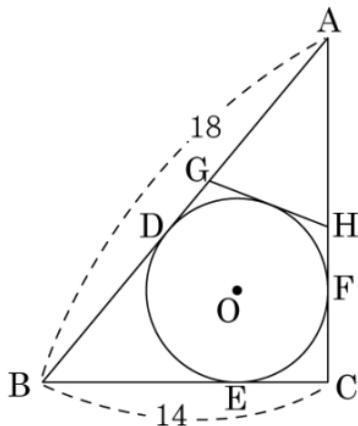
해설

$$\angle AOC = 60^\circ, \angle ATC = 30^\circ, \overline{OA} = 8$$

$$1 : 2 = 8 : \overline{OT} \quad \therefore \overline{OT} = 16$$

$$\therefore \overline{CT} = 16 - 8 = 8$$

3. 다음 그림에서 원  $O$  는  $\triangle ABC$  의 내접원이고, 세 점  $D, E, F$  는 접점이다.  $\overline{AB} = 18$ ,  $\overline{BC} = 14$ ,  $\triangle AGH$  의 둘레의 길이가 20 일 때,  $\overline{AC}$  의 길이는?



① 10

② 12

③ 16

④ 17

⑤ 18

### 해설

접선의 성질에 따라  $\overline{AD} = \overline{AF}$

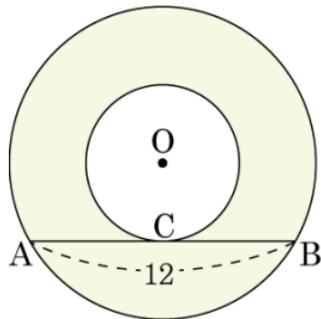
$\triangle AGH$  의 둘레는  $\overline{AD} + \overline{AF} = 2 \times \overline{AD}$

$\triangle AGH$  의 둘레가 20 이므로  $\overline{AD} = \overline{AF} = 10$

$\therefore \overline{BD} = \overline{BE} = 8$ ,  $\overline{EC} = \overline{CF} = 6$

$\therefore \overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 10 + 6 = 16$

4. 다음 그림과 같이 두 개의 동심원이 있다. 큰 원의 현 AB가 작은 원에 접하고,  $\overline{AB} = 12$  일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면?



①  $20\pi$

②  $25\pi$

③  $30\pi$

④  $36\pi$

⑤  $40\pi$

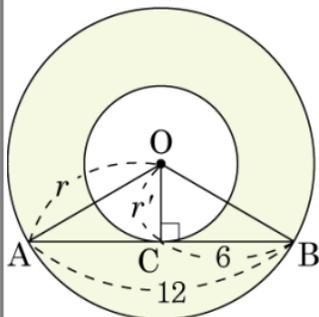
해설

큰 원의 반지름의 길이를  $r$ , 작은 원의 반지름의 길이를  $r'$ 이라고 하자.

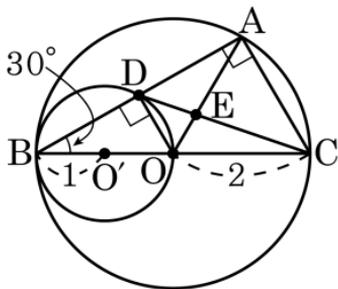
$\overline{AB}$ 는 작은 원의 접선이므로

$$\overline{OC} \perp \overline{AB}, \quad \overline{AC} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 6$$

직각삼각형  $\triangle ACO$ 에서  $r^2 - r'^2 = 6^2$   
 (색칠한 부분의 넓이)  $= \pi r^2 - \pi r'^2 =$   
 $\pi(r^2 - r'^2) = 36\pi$

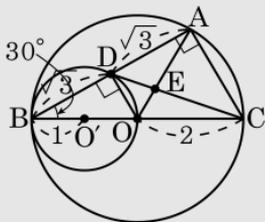


5. 다음 그림의 원  $O$  의 지름은 4, 원  $O'$  의 지름은 2,  $\angle ABC = 30^\circ$  이다. 이때,  $\overline{OE}$  의 길이는?



- ①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{2}{3}$       ④  $\frac{3}{4}$       ⑤ 1

해설

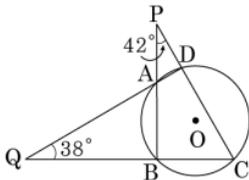


$\overline{AD} = \overline{BD} = \sqrt{3}$ ,  $\overline{BO} = \overline{CO} = 2$  이므로 점 E 는  $\triangle ABC$  의 무게중심이다.

$$\overline{AO} = 2$$

$$\therefore \overline{OE} = 2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

6. 다음 그림과 같이 원 O 에 내접하는  $\square ABCD$  에서  $\overline{DA}$  와  $\overline{CB}$  의 연장선의 교점을 Q ,  $\overline{BA}$  와  $\overline{CD}$  의 연장선의 교점을 P 라 하자.  $\angle P = 42^\circ$  ,  $\angle Q = 38^\circ$  일 때,  $\angle BCD$  의 크기는?



①  $50^\circ$

②  $52^\circ$

③  $54^\circ$

④  $56^\circ$

⑤  $58^\circ$

해설

$\angle BCD = x$  라고 하면

$$\angle CBP = 180^\circ - 42^\circ - x = 138^\circ - x$$

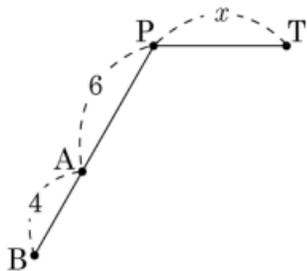
$$\angle QDC = 180^\circ - 38^\circ - x = 142^\circ - x$$

$\square ABCD$  가 원에 내접하므로

$$138^\circ - x + 142^\circ - x = 180^\circ - 2x = -100^\circ$$

$$\therefore \angle x = 50^\circ$$

7. 다음 그림에서  $\overline{PT}$  가 세 점 A, B, T 를 지나는 원의 접선이 되도록 하는  $x$  의 값은?

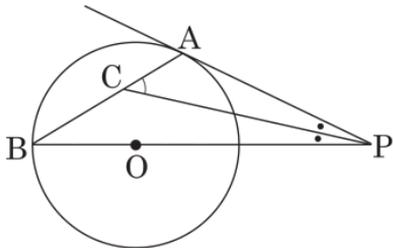


- ①  $2\sqrt{15}$     ②  $3\sqrt{10}$     ③  $4\sqrt{2}$     ④  $5\sqrt{3}$     ⑤  $6\sqrt{2}$

해설

$$x^2 = 6 \times 10 \quad \therefore x = 2\sqrt{15}$$

8. 다음 그림에서  $\overline{PA}$  는 원  $O$  와 점  $A$  에서 접하고, 선분  $PO$  의 연장선과 원  $O$  가 만나는 점을  $B$  라 한다. 또,  $\angle APB$  의 이등분선이  $\overline{AB}$  와 만나는 점을  $C$  라 할 때,  $\angle PCA$  의 크기를 구하면?



①  $25^\circ$

②  $30^\circ$

③  $45^\circ$

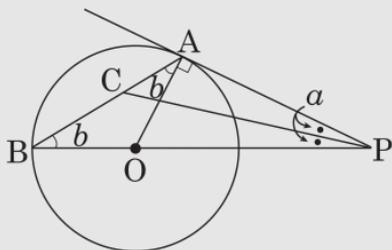
④  $50^\circ$

⑤  $60^\circ$

해설

점  $A$  와 점  $O$  를 연결하면

$$\angle OAP = 90^\circ$$



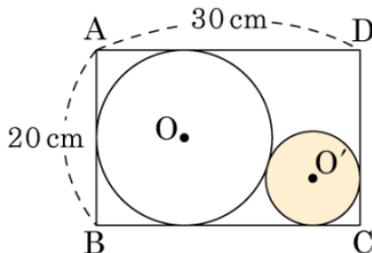
$\angle APC = \angle OPC = a$ ,  $\angle OAB = \angle OBA = b$  라 하면,  $\triangle ABP$  에서  $90^\circ + 2(a + b) = 180^\circ$

$$\therefore a + b = 45^\circ$$

$\triangle CBP$  에서  $\angle PCA = \angle CPB + \angle CBP$

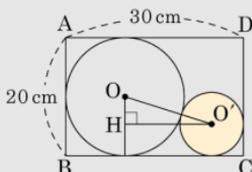
$$\therefore \angle PCA = a + b = 45^\circ$$

9. 다음 그림에서 원  $O$  는 직사각형  $ABCD$  에 내접하는 큰 원이고 원  $O'$  은 그 나머지 부분에 내접하는 작은 원이다. 원  $O'$  의 넓이는?



- ①  $400(10 - 17\sqrt{3})\text{cm}^2$       ②  $400(7 - 4\sqrt{3})\text{cm}^2$   
 ③  $420(10 - 19\sqrt{3})\text{cm}^2$       ④  $400(100 - 20\sqrt{3})\text{cm}^2$   
 ⑤  $410(10 - 21\sqrt{3})\text{cm}^2$

해설



그림과 같이 보조선을 그어  $\triangle O'O'H$  에서

$$\overline{OO'} = 10 + x$$

$$\overline{OH} = 10 - x$$

$$\overline{O'H} = 20 - x$$

$$\overline{OO'}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{O'H}^2 \text{ 에서}$$

$$(10 + x)^2 = (10 - x)^2 + (20 - x)^2$$

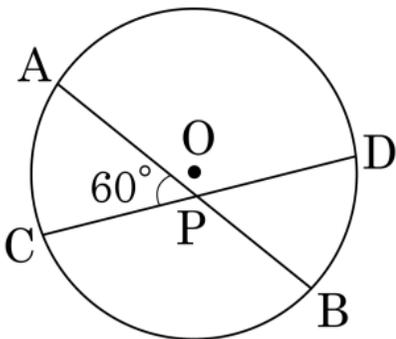
$$x^2 - 80x + 400 = 0$$

$$x = 40 \pm 20\sqrt{3}$$

$x$  는 30 보다 작으므로  $x = (40 - 20\sqrt{3})\text{cm}$  이다.

$$\therefore (\text{원 } O' \text{ 의 넓이}) = \pi(40 - 20\sqrt{3})^2 = 400(7 - 4\sqrt{3})(\text{cm}^2)$$

10. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 10 인 원 O 에서  $\angle APC = 60^\circ$  일 때,  $5.0\text{pt}\widehat{AC} + 5.0\text{pt}\widehat{BD}$  의 값은?



- ①  $\frac{5}{3}\pi$       ②  $\frac{10}{3}\pi$       ③  $\frac{15}{3}\pi$       ④  $\frac{20}{3}\pi$       ⑤  $\frac{25}{3}\pi$

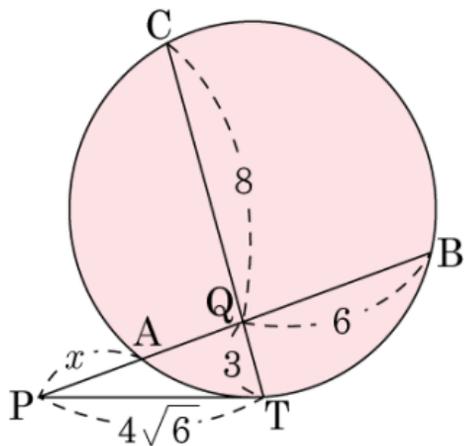
해설

$$\angle ADC + \angle DAB = 60^\circ$$

$$5.0\text{pt}\widehat{AC} + 5.0\text{pt}\widehat{BD} = \frac{60^\circ}{180^\circ} \times 20\pi = \frac{20}{3}\pi$$

11. 다음 그림에서 원 밖의 한 점 P에서 그은 접선 PT와 할선 PB가 다음과 같을 때,  $x$ 의 값은?

- ① 3                      ② 4                      ③ 5  
 ④ 6                      ⑤ 7



해설

$$\overline{AQ} \times \overline{QB} = \overline{CQ} \times \overline{QT}$$

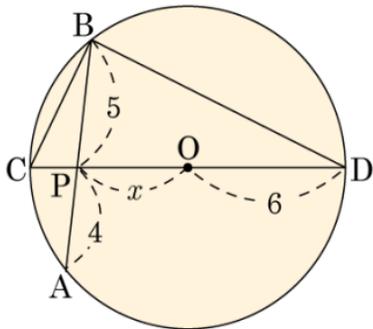
$$\overline{AQ} \times 6 = 8 \times 3 \quad \therefore \overline{AQ} = 4$$

$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} \text{ 에서 } (4\sqrt{6})^2 = x(x+10)$$

$$x^2 + 10x - 96 = 0$$

$$(x+16)(x-6) = 0 \quad \therefore x = 6 (\because x > 0)$$

12. 다음 그림에서  $\overline{CD}$ 는 원  $O$ 의 지름이다. 원  $O$ 의 반지름의 길이가 6이고  $\overline{BC} = a$ ,  $\overline{BD} = b$ ,  $\overline{PO} = x$ ,  $x = b - a$ 일 때,  $\sqrt{ab}$ 를 구하면?



① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$20 = (6-x)(6+x) \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4 = b - a, \angle CBD = 90^\circ$$

$$\text{이므로 } a^2 + b^2 = 12^2$$

$b - a = 4$ 의 양변을 제곱하면

$$(b - a)^2 = 4^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 16$$

$$144 - 2ab = 16 \quad (\because a^2 + b^2 = 144)$$

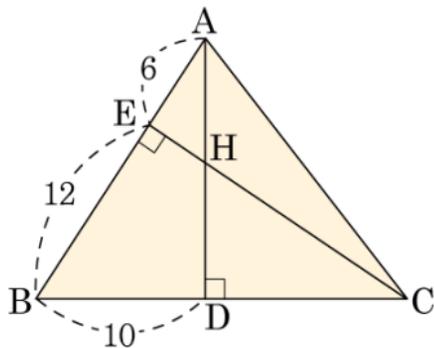
$$-2ab = -128$$

$$\therefore \sqrt{ab} = 8 \quad (\because ab > 0)$$

13. 다음 그림에서 점 H는  $\triangle ABC$ 의 두 꼭짓점 A, C에서 대변에 그은 수선이 만나는 점이다.  $\overline{AE} = 6$ ,  $\overline{EB} = 12$ ,  $\overline{BD} = 10$  일 때,  $\overline{DC}$ 의 길이는?

① 10      ② 10.8      ③ 11.2

④ 11.6      ⑤ 12

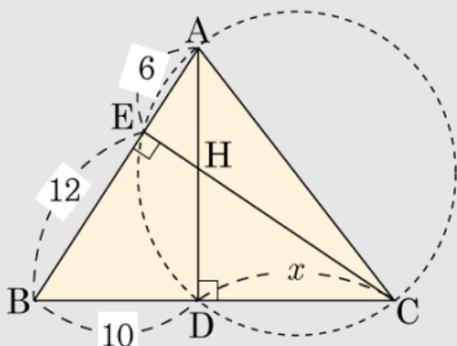


### 해설

$\angle AEC = \angle ADC = 90^\circ$  이므로 네 점 A, E, D, C는 한 원 위에 있다.  $\overline{BE} \times \overline{BA} = \overline{BD} \times \overline{BC}$

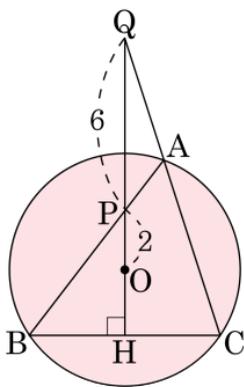
$$12 \times 18 = 10(10 + \overline{DC})$$

$$\therefore \overline{DC} = 11.6$$



14. 다음 그림에서 원  $O$ 는  $\triangle ABC$ 의 외접원이다.  
 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선이  $\overline{AB}$ 와 만나는 점을  $P$ ,  
 $\overline{AC}$ 의 연장선과 만나는 점을  $Q$ 라 하자.  $\overline{OP} = 2$ ,  $\overline{PQ} = 6$ 일 때, 원  $O$ 의 반지름의 길이는?

- ① 2    ② 3    ③ 4    ④ 5    ⑤ 6



해설

$\overline{AO}$ 의 연장선과 원과의 교점을  $D$ 라 하면

$\triangle ABD$ 와  $\triangle QHC$ 에서

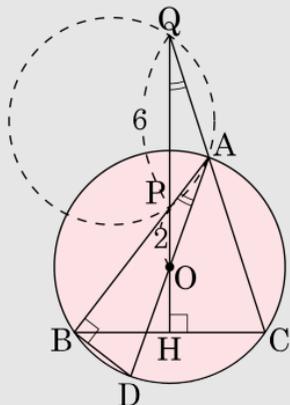
$$\angle ADB = \angle ACB,$$

$$\angle ABD = \angle QHC = 90^\circ \text{ 이므로}$$

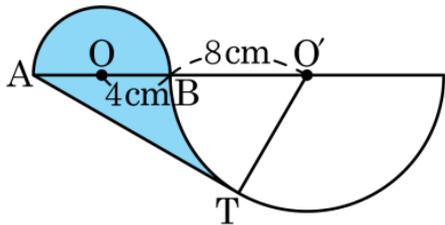
$\angle DAB = \angle CQH$ 이다. 따라서,  $\overline{OA}$ 는  $\triangle AQP$ 의 외접원의 접선이다.

$$\text{즉, } \overline{OA}^2 = \overline{OP} \times \overline{OQ} = 2 \times 8 = 16$$

$$\therefore \overline{OA} = 4 (\because \overline{OA} > 0)$$



15. 다음 그림에서 두 반원 O, O'의 반지름의 길이는 각각 4cm, 8cm이다.  $\overline{AT}$ 가 반원 O'의 접선일 때, 색칠한 부분의 넓이는?



- ①  $32\sqrt{3}\text{cm}^2$                       ②  $(8\pi + 32\sqrt{3})\text{cm}^2$   
 ③  $\left(32\sqrt{3} - \frac{8}{3}\pi\right)\text{cm}^2$                       ④  $\left(32\sqrt{3} - \frac{32}{3}\pi\right)\text{cm}^2$   
 ⑤  $\left(64 - \frac{8}{3}\pi\right)\text{cm}^2$

해설

$$\overline{AT}^2 = 8 \times 24 = 192 \quad \therefore \overline{AT} = 8\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\overline{AO'} : \overline{AT} : \overline{O'T} = 2 : \sqrt{3} : 1 \text{ 이므로 } \angle AO'T = 60^\circ$$

$$\text{작은 반원의 넓이는 } \pi \times 4^2 \times \frac{1}{2} = 8\pi(\text{cm}^2)$$

$$\triangle ATO' \text{의 넓이는 } 8 \times 8\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 32\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

$$\text{부채꼴 } O'BT \text{의 넓이는 } \pi \times 8^2 \times \frac{60^\circ}{360^\circ} = \frac{32}{3}\pi(\text{cm}^2)$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$8\pi + \left(32\sqrt{3} - \frac{32}{3}\pi\right) = \left(32\sqrt{3} - \frac{8}{3}\pi\right)\text{cm}^2 \text{ 이다.}$$