

1. 세 변의 길이가 각각 66 m, 84 m, 78 m 인 삼각형 모양의 목장이 있다. 이 목장의 가장자리를 따라 일정한 간격으로 향나무를 심으려고 한다. 세 모퉁이는 반드시 향나무를 심어야 하며 나무의 개수는 될 수 있는 한 적게 하려고 할 때, 향나무를 최소한 몇 그루를 준비해야 하는지 고르면?

① 6 그루

② 18 그루

③ 24 그루

④ 38 그루

⑤ 41 그루

해설

66, 84, 78 의 최대공약수는 6 이므로

나무의 수는

$$\begin{aligned}(66 \div 6) + (84 \div 6) + (78 \div 6) &= 11 + 14 + 13 \\ &= 38 \text{ (그루)}\end{aligned}$$

2. 세 변의 길이가 각각 96 m, 84 m, 108 m 인 삼각형 모양의 농장이 있다. 이 농장의 둘레에 같은 간격으로 말뚝을 박아 철조망을 설치하려고 한다. 세 모퉁이는 반드시 말뚝을 박아야 하며, 말뚝의 개수는 될 수 있는 한 적게 하려고 할 때, 말뚝은 최소한 몇 개를 준비해야 하는지 고르면?

① 12 개 ② 18 개 ③ 24 개 ④ 30 개 ⑤ 36 개

해설

96, 84, 108 의 최대공약수는 12 이므로

말뚝의 개수는

$$(96 \div 12) + (84 \div 12) + (108 \div 12) = 8 + 7 + 9 \\ = 24 \text{ (개)}$$

3. 가로 길이가 90m, 세로 길이가 180m 인 직사각형 모양의 농장과, 같은 모양으로 가로 길이가 72m, 세로 길이가 108m 인 목장이 있다. 이 농장과 목장의 가장 자리를 따라 두 곳 모두 같은 간격으로 나무를 심는데, 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심고 나무 사이의 간격이 20m 를 넘지 않으면서 가장 넓게 심으려고 한다면, 몇 그루의 나무가 필요한지 구하여라.

▶ 답: 그루

▷ 정답 : 50 그룹

해설

나무 사이의 간격을 x 라 할 때,

$$90 = x \times \square, 180 = x \times \Delta$$

$$72 = x \times \bigcirc \quad 108 = x \times \triangle$$

$$72 = x \times \bigcirc, 108 = x \times \diamond$$

는 90, 180, 54, 108 이 칠데코양스

x 는 90, 180, 72, 108 의 최대공약수

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5, \quad 180 = 2^2 \times$$

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5, \quad 180 = 2^2 \times$$

$$72 = 2^3 \times 3^2, 108 = 2^2$$

$$72 = 2^3 \times 3^2, 108 = 2^2 \times 3^3$$
$$\therefore x = 2 \times 3^2 = 18 \text{ (m)}$$

나무 사이의 간격은 18m 이하 때

나무 사이의 간격을 18m 라 할 때

농장 : 가로 90 = 18 (m) × 5 (그루)

공정 : 가로 $90 = 18 \text{ (m)} \times 5 \text{ (그루)}$

세로 $180 = 18(\text{m}) \times 10$ (그루)

모자 · 가리 72 = 18 (m) $\times$ 4 (7리)

목장: 가로 $72 = 18 \text{ (m)} \times 4 \text{ (그루)}$

세로 $108 = 18(\text{m}) \times 6(\text{구})$

세로 $108 = 18(\text{m}) \times 6$ (그룹)

4. 가로, 세로의 길이가 각각 48m, 32m 인 직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 한다. 이때, 나무 그루수를 가능한 적게 하려고 할 때, 나무 사이의 간격은?

① 14m ② 16m ③ 18m ④ 20m ⑤ 22m

해설

나무 사이의 간격을 x 라 할 때,
 $48 = x \times \square$, $32 = x \times \triangle$
 x 는 48과 32의 최대공약수이므로
 $48 = 2^4 \times 3$, $32 = 2^5$
 $\therefore x = 2^4 = 16$ (m)

5. 두 자연수의 곱이 720 이고 최대공약수가 6 일 때, 두 수의 최소공배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로
 $720 = 6 \times (\text{최소공배수})$
따라서 최소공배수는 120 이다.

6. 두 자연수의 곱이 $2^4 \times 3^7 \times 7^3$ 이고, 최대공약수가 $2 \times 3^2 \times 7^2$ 일 때, 두 자연수의 최소공배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2^3 \times 3^5 \times 7$

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로
 $2^4 \times 3^7 \times 7^3 = 2 \times 3^2 \times 7^2 \times (\text{최소공배수})$
최소공배수는 $2^3 \times 3^5 \times 7$ 이다.

7. 자연수 A 와 20 의 최대공약수가 4 이고, 최소공배수가 80 일 때, 자연수 A 는?

① 12

② 14

③ 16

④ 18

⑤ 20

해설

$$A \times 20 = 4 \times 80 \text{ 이므로}$$

$$\therefore A = 4 \times 4 = 16$$

8. 두 자연수의 최대공약수가 7 이고, 곱이 420 일 때, 이 두 수의 최소공배수를 구하면?

① 42

② 49

③ 56

④ 60

⑤ 63

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 할 때,

$$G \times L = A \times B$$

$420 = 7 \times (\text{최소공배수})$ 이다.

$$\therefore (\text{최소공배수}) = 60$$

9. 자연수 a 의 약수의 개수를 $N(a)$ 로 나타낼 때 $N(600) \times N(a) = 96$ 인 자연수 a 중에서 가장 작은 수를 구하면?

① 4

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 12

해설

$$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2 \text{ 이므로 } N(600) = 4 \times 2 \times 3 = 24$$

$$24 \times N(a) = 96 \quad \therefore N(a) = 4$$

약수의 개수가 4 개인 가장 작은 자연수는

$$6 = 2 \times 3 \text{ 이다.}$$

10. $2^3 \times 5$ 의 약수 중에서 짝수인 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

짝수인 약수는 $2^3 \times 5$ 의 약수 중에서
5의 약수만으로 이루어진 홀수의 약수를 빼야하므로
 $\{(3 + 1) \times (1 + 1)\} - 2 = 6(\text{개})$ 이다.

11. 약수의 개수가 12 개인 가장 작은 자연수를 구하면?

① 12

② 18

③ 24

④ 36

⑤ 60

해설

$12 = 2 \times 2 \times 3$ 이므로

$(1+1) \times (1+1) \times (2+1)$ 에서 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$

12. 다음 중 약수의 개수가 가장 적은 것은?

① $2^4 \times 3^2$

② $2^3 \times 5^3$

③ $2^2 \times 5^2$

④ $2 \times 3 \times 5^3$

⑤ 3^4

해설

- ① $(4 + 1) \times (2 + 1) = 15$ (개)
- ② $(3 + 1) \times (3 + 1) = 16$ (개)
- ③ $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9$ (개)
- ④ $(1 + 1) \times (1 + 1) \times (3 + 1) = 16$ (개)
- ⑤ $(4 + 1) = 5$ (개)

13. A와 B가 함께 일자리를 구했다. A는 4일간 일하고 하루 쉬고, B는 5일간 일하고 이틀간 쉬기로 하였다. 이와 같이 180일간 일한다면, 두 사람이 같이 쉬는 일수는?

① 5일 ② 10일 ③ 15일 ④ 20일 ⑤ 35일

해설

5와 7의 최소공배수는 35,
35일 동안 B가 쉬는 날은 6, 7, 13, 14, 20, 21, 27, 28, 34, 35일,
이 중에 A가 쉬는 날은 20, 35일
따라서 180일 동안 두 사람이 함께 쉬는 날은
 $2 \times 5 = 10$ (일)이다.

14. 어느 출판사에서 소설책과 시집을 각각 6 일, 14 일마다 출판한다고 한다. 소설책과 시집을 같은 날에 동시에 출판하였다면, 그 이후에 처음으로 동시에 출판하는 날은 몇 일 후인가?

- ① 20 일 후 ② 24 일 후 ③ 30 일 후
④ 37 일 후 ⑤ 42 일 후

해설

6 과 14 의 최소공배수는 42 이므로 42 일마다 동시에 출판한다.

15. 운동장을 한 바퀴 도는데 A 는 42 초 걸리고, B 는 36 초가 걸린다고 한다. A 와 B 가 같은 지점에서 같은 방향으로 출발해서 A 가 a 바퀴, B 가 b 바퀴 돈 후에, 처음 출발한 곳에서 다시 만났다. $a \times b$ 의 값은 얼마인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 42

해설

두 사람이 출발한 곳에서 처음 다시 만날 때까지 걸리는 시간은 42 와 36 의 최소공배수 252 이다.
A 는 $252 \div 42 = 6$ (바퀴) , B 는 $252 \div 36 = 7$ (바퀴) 이다.
 $\therefore 42$

16. 어느 버스 정류장에서는 버스 A, B, C 가 각각 10 분, 12 분, 16 분 간격으로 운행한다. 오전 9 시에 세 버스가 동시에 출발했다면 오후 6 시까지 몇 번 더 동시에 출발할지 구하여라.

▶ 답: 번

▶ 정답 : 2 번

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 10 \quad 12 \quad 16} \\ 2 \overline{) \quad 5 \quad 6 \quad 8} \\ \quad 5 \quad 3 \quad 4 \end{array}$$

(최소공배수) : $2 \times 2 \times 5 \times 3 \times 4 = 240$

세 버스는 240분(= 4시간)마다 동시에 출발한다.

$$18 - 9 = 9 \text{ (시간)}$$
$$9 \div 4 = 2 \cdots 1$$

오전 9 시에 동시에 출발하고 오후 6 시까지 2 번 더 동시에 출발한다.

17. $2^a \times 3^b$ 의 약수의 개수가 6 개 일 때, $2^a \times 3^b$ 이 가장 작은 자연수가 되도록 하는 a, b 를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 1$

해설

자연수 A 가 $A = a^m \times b^n$ 으로 소인수분해될 때 (A 의 약수의 개수)는 $(m + 1) \times (n + 1)$ 개 이다.

$$\begin{aligned} 6 &= 1 \times 6 = (0 + 1) \times (5 + 1) \\ &= 6 \times 1 = (5 + 1) \times (0 + 1) \\ &= 2 \times 3 = (1 + 1) \times (2 + 1) \\ &= 3 \times 2 = (2 + 1) \times (1 + 1) \end{aligned}$$

이므로, (a, b) 의 순서쌍으로 가능한 순서쌍은 모두 $(0, 5), (5, 0), (1, 2), (2, 1)$ 이다.

i) $(a, b) = (0, 5)$ 일 때,
구하고자 하는 수는 $2^0 \times 3^5 = 1 \times 3^5 = 243$ 이다.

ii) $(a, b) = (5, 0)$ 일 때,
구하고자 하는 수는 $2^5 \times 3^0 = 2^5 \times 1 = 32$ 이다.

iii) $(a, b) = (1, 2)$ 일 때,
구하고자 하는 수는 $2^1 \times 3^2 = 18$ 이다.

iv) $(a, b) = (2, 1)$ 일 때,
구하고자 하는 수는 $2^2 \times 3^1 = 12$ 이다.

따라서 i), ii) iii), iv) 에서 가장 작은 수는 12 이다.

18. 360의 약수의 개수와 $2^3 \times 3^a \times 5^b$ 의 약수의 개수가 같을 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 자연수)

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수가 같기 위해서는 $a = 2$, $b = 1$ 또는 $a = 1, b = 2$ 이다.

$\therefore a + b = 3$

19. 두 자연수 a, b 에 대하여 $2 \times 5^a \times 11^b$ 의 약수가 12 개일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$(1+1) \times (a+1) \times (b+1) = 12$$

$$(a+1) \times (b+1) = 6$$

$$a+1=2, b+1=3 \text{ 또는 } a+1=3, b+1=2$$

$$a=1, b=2 \text{ 또는 } a=2, b=1$$

$$\therefore a+b=1+2=3$$

20. 자연수 135 의 약수의 개수와 $3 \times 5^n \times a^m$ 의 약수의 개수가 같을 때, $n + m$ 의 값은? (단, m, n 은 자연수이고, $a \neq 3, 5$ 인 소수)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$135 = 3^3 \times 5$
(약수의 개수) $= 4 \times 2 = 8$ (개)
 $(1 + 1) \times (n + 1) \times (m + 1) = 8$, $n = 1, m = 1$
그러므로 $n + m = 1 + 1 = 2$