

1. 세 변의 길이가 각각 66 m, 84 m, 78 m 인 삼각형 모양의 목장이 있다. 이 목장의 가장자리를 따라 일정한 간격으로 향나무를 심으려고 한다. 세 모퉁이는 반드시 향나무를 심어야 하며 나무의 개수는 될 수 있는 한 적게 하려고 할 때, 향나무를 최소한 몇 그루를 준비해야 하는지 고르면?

① 6 그루

② 18 그루

③ 24 그루

④ 38 그루

⑤ 41 그루

해설

66, 84, 78 의 최대공약수는 6 이므로

나무의 수는

$$\begin{aligned}(66 \div 6) + (84 \div 6) + (78 \div 6) &= 11 + 14 + 13 \\ &= 38 \text{ (그루)}\end{aligned}$$

2. 세 변의 길이가 각각 96 m, 84 m, 108 m 인 삼각형 모양의 농장이 있다. 이 농장의 둘레에 같은 간격으로 말뚝을 박아 철조망을 설치하려고 한다. 세 모퉁이는 반드시 말뚝을 박아야 하며, 말뚝의 개수는 될 수 있는 한 적게 하려고 할 때, 말뚝은 최소한 몇 개를 준비해야 하는지 고르면?

① 12 개 ② 18 개 ③ 24 개 ④ 30 개 ⑤ 36 개

해설

96, 84, 108 의 최대공약수는 12 이므로

말뚝의 개수는

$$(96 \div 12) + (84 \div 12) + (108 \div 12) = 8 + 7 + 9 \\ = 24 \text{ (개)}$$

3. 가로 길이가 90m, 세로 길이가 180m 인 직사각형 모양의 농장과, 같은 모양으로 가로 길이가 72m, 세로 길이가 108m 인 목장이 있다. 이 농장과 목장의 가장 자리를 따라 두 곳 모두 같은 간격으로 나무를 심는데, 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심고 나무 사이의 간격이 20m 를 넘지 않으면서 가장 넓게 심으려고 한다면, 몇 그루의 나무가 필요한지 구하여라.

▶ 답: 그루

▷ 정답 : 50 그룹

해설

나무 사이의 간격을 x 라 할 때,

$$90 = x \times \square, \quad 180 = x \times \Delta$$

$$90 = x \times \square, 180 = x \times \Delta$$

$$72 = x \times \bigcirc, 108 = x \times \diamond$$

x 는 90, 180, 72, 108 의 최대공약.

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5, \quad 180 = 2^2 \times$$

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5, \quad 180 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

$$72 = 2^3 \times 3^2, 108 = 2^2 \times 3^3$$
$$\therefore x = 2 \times 3^2 = 18 \text{ (m)}$$

나무 사이의 간격을 18m 라 할 때

농장 : 가로 90 = 18 (m) × 5 (그룹)

공정 : 가로 $90 = 18 \text{ (m)} \times 5 \text{ (그루)}$

세로 $180 = 18(\text{m}) \times 10$ (그림 10)

모자 · 가리 72 = 18 (m) $\times$ 4 (7리)

목장: 가로 $72 = 18 \text{ (m)} \times 4 \text{ (그루)}$

세로 $108 = 18(\text{m}) \times 6(\text{구})$

세로 $108 = 18(\text{m}) \times 6$ (그룹)

4. 네 변의 길이가 각각 96 m, 160 m, 192 m, 224 m 인 사각형 모양의 토지가 있다. 이 토지의 둘레에 같은 간격으로 말뚝을 박아 울타리를 만들려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 말뚝을 박아야 하고, 말뚝의 개수는 될 수 있는 한 적게 하려고 한다. 말뚝 사이의 간격은 20 m 를 넘지 않게 할 때, 말뚝은 모두 몇 개가 필요한지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 42 개

해설

말뚝과 말뚝 사이의 간격은 96, 160, 192, 224 의 공약수이고, 20 보다 작은 수 중 가장 큰 공약수는 16 이다. 사각형의 둘레는 $96 + 160 + 192 + 224 = 672$ (m) 이므로 말뚝의 개수는 $672 \div 16 = 42$ (개) 이다.

5. 어떤 자연수로 38을 나누면 2가 남고, 27을 나누면 3이 남고, 125로 나누면 5가 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$38 - 2 = 36$, $27 - 3 = 24$, $125 - 5 = 120$ 에서 어떤 수는 36, 24, 120의 최대 공약수이다.

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 36 \quad 24 \quad 120} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) \quad 6 \quad 4 \quad 20} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \quad 3 \quad 2 \quad 10 \end{array}$$

최대공약수 : $6 \times 2 = 12$

6. 어떤 자연수로 63 을 나누면 3 이 남고 41 을 나누면 5 가 남는다고 한다. 이런 자연수 중 가장 큰 수는?

① 6 ② 8 ③ 12 ④ 15 ⑤ 30

해설

$63 - 3 = 60$, $41 - 5 = 36$ 이므로
구하는 가장 큰 수는 60 과 36 의 최대공약수 12 이다.

7. 사과 26 개와 귤 31 개를 될 수 있는 대로 많은 어린이들에게 똑같이 나누어 주려고 했더니 사과는 2 개가 남고, 귤은 5 개가 부족했다. 어린이는 모두 몇 명인가?

- ① 3 명 ② 4 명 ③ 6 명 ④ 8 명 ⑤ 12 명

해설

어린이 수는 $26 - 2 = 24$, $31 + 5 = 36$ 의 최대공약수 12 (명)

8. 사탕 52개, 초콜릿 75개, 껌 103개를 가능한 한 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주었더니 사탕은 2개가 부족하고, 초콜릿은 3개가 남았고, 껌은 5개가 부족했다. 몇 명의 학생에게 나누어 주려고 하였는지 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 18명

해설

사탕은 2개 부족하고, 초콜릿은 3개 남고, 껌은 5개 부족하므로 사탕은 54개, 초콜릿 72개, 껌 108개가 있으면 똑같이 나누어 줄 수 있다.
따라서 구하는 학생 수는 54, 72, 108의 최대공약수인 18명이다.

9. 두 수 $\frac{35}{72}, \frac{91}{81}$ 의 어느 것에 곱하여도 항상 자연수가 되게 하는 분수가 있다. 이 중 가장 작은 분수를 주어진 두 수에 곱하여 만들어진 두 자연수의 합을 구한 것은?

① 145 ② 146 ③ 147 ④ 148 ⑤ 149

해설

$\frac{35}{72}, \frac{91}{81}$ 에 곱해야 하는 가장 작은 분수의 분모는 35와 91의 최대공약수인 7이고, 분자는 72와 81의 최소공배수인 648이다. 그러므로 $\frac{35}{72} \times \frac{648}{7} = 45$, $\frac{91}{81} \times \frac{648}{7} = 104$ 이다. 두 자연수의 합은 149이다.

10. 두 분수 $\frac{15}{16}$, $\frac{5}{12}$ 의 어느 것에 곱해도 그 결과가 자연수가 되는 분수 중에서 가장 작은 기약분수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{48}{5}$

해설

$$\frac{(16, 12 \text{의 최소공배수})}{(15, 5 \text{의 최대공약수})} = \frac{48}{5}$$

11. $\frac{12}{7}$, $\frac{36}{5}$, $\frac{15}{4}$ 의 어느 것에 곱하여도 양의 정수가 되는 분수 중 가장 작은 수는?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{100}{3}$ ④ $\frac{120}{3}$ ⑤ $\frac{140}{3}$

해설

7, 5, 4 의 최소공배수 : 140

12, 36, 15 의 최대공약수 : 3

따라서, 구하는 분수는 $\frac{140}{3}$ 이다.

12. 두 분수 $\frac{1}{14}$, $\frac{1}{8}$ 중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 수 중 두 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 56

해설

구하는 수는 14 와 8 의 공배수이다.
14 와 8 의 공배수는 14 와 8 의 최소공배수인 56 의 배수이므로
56, 112, 168, ... 이다.
이 중 두자리 자연수는 56이다.

13. A와 B가 함께 일자리를 구했다. A는 4일간 일하고 하루 쉬고, B는 5일간 일하고 이틀간 쉬기로 하였다. 이와 같이 180일간 일한다면, 두 사람이 같이 쉬는 일수는?

① 5 일 ② 10 일 ③ 15 일 ④ 20 일 ⑤ 35 일

해설

5와 7의 최소공배수는 35,
35일 동안 B가 쉬는 날은 6, 7, 13, 14, 20, 21, 27, 28, 34, 35일,
이 중에 A가 쉬는 날은 20, 35일
따라서 180일 동안 두 사람이 함께 쉬는 날은
 $2 \times 5 = 10$ (일)이다.

14. 한 개의 원주 위를 같은 방향으로 일정한 속도로 움직이는 세 점 A, B, C가 있다. 점 A는 한 바퀴 도는 데 8초 걸리고, 점 B는 1분에 20바퀴, 점 C는 1분에 30바퀴를 돈다고 한다. 어떤 시각에 A, B, C가 동시에 점 P를 통과했을 때, 이 시각에서 15분 후 사이에는 점 P를 동시에 몇 번 통과하는지 구하여라.

▶ 답 : 번

▷ 정답 : 37번

해설

한 바퀴 도는 데 A는 8초, B는 3초, C는 2초가 걸리므로 8, 3, 2의 최소공배수인 24초마다 점 P를 동시에 통과한다.
 $15 \times 60 = 900(\text{초})$ 에서 $900 \div 24 = 37.5$ 이므로 37번 통과한다.

15. 진아와 태호는 각각 5 일, 3 일마다 한강시민공원으로 자전거를 타러 간다. 4 월 1 일 일요일에 함께 자전거를 타러 갔다면 다음에 두 번째로 함께 자전거를 타러 가는 날은 무슨 요일인지 구하여라.

▶ 답 : 요일

▷ 정답 : 화요일

해설

5 와 3 의 최소공배수는 15 이므로 두 사람은 15 일마다 함께 자전거를 탄다.
4 월 1 일 일요일 이후 두 번째로 함께 자전거를 타는 날은 30 일 후인 5 월 1 일 화요일이다.

16. 원주 위를 같은 방향으로 움직이는 세 점 A, B, C 가 3 분에 각각 45 바퀴, 30 바퀴, 60 바퀴를 돈다. 원주 위의 한 점 P 에서 세 점 A, B, C 가 동시에 출발하여 출발한 이후 1 시간 동안 점 P 를 동시에 통과하는 횟수를 구하여라.

▶ 답 : 회

▷ 정답 : 300 회

해설

A 가 3 분에 45 바퀴를 돌면 1 바퀴 도는 데는 $\frac{1}{15}$ 분, 즉 4 초가 걸리고, B 가 3 분에 30 바퀴를 돌면 1 바퀴 도는 데는 $\frac{1}{10}$ 분, 즉 6 초 걸리고, C 가 3 분에 60 바퀴를 돌면 1 바퀴 도는 데는 $\frac{1}{20}$ 분, 즉 3 초가 걸린다.
즉, 같은 지점에서 처음에 같이 출발했다가 다시 같이 출발하는 데는 4, 6, 3 의 최소공배수인 12 초가 걸린다.
따라서 점 P 를 1 시간 (3600 초) 동안 $3600 \div 12 = 300$ (회) 동시에 통과한다.

17. $2^3 \times 5 \times \square \times 7$ 의 약수의 개수가 32 개라고 한다. $\square$ 안에 들어갈 수 있는 수를 작은 수부터 2개를 써라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 11

해설

$2^3 \times 5 \times \square \times 7$ 의 약수의 개수가 32 개이면

$\square$ 가 가장 작은 소인수 3 인 경우와 그 다음 작은 소인수인 11 이 있다.

18. 자연수 $2^3 \times A$ 의 약수의 개수가 12 개일 때, 가장 작은 두 자리 자연수 A 를 구하여라.

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$12 = 12 \times 1 = 6 \times 2 = 4 \times 3$
(1) $12 = 12 \times 1 = (11 + 1)$ 일 때,
 $2^3 \times A = 2^{11} \quad \therefore A = 2^8 = 256$
그러나 $2^8 = 256$ 은 두 자리 수가 아니다.
(2) $12 = 6 \times 2 = (5 + 1) \times (1 + 1)$ 일 때,
 $2^3 \times A = 2^5 \times (2\text{가 아닌 소수}) = 2^3 \times (2^2 \times (2\text{가 아닌 소수}))$
 $\therefore A = 12, 20, 28, 44, 52, \dots$
(3) $12 = 4 \times 3 = (3 + 1) \times (2 + 1)$ 일 때,
 $2^3 \times A = 2^3 \times (2\text{가 아닌 소수})^2$
 $\therefore A = 9, 25, 49, 121, \dots$
따라서 가장 작은 두 자리 자연수 A 는 12 이다.

19. 서로 다른 한 자리 소수 a, b, c 에 대하여 $a^l \times b^m \times c^n$ 으로 소인수분해되는 자연수 N 에 3 을 곱하였더니 약수의 개수가 2 배가 되었다. 이때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

a, b, c 중 3이 있는 경우
 $a = 3$ 이라 하면
 $2(l+1)(m+1)(n+1) = (l+2)(m+1)(n+1)$
 $2l+2 = l+2, l = 0$
 l, m, n 은 1 이상인 자연수이므로 a, b, c 중에 3은 없다.
 a, b, c 는 한 자리 소수 2, 3, 5, 7 중에서 3이 아니므로 2, 5, 7 이다.
 $\therefore 2 + 5 + 7 = 14$

20. $2^4 \times a \times 5^2$ 의 약수가 45 개가 되기 위한 가장 작은 a 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$2^4 \times a \times 5^2$ 의 약수의 개수는
 $(4+1) \times (a \text{의 지수} + 1) \times (2+1) = 45$ 으로 계산된다. (a 의 지수)+
 $1 = 3$ 이 되어야 한다.
그러므로 $9 = 3^2$ 이다.