

1. 자연수  $a$ 의 약수의 개수를  $N(a)$ 로 나타낼 때  $N(600) \times N(a) = 96$ 인 자연수  $a$  중에서 가장 작은 수를 구하면?

① 4      ② 6      ③ 8      ④ 9      ⑤ 12

해설

$$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2 \text{ 이므로 } N(600) = 4 \times 2 \times 3 = 24$$

$$24 \times N(a) = 96 \quad \therefore N(a) = 4$$

약수의 개수가 4개인 가장 작은 자연수는

$$6 = 2 \times 3 \text{ 이다.}$$

2.  $n = 4p^2q^3$  일 때,  $n$  의 약수의 개수를 구하여라. (단,  $p \neq q \neq 2$  인 소수)

▶ 답:                         개

▷ 정답: 36 개

**해설**

$n$  을 소인수분해하면  $n = 4p^2q^3 = 2^2 \times p^2 \times q^3$  이다.  
따라서 약수의 개수는  $(2+1) \times (2+1) \times (3+1) = 36$  (개) 이다.

3. 자연수  $a$  의 약수의 개수를  $f(a)$  이라 할 때,  $f(30) \times f(x) = 32$  를 만족시키는 가장 작은 자연수  $x$  의 값은?

① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

해설

$30 = 2 \times 3 \times 5$  로 소인수분해되므로  
 $f(30) = (1+1) \times (1+1) \times (1+1) = 8$  이다.  
 $f(30) \times f(x) = 32$ 에서  $f(x) = 4$   
약수의 개수가 4 인 가장 작은 자연수는  $2 \times 3 = 6$  이다.

4. 약수의 개수가 12 개인 가장 작은 자연수를 구하면?

- ① 12      ② 18      ③ 24      ④ 36      ⑤ 60

해설

$12 = 2 \times 2 \times 3$  이므로  
 $(1+1) \times (1+1) \times (2+1)$  에서  $2^2 \times 3 \times 5 = 60$

5. A와 B가 함께 일자리를 구했다. A는 4일간 일하고 하루 쉬고, B는 5일간 일하고 이틀간 쉬기로 하였다. 이와 같이 180일간 일한다면, 두 사람이 같이 쉬는 일수는?

① 5일    ② 10일    ③ 15일    ④ 20일    ⑤ 35일

해설

5와 7의 최소공배수는 35,  
35일 동안 B가 쉬는 날은 6, 7, 13, 14, 20, 21, 27, 28, 34, 35일,  
이 중에 A가 쉬는 날은 20, 35일  
따라서 180일 동안 두 사람이 함께 쉬는 날은  
 $2 \times 5 = 10$ (일)이다.

6. 원주 위의 같은 방향으로 움직이는 세 점 A, B, C 가 3 분에 각각 45 바퀴, 30 바퀴, 60 바퀴를 돈다. 원주 위의 한 점 P 에서 세 점 A, B, C 가 동시에 출발하여 출발한 이후 1 시간 동안 점 P 를 동시에 통과하는 횟수를 구하여라.

▶ 답: 회

▷ 정답: 300회

해설

A 가 3 분에 45 바퀴를 돌면 1 바퀴 도는 데는  $\frac{1}{15}$  분, 즉 4 초가 걸리고, B 가 3 분에 30 바퀴를 돌면 1 바퀴 도는 데는  $\frac{1}{10}$  분, 즉 6 초 걸리고, C 가 3 분에 60 바퀴를 돌면 1 바퀴 도는 데는  $\frac{1}{20}$  분, 즉 3 초가 걸린다.

즉, 같은 지점에서 처음에 같이 출발했다가 다시 같이 출발하는 데는 4, 6, 3 의 최소공배수인 12 초가 걸린다.

따라서 점 P 를 1 시간(3600 초) 동안  $3600 \div 12 = 300$ (회) 동시에 통과한다.

7. 진아와 태호는 각각 5 일, 3 일마다 한강시민공원으로 자전거를 타러 간다. 4 월 1 일 일요일에 함께 자전거를 타러 갔다면 다음에 두 번째로 함께 자전거를 타러 가는 날은 무슨 요일인지 구하여라.

▶ 답: 요일

▷ 정답: 화요일

**해설**

5 와 3 의 최소공배수는 15 이므로 두 사람은 15 일마다 함께 자전거를 탄다.

4 월 1 일 일요일 이후 두 번째로 함께 자전거를 타는 날은 30 일 후인 5 월 1 일 화요일이다.



9.  $2^3 \times 5 \times \square \times 7$  의 약수의 개수가 32 개라고 한다.  $\square$  안에 들어갈 수 있는 수를 작은 수부터 2개를 써라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 11

해설

$2^3 \times 5 \times \square \times 7$  의 약수의 개수가 32 개이면

$\square$  가 가장 작은 소인수 3 인 경우와 그 다음 작은 소인수인 11 이 있다.

10. 자연수 약수의 개수가 9 개인 어떤 수를 소인수분해했더니  $2^2 \times \square$  가 되었다.  $\square$  안에 들어갈 가장 작은 수는 무엇인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$9 = 9 \times 1 = 3 \times 3$$

$$\text{i) } 9 = 8 + 1$$

$$2^2 \times \square = 2^8$$

$$\therefore \square = 2^6$$

$$\text{ii) } 9 = 3 \times 3 = (2 + 1) \times (2 + 1) \text{ 일 때,}$$

$$2^2 \times \square = 2^2 \times a^2 \text{ (단, } a \text{ 는 2 가 아닌 소수이다.)}$$

$$\therefore a = 3, 5, 7, \dots$$

$$\therefore \square = 9, 25, 49$$

i), ii) 에서 가장 작은 수는 9 이다.

11.  $n \times 5^2 \times 7^4$  의 약수의 개수가 105 개일 때,  $n$  의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 64

해설

약수의 개수는 각 인수에 1 을 더한 값의 곱이므로,  
 $n = a^k$  라 두면,  
 $(k+1) \times 3 \times 5 = 105$   
 $\rightarrow k+1 = 7, k = 6$   
 $\therefore n$  의 최솟값 =  $2^6 = 64$

12.  $a \times 3^2 \times 5^3$  과 360 의 약수의 개수가 같을 때,  $a$  의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \rightarrow 360$  의 약수의 개수 =  $4 \times 3 \times 2 = 24$

$a = x^n$  이라 두면,

$a \times 3^2 \times 5^3$  의 약수의 개수 =  $(n+1) \times 3 \times 4 \rightarrow n = 1$

$\therefore a$  의 최솟값 = 2