

1. 자연수 a 의 약수의 개수를 $N(a)$ 로 나타낼 때 $N(600) \times N(a) = 96$ 인 자연수 a 중에서 가장 작은 수를 구하면?

① 4

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 12

해설

$$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2 \text{ 이므로 } N(600) = 4 \times 2 \times 3 = 24$$

$$24 \times N(a) = 96 \quad \therefore N(a) = 4$$

약수의 개수가 4 개인 가장 작은 자연수는

$$6 = 2 \times 3 \text{ 이다.}$$

2. $n = 4p^2q^3$ 일 때, n 의 약수의 개수를 구하여라. (단, $p \neq q \neq 2$ 인 소수)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 36 개

해설

n 을 소인수분해하면 $n = 4p^2q^3 = 2^2 \times p^2 \times q^3$ 이다.

따라서 약수의 개수는 $(2+1) \times (2+1) \times (3+1) = 36$ (개) 이다.

3. 자연수 a 의 약수의 개수를 $f(a)$ 이라 할 때, $f(30) \times f(x) = 32$ 를 만족시키는 가장 작은 자연수 x 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$30 = 2 \times 3 \times 5$ 로 소인수분해되므로

$f(30) = (1 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 8$ 이다.

$f(30) \times f(x) = 32$ 에서 $f(x) = 4$

약수의 개수가 4 인 가장 작은 자연수는 $2 \times 3 = 6$ 이다.

4. 약수의 개수가 12 개인 가장 작은 자연수를 구하면?

① 12

② 18

③ 24

④ 36

⑤ 60

해설

$12 = 2 \times 2 \times 3$ 이므로

$(1 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1)$ 에서 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$

5. A 와 B 가 함께 일자리를 구했다. A 는 4 일간 일하고 하루 쉬고, B 는 5 일간 일하고 이틀간 쉬기로 하였다. 이와 같이 180 일간 일한다면, 두 사람이 같이 쉬는 일수는?

- ① 5 일 ② 10 일 ③ 15 일 ④ 20 일 ⑤ 35 일

해설

5 와 7 의 최소공배수는 35 ,
35 일 동안 B 가 쉬는 날은 6, 7, 13, 14, 20, 21, 27, 28, 34, 35 일,
이 중에 A 가 쉬는 날은 20, 35 일
따라서 180 일 동안 두 사람이 함께 쉬는 날은
 $2 \times 5 = 10$ (일) 이다.

6. 원주 위를 같은 방향으로 움직이는 세 점 A, B, C 가 3 분에 각각 45 바퀴, 30 바퀴, 60 바퀴를 돈다. 원주 위의 한 점 P 에서 세 점 A, B, C 가 동시에 출발하여 출발한 이후 1 시간 동안 점 P 를 동시에 통과하는 횟수를 구하여라.



답 :

회



정답 : 300 회

해설

A 가 3 분에 45 바퀴를 돌면 1 바퀴 도는 데는 $\frac{1}{15}$ 분, 즉 4 초가 걸리고, B 가 3 분에 30 바퀴를 돌면 1 바퀴 도는 데는 $\frac{1}{10}$ 분, 즉 6 초 걸리고, C 가 3 분에 60 바퀴를 돌면 1 바퀴 도는 데는 $\frac{1}{20}$ 분, 즉 3 초가 걸린다.

즉, 같은 지점에서 처음에 같이 출발했다가 다시 같이 출발하는 데는 4, 6, 3 의 최소공배수인 12 초가 걸린다.

따라서 점 P 를 1 시간(3600 초) 동안 $3600 \div 12 = 300$ (회) 동시에 통과한다.

7. 진아와 태호는 각각 5 일, 3 일마다 한강시민공원으로 자전거를 타러 간다. 4 월 1 일 일요일에 함께 자전거를 타러 갔다면 다음에 두 번째로 함께 자전거를 타러 가는 날은 무슨 요일인지 구하여라.

▶ 답 : 요일

▷ 정답 : 화요일

해설

5 와 3 의 최소공배수는 15 이므로 두 사람은 15 일마다 함께 자전거를 탄다.

4 월 1 일 일요일 이후 두 번째로 함께 자전거를 타는 날은 30 일 후인 5 월 1 일 화요일이다.

8. 민수는 4 일간 일하고 하루 쉬고, 윤희는 5 일간 일하고 이틀간 쉬다고 한다. 같은 날 일을 시작하여 이와 같이 1 년 동안 일을 할 경우 민수, 윤희가 같이 쉬는 날은 며칠인지 구하여라.

▶ 답 : 일

▷ 정답 : 20일

해설

5 와 7 의 최소공배수를 구하면 35 이고 35 일 간격으로 같이 쉬게 되며, 그중에서 같이 쉬는 날은 구하여 보면 2 일이다.

민수가 쉬는 날 : 5 일, 10 일, 15 일, 20 일,

25 일, 30 일, 35 일

윤희가 쉬는 날 : 6 일, 7 일, 13 일, 14 일,

20 일, 21 일, 27 일, 28 일,

34 일, 35 일

$365 = 35 \times 10 + 15$ 이다.

따라서 같이 쉬는 날은 $10 \times 2 = 20$ (일)이다.

9. $2^3 \times 5 \times \square \times 7$ 의 약수의 개수가 32 개라고 한다. $\square$ 안에 들어갈 수 있는 수를 작은 수부터 2개를 써라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 11

해설

$2^3 \times 5 \times \square \times 7$ 의 약수의 개수가 32 개이면

$\square$ 가 가장 작은 소인수 3 인 경우와 그 다음 작은 소인수인 11 이 있다.

10. 자연수 약수의 개수가 9 개인 어떤 수를 소인수분해했더니 $2^2 \times \square$ 가 되었다. 안에 들어갈 가장 작은 수는 무엇인지 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$$9 = 9 \times 1 = 3 \times 3$$

$$\text{i) } 9 = 8 + 1$$

$$2^2 \times \square = 2^8$$

$$\therefore \square = 2^6$$

$$\text{ii) } 9 = 3 \times 3 = (2 + 1) \times (2 + 1) \text{ 일 때,}$$

$$2^2 \times \square = 2^2 \times a^2 \text{ (단, } a \text{ 는 } 2 \text{ 가 아닌 소수이다.)}$$

$$\therefore a = 3, 5, 7, \dots$$

$$\therefore \square = 9, 25, 49$$

i), ii) 에서 가장 작은 수는 9 이다.

11. $n \times 5^2 \times 7^4$ 의 약수의 개수가 105 개일 때, n 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 64

해설

약수의 개수는 각 인수에 1 을 더한 값의 곱이므로,

$n = a^k$ 라 두면,

$$(k+1) \times 3 \times 5 = 105$$

$$\rightarrow k+1 = 7, k = 6$$

$$\therefore n \text{ 의 최솟값} = 2^6 = 64$$

12. $a \times 3^2 \times 5^3$ 과 360 의 약수의 개수가 같을 때, a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \rightarrow 360 \text{ 의 약수의 개수} = 4 \times 3 \times 2 = 24$$

$a = x^n$ 이라 두면,

$$a \times 3^2 \times 5^3 \text{ 의 약수의 개수} = (n + 1) \times 3 \times 4 \rightarrow n = 1$$

$\therefore a$ 의 최솟값 = 2