

1. 다음 조건을 각각 만족하는 자연수의 개수의 합을 구하여라.

㉠ 최대공약수가 24인 두 수  $a, b$ 의 공약수

㉡ 50보다 크지 않은 4와 6의 공배수

▶ 답 :

▶ 정답 : 12

해설

㉠ 최대공약수가 24인 두 수  $a, b$ 의 공약수는 24의 공약수이므로

$24 = 2^3 \times 3^1$ 에서 약수의 개수는

$$(3 + 1) \times (1 + 1) = 8(\text{개})$$

㉡ 4와 6의 최소공배수는 12이므로

50보다 작은 12의 배수는 12, 24, 36, 48의 4개

$$\therefore 8 + 4 = 12$$

2. 자연수  $n$  에 대하여  $n + 1$  은 3 의 배수이고  $n + 4$  은 7 의 배수일 때,  $n + 6$  을 21 로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

#### 해설

$n + 1$  은 3 의 배수이므로

값은 2, 5, 8, 11, 14, ... 이고,

$n + 4$  은 7 의 배수이므로

값은 3, 10, 17, 24, 31, 38, 45, 52, ... 이다.

그러므로 자연수  $n$  이 될 수 있는 수는

위 두 값의 공통부분이므로 38, 59, 80, 101, 122, ... 이다.

$\therefore (n + 6 \text{ 을 } 21 \text{ 로 나눈 나머지}) = 2$

3. 자연수  $n$  에 대하여  $n + 3$  은 5 의 배수이고  $n + 5$  는 3 의 배수일 때,  $n + 8$  을 15 로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

#### 해설

$n + 3$  은 5 의 배수이므로  
값은 2, 7, 12, 17, 22, ... 이고,  
 $n + 5$  는 3 의 배수이므로  
값은 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, ... 이다.  
그러므로 자연수  $n$  이 될 수 있는 수는  
위 두 값의 공통부분이므로 7, 22, 37, 52, ... 이다.  
 $\therefore (n + 8 \text{ 을 } 15 \text{ 로 나눈 나머지}) = 0$

4. A 와 B 가 함께 일자리를 구했다. A 는 4 일간 일하고 하루 쉬고, B 는 5 일간 일하고 이틀간 쉬기로 하였다. 이와 같이 180 일간 일한다면, 두 사람이 같이 쉬는 일수는?

- ① 5 일      ② 10 일      ③ 15 일      ④ 20 일      ⑤ 35 일

해설

5 와 7 의 최소공배수는 35 ,  
35 일 동안 B 가 쉬는 날은 6, 7, 13, 14, 20, 21, 27, 28, 34, 35 일,  
이 중에 A 가 쉬는 날은 20, 35 일  
따라서 180 일 동안 두 사람이 함께 쉬는 날은  
 $2 \times 5 = 10$ (일) 이다.

5. 어떤 역에는 각각 45 분, 1 시간 15 분 간격으로 출발하는 두 종류의 열차가 있다. 하루 중 두 열차의 첫 출발 시각은 오전 6 시로 같고, 이 역을 출발하는 마지막 열차의 출발 시각은 오후 9 시이다. 첫 차와 마지막 차를 제외하고, 하루 중 오전 6 시와 오후 9 시 사이 두 열차가 동시에 출발하는 시각을  $A$  시  $B$  분이라 할 때,  $A, B$  에 들어갈 수 있는 모든 숫자의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 105

#### 해설

열차가 동시에 출발하는 간격은 45 와 75 의 공배수이므로  
 $45 = 3^2 \times 5$ ,  $75 = 3 \times 5^2$  의

최소공배수는  $3^2 \times 5^2 = 225$  (분) 이다.

따라서 오전 6 시와 오후 9 시 사이에 열차가 동시에 출발하는 시각은

오전 6 시 + 225 분 = 오전 9 시 45 분

오전 6 시 + 450 분 = 오후 1 시 30 분

오전 6 시 + 675 분 = 오후 5 시 15 분이다.

∴ 오전 9 시 45 분, 오후 1 시 30 분, 오후 5 시 15 분

∴  $9 + 45 + 1 + 30 + 5 + 15 = 105$

6. 지은이와 지연이가 운동장 한 바퀴를 도는데 각각 15 분, 18 분이 걸린다. 이와 같은 속력으로 출발점을 동시에 출발하여 같은 방향으로 운동장을 돌 때, 지은이와 지연이는 몇 분 후 처음으로 출발점에서 다시 만나게 되는가?

① 30 분

② 50 분

③ 60 분

④ 80 분

⑤ 90 분

해설

15 와 18 의 최소공배수는 90 이므로 두 사람은 90 분 후 처음으로 출발점에서 다시 만난다.

7. 세 친구는 각각 6 일, 12 일, 8 일 간격으로 같은 장소에서 봉사활동을 한다. 6 월 2 일에 함께 봉사활동을 했다면 다시 처음으로 봉사활동을 함께 하는 날은 몇 월 며칠인지 구하여라.



답 :

   월    26    일



정답 : 6    월    26    일

해설

세 사람이 동시에 봉사활동을 하는 간격은 6, 12, 8 의 최소공배수 24 이다.

$\therefore 6 \text{ 월 } 2 \text{ 일} + 24 \text{ 일} = 6 \text{ 월 } 26 \text{ 일}$

8.  $2^a \times 3^b$  의 약수의 개수가 6 개 일 때,  $2^a \times 3^b$  이 가장 작은 자연수가 되도록 하는  $a, b$  를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = 2$

▷ 정답 :  $b = 1$

### 해설

자연수  $A$  가  $A = a^m \times b^n$  으로 소인수분해될 때 ( $A$  의 약수의 개수)는  $(m+1) \times (n+1)$  개 이다.

$$\begin{aligned} 6 &= 1 \times 6 = (0+1) \times (5+1) \\ &= 6 \times 1 = (5+1) \times (0+1) \\ &= 2 \times 3 = (1+1) \times (2+1) \\ &= 3 \times 2 = (2+1) \times (1+1) \end{aligned}$$

이므로,  $(a, b)$  의 순서쌍으로 가능한 순서쌍은 모두  $(0, 5), (5, 0), (1, 2), (2, 1)$  이다.

i)  $(a, b) = (0, 5)$  일 때,

구하고자 하는 수는  $2^0 \times 3^5 = 1 \times 3^5 = 243$  이다.

ii)  $(a, b) = (5, 0)$  일 때,

구하고자 하는 수는  $2^5 \times 3^0 = 2^5 \times 1 = 32$  이다.

iii)  $(a, b) = (1, 2)$  일 때,

구하고자 하는 수는  $2^1 \times 3^2 = 18$  이다.

iv)  $(a, b) = (2, 1)$  일 때,

구하고자 하는 수는  $2^2 \times 3^1 = 12$  이다.

따라서 i), ii) iii), iv) 에서 가장 작은 수는 12 이다.

9. 810의 약수의 개수와  $3 \times 5^x \times 7$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수  $x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$810 = 2 \times 3^4 \times 5$ 의 약수의 개수가  $3 \times 5^x \times 7$ 의 약수의 개수와 같으므로

$$(1+1)(4+1)(1+1) = (1+1)(x+1)(1+1) = 20$$

$$\therefore x = 4$$

10. 72의 약수의 개수와  $5^x \times 11^2$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수  $x$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$ 의 약수의 개수는

$(3+1) \times (2+1) = 12$  (개)이다.

$5^x \times 11^2$ 의 약수의 개수는

$(x+1) \times (2+1) = 12$  (개)가 되어야 한다.

$\therefore x = 3$

11.  $2^2 \times 5^{\square} \times 7$  의 약수의 개수가 18 일 때  안에 들어갈 수는?

① 5

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

$2^2 \times 5^{\square} \times 7$  이므로

약수의 개수는

$$(2 + 1) \times (\square + 1) \times (1 + 1) = 18 \text{ (개)}$$

$$\therefore \square = 2$$