

1. $2^n = x, 6^n = y$ 라 할 때, $(2^n + 2^{n+1}) \times 3^{n-1}$ 을 x, y 를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : y

해설

$$6^n = (2 \times 3)^n = 2^n \times 3^n, \quad 3^n = \frac{6^n}{2^n} = \frac{y}{x}$$

$$2^n + 2^{n+1} = 2^n + 2 \times 2^n = (1 + 2) \times 2^n = 3 \times 2^n$$

$$\begin{aligned} \therefore (2^n + 2^{n+1}) \times 3^{n-1} &= (3 \times 2^n) \times 3^{n-1} \\ &= 3^n \times 2^n \\ &= \frac{y}{x} \times x = y \end{aligned}$$

2. 세 일차방정식 $2x - y = 2a - 4$, $-x + 3y = -2a - 9$, $2x - 5y = 6a + 10$ 의 그래프를 그릴 때, 세 직선이 한 점에서 만나도록 a 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

$$\begin{cases} 2x - y = 2a - 4 \cdots ① \\ -x + 3y = -2a - 9 \cdots ② \\ 2x - 5y = 6a + 10 \cdots ③ \end{cases}$$

① + ② $\times 2$ 를 하면

$$\begin{array}{r} 2x - y = 2a - 4 \\ +) -2x + 6y = -4a - 18 \\ \hline 5y = -2a - 22 \end{array}$$

$$y = \frac{-2a - 22}{5}$$

$$① - ③ \text{ 을 하면 } y = \frac{-4a - 14}{4}$$

$$\therefore \frac{-2a - 22}{5} = \frac{-4a - 14}{4}$$

$$\text{양변에 } \times 20 \text{ 을 하면 } -8a - 88 = -20a - 70, a = \frac{3}{2}$$

3. 강의 하류 지점 A 와 상류 지점 B 에 부표를 달아 표시한 후, 배를 타고 A 에서 B 지점까지 30 분을 이동한 후, 다시 A 로 돌아오기로 하였다. 그런데 A 에 달아 놓은 부표의 끈이 출발과 동시에 끊어져서 실제 A 지점보다 한참 하류 쪽까지 더 가야 부표를 만날 수 있었다. 배의 속도는 5km/h , 강물의 속도는 2km/h 일 때, 실제 배를 타고 이동한 시간은 원래 계획보다 몇 시간 더 걸렸는지 소수점 첫째 자리까지 구하여라.

▶ 답 : 시간

▷ 정답 : 0.3 시간

해설

배의 처음 위치를 A , 상류로 올라가다가 배를 돌린 지점을 B 이고, 부표와 마주친 지점을 C 라 하면
부표가 떠내려간 시간을 x 시간, A 와 C 사이의 거리를 y km 라 하면

$$y = (\text{배가 30분 동안 올라간 거리}) \\ + (\text{부표가 } x \text{시간 동안 떠내려간 거리}) \\ = (5 - 2) \times \frac{1}{2} + 2x = 2x + \frac{3}{2} \cdots \textcircled{㉠}$$

$$y = (\text{배가 } x - \frac{1}{2} \text{시간 동안 내려간 거리}) \\ = (5 + 2) \times \left(x - \frac{1}{2}\right) = 7x - \frac{7}{2} \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면 $x = 1, y = \frac{7}{2}$

따라서 배를 타고 이동한 시간은 부표가 떠내려간 거리를 가는 시간만큼 계획보다 더 걸린 것이므로

$$\frac{1 \times 2}{5 + 2} = \frac{2}{7} = 0.285 \cdots = 0.3(\text{시간}) \text{ 이 더 걸렸다.}$$

4. 두 수 x, y 가 다음의 연립방정식을 동시에 만족할 때, a 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 4x + 6y + 7 = 3y + 3x + 17 \\ 3x + 4y + a = 12 + 4y + x \\ 2x + 3y - 9 = -2y - x + 9 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{cases} 4x + 6y + 7 = 3y + 3x + 17 \\ 2x + 3y - 9 = -2y - x + 9 \end{cases} \quad \text{을 정리하면}$$

$$\begin{cases} x + 3y = 10 & \cdots (1) \\ 3x + 5y = 18 & \cdots (2) \end{cases}$$

$(1) \times 3 - (2)$ 를 하면 $4y = 12$

따라서 $y = 3, x = 1$

이것을 $3x + 4y + a = 12 + 4y + x$ 에 대입하면

$$3 + 12 + a = 12 + 12 + 1$$

$$\therefore a = 10$$

5. 직선 $y = -5x + 20$ 의 x 절편을 a , y 절편을 b 라고 할 때, 점 (a, b) 를 지나고, $y = -2$ 에 수직인 직선의 방정식을 $px + qy + r = 0$ 일 때, $p + q + r$ 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

직선 $y = -5x + 20$ 의 x 절편은 4 이고, y 절편은 20 이다.
따라서 점 $(a, b) = (4, 20)$ 이고 ,
 $y = -2$ 에 수직인 직선이므로 y 축과 평행한 직선이다.
점 $(4, 20)$ 을 지나고 y 축과 평행한 직선은 x 값이 모두 같은 $x = 4$ 이다.
 $x - 4 = 0$ 이므로
 $p = 1, q = 0, r = -4$ 이다.
 $\therefore p + q + r = 1 + 0 + (-4) = -3$

6. $a = \frac{1}{3^{2x-1}}$ 일 때, 81^x 를 a 에 관한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{a^2}$

해설

$$\frac{1}{3^{2x-1}} \text{ 에서 } 3^{2x-1} = \frac{1}{a}$$

$$3^{2x} \times 3^{-1} = \frac{1}{a}, \quad 3^{2x} = \frac{1}{a} \times 3, \quad 3^{2x} = \frac{3}{a}$$

$$\therefore 9^x = \frac{3}{a}$$

$$\text{따라서 } 81^x = (9^x)^2 = \left(\frac{3}{a}\right)^2 = \frac{9}{a^2}$$

7. 다음의 세 직선이 한 점에서 만날 때, 상수 a 의 값은?
 $y = x + 2$, $3x - 4y = 4$, $2x - ay = 6$

① -3

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$$x - y = -2 \cdots \textcircled{1}$$

$$3x - 4y = 4 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1} \times 3 - \textcircled{2}$ 를 하면

$$x = -12, y = -10$$

점 $(-12, -10)$ 을 $2x - ay = 6$ 에 대입

$$-24 + 10a = 6, a = 3$$

8. 배를 타고 4km 길이의 강을 강물이 흐르는 방향으로 가는데 10 분, 반대 방향으로 거슬러 올라가는 데 20 분이 걸렸다. 이 때, 강물이 흐르는 속력은?

- ① 9km/h ② 0.1km/h ③ 6km/h
④ 0.5km/h ⑤ 18km/h

해설

배의 속력을 x , 강물의 속력을 y 라고 하면

$$\begin{cases} \frac{1}{6}x + \frac{1}{6}y = 4 \\ \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}y = 4 \end{cases}$$

$$\therefore x = 18, y = 6$$

9. 연립방정식 $\begin{cases} 3x + 2(y - 1) = 3 \\ 3(x - 2y) + 5y = 2 \end{cases}$ 의 해가 $x = a$, $y = b$ 일 때, ab 의 값은?

① 1 ② -1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{cases} 3x + 2(y - 1) = 3 \\ 3(x - 2y) + 5y = 2 \end{cases} \text{ 을 정리하면}$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 3x - y = 2 \end{cases} \text{ 이므로}$$

$3y = 3$, $y = 1$, $x = 1$ 이다.

따라서 $ab = 1$ 이다.

10. 두 직선 $\begin{cases} 2x + 3y = -2 \\ 5x + 4y = -12 \end{cases}$ 의 교점을 지나고, y 축에 평행한 직선의 방정식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -4$

해설

$$\begin{cases} 2x + 3y = -2 \\ 5x + 4y = -12 \end{cases} \quad \text{에서 } x = -4, y = 2$$

따라서 $(-4, 2)$ 를 지나고 y 축에 평행한 직선의 방정식은 $x = -4$ 이다.