

1. $\frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \cdots + \frac{1}{i^{50}}$ 의 값은?

① $-1 + i$

② $-1 - i$

③ 0

④ $1 + i$

⑤ $1 - i$

해설

$$\frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \cdots + \frac{1}{i^{50}}$$

$$\left(\frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \frac{1}{i^4}\right) + \left(\frac{1}{i^5} + \frac{1}{i^6} + \frac{1}{i^7} + \frac{1}{i^8}\right) + \cdots$$

$$+ \left(\frac{1}{i^{45}} + \frac{1}{i^{46}} + \frac{1}{i^{47}} + \frac{1}{i^{48}}\right) + \frac{1}{i^{49}} + \frac{1}{i^{50}}$$

$$= \left(\frac{1}{i} - 1 - \frac{1}{i} + 1\right) + \left(\frac{1}{i} - 1 - \frac{1}{i} + 1\right) + \cdots$$

$$+ \left(\frac{1}{i} - 1 - \frac{1}{i} + 1\right) + \frac{1}{i} - 1$$

$$= \frac{1}{i} - 1 = -i - 1$$

2. $x = \frac{1 + \sqrt{2}i}{3}$ 일 때, $9x^2 - 6x + 5$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$x = \frac{1 + \sqrt{2}i}{3} \text{ 이므로}$$

$$3x = 1 + \sqrt{2}i$$

$$3x - 1 = \sqrt{2}i$$

$$\text{양변을 제곱하면 } 9x^2 - 6x + 1 = -2$$

$$\therefore 9x^2 - 6x = -3$$

$$9x^2 - 6x + 5 \text{ 에서 } 9x^2 - 6x \text{ 가 } -3 \text{ 이므로 } -3 + 5 = 2$$

3. x 에 대한 이차방정식 $(k-1)x^2 + 2kx + k-1 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖기 위한 자연수 k 의 최솟값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

(i) 이차방정식이므로 x^2 의 계수는 $k-1 \neq 0$ 이어야 한다.
따라서 $k \neq 1$

(ii) 서로 다른 두 실근을 갖기 위해서는 판별식 $\frac{D}{4} > 0$ 이어야
하므로

$$\frac{D}{4} = k^2 - (k-1)^2 > 0, 2k-1 > 0$$

$$\therefore k > \frac{1}{2}$$

따라서 자연수 k 의 최솟값은 2이다.

4. 다음 이차함수 중 최댓값을 갖는 것은?

① $y = x^2 + x - 1$

② $y = \frac{1}{2}(x - 1)^2 + 1$

③ $y = \frac{1}{5}x^2 + 4$

④ $y = -x^2 - 2x + 1$

⑤ $y = \frac{3}{4}(x + 1)^2$

해설

이차항의 계수가 음수인 것을 찾는다.

5. $x(x-1)(x+1) - 6 = 0$ 의 세근을 구하면?

① 2, -1, -3

② -2, 1, -3

③ 2, 1, -3

④ -2, $-1 \pm \sqrt{2}i$

⑤ 2, $-1 \pm \sqrt{2}i$

해설

$$\text{준식} = x(x^2 - 1) - 6 = x^3 - x - 6 = 0$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & 0 & -1 & -6 \\ & & 2 & 4 & 6 \\ \hline & 1 & 2 & 3 & 0 \end{array}$$

$$(x-2)(x^2 + 2x + 3) = 0$$

$$\therefore x = 2, -1 \pm \sqrt{2}i$$

6. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - 3x + 2$ 로 나누었을 때의 나머지가 $x + 4$ 이고, $x^2 - 4x + 3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 $2x + 3$ 일 때, $f(x)$ 를 $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ 으로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라 하자. 이때 $R(10)$ 의 값은?

① 86

② 88

③ 90

④ 92

⑤ 94

해설

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + x + 4$$

$$\cdots f(1) = 5, f(2) = 6 \cdots \textcircled{\Gamma}$$

$$f(x) = (x-1)(x-3)P(x) + 2x + 3$$

$$\cdots f(1) = 5, f(3) = 9 \cdots \textcircled{\Delta}$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)Z(x) + R(x)$$

$$R(x) = ax^2 + bx + c \cdots \textcircled{\ominus}$$

$\textcircled{\Gamma}$, $\textcircled{\Delta}$ 를 $\textcircled{\ominus}$ 에 각각 대입하면,

$$a + b + c = 5, 4a + 2b + c = 6, 9a + 3b + c = 9$$

세식을 연립하여 풀면, $a = 1, b = -2, c = 6$

$$R(x) = x^2 - 2x + 6$$

$$\therefore R(10) = 86$$

7. 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - 4$ 로 나누었을 때의 나머지가 $-x + 4$ 이다. 다항식 $f(x + 1)$ 을 $x^2 + 2x - 3$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① $2x + 1$

② $-x + 3$

③ $x - 1$

④ $2x$

⑤ $2x - 3$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 4)P(x) - x + 4 \\ &= (x + 2)(x - 2)P(x) - x + 4 \end{aligned}$$

$$\therefore f(-2) = 6, f(2) = 2$$

$$\begin{aligned} f(x + 1) &= (x^2 + 2x - 3)Q(x) + ax + b \\ &= (x + 3)(x - 1)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

$$x = -3 \text{을 대입하면 } f(-2) = -3a + b = 6$$

$$x = 1 \text{을 대입하면 } f(2) = a + b = 2$$

$$\therefore a = -1, b = 3$$

따라서 나머지는 $-x + 3$

8. 자연수 n 에 대하여 다음 등식이 성립할 때, $x^2 - y^2$ 의 값은?

$$[(x+y)^n + (x-y)^n]^2 - [(x+y)^n - (x-y)^n]^2 = 4 \times 3^n$$

① 3

② 4

③ 6

④ 7

⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} & [(x+y)^n + (x-y)^n]^2 - [(x+y)^n - (x-y)^n]^2 \\ &= 4 \times 3^n \end{aligned}$$

$$4\{(x+y)(x-y)\}^n = 4 \times 3^n$$

$$4(x^2 - y^2)^n = 4 \times 3^n$$

$$\therefore x^2 - y^2 = 3$$

9. 합이 18 인 두 수가 있다. 이 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 17

② 65

③ 77

④ 81

⑤ 162

해설

두 수를 각각 x , $18 - x$ 라고 하면

$$y = x(18 - x)$$

$$= -x^2 + 18x$$

$$= -(x^2 - 18x + 81 - 81)$$

$$= -(x - 9)^2 + 81$$

$x = 9$ 일 때, 최댓값 81 을 갖는다.