

1. $(1+i)^{10}$ 의 값은?

① $10-i$

② $4i$

③ $8i$

④ $16i$

⑤ $32i$

해설

$$\begin{aligned}(1+i)^{10} &= \{(1+i)^2\}^5 = (1+2i+i^2)^5 \\ &= (2i)^5 = 2^5 \cdot i^5 = 32i\end{aligned}$$

2. x 에 대한 이차방정식 $(k-1)x^2 + 2kx + k-1 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖기 위한 자연수 k 의 최솟값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

(i) 이차방정식이므로 x^2 의 계수는 $k-1 \neq 0$ 이어야 한다.
따라서 $k \neq 1$

(ii) 서로 다른 두 실근을 갖기 위해서는 판별식 $\frac{D}{4} > 0$ 이어야

하므로

$$\frac{D}{4} = k^2 - (k-1)^2 > 0, \quad 2k-1 > 0$$

$$\therefore k > \frac{1}{2}$$

따라서 자연수 k 의 최솟값은 2이다.

3. 이차함수 $y = -2x^2 + 8x$ 의 최댓값을 구하면?

- ① 8 ② 4 ③ 2 ④ -2 ⑤ -4

해설

$$y = -2x^2 + 8x = -2(x-2)^2 + 8$$

$x = 2$ 일 때, 최댓값은 8 이다.

4. 다항식 $f(x)$ 를 $x-3, x-4$ 로 나눈 나머지가 각각 3, 2이고, 다항식 $f(x+1)$ 을 x^2-5x+6 으로 나눈 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(1)$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$f(3) = 3, f(4) = 2$$

$$R(x) = ax + b \text{라 하면}$$

$$f(x+1) = (x-2)(x-3)Q(x) + ax + b$$

$$x = 2 \text{ 대입,}$$

$$f(3) = 2a + b = 3$$

$$x = 3 \text{ 대입,}$$

$$f(4) = 3a + b = 2$$

$$a = -1, b = 5$$

$$R(x) = -x + 5,$$

$$R(1) = -1 + 5 = 4$$

5. x 의 다항식 $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눌 때, 나머지가 2이다. 이 때, $(x^2-x+3)f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눈 나머지를 구하면?

① 10 ② 6 ③ 0 ④ 30 ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} f(-1) &= 2 \\ (x^2-x+3)f(x) &= (x+1)Q(x) + R \\ x &= -1 \text{ 대입} \\ \therefore R &= 5f(-1) = 5 \times 2 = 10 \end{aligned}$$

6. 다음 중 이차함수 $y = x^2 - 2(a + b)x + ab$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은? (단, a, b 는 실수)
- ① 항상 x 축과 만난다.
 - ② 항상 x 축과 만나지 않는다.
 - ③ a, b 가 양의 실수일 때, x 축과 두 점에서 만난다.
 - ④ a, b 가 음의 실수일 때, x 축과 접한다.
 - ⑤ a, b 가 음이 아닌 실수일 때, x 축과 만나지 않는다.

해설

이차함수 $y = x^2 - 2(a + b)x + ab$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 개수는 이차방정식 $x^2 - 2(a + b)x + ab = 0$ 의 실근의 개수와 같다.

이차방정식 $x^2 - 2(a + b)x + ab = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\begin{aligned} \frac{D}{4} &= (a + b)^2 - ab = a^2 + ab + b^2 \\ &= \left(a + \frac{1}{2}b\right)^2 + \frac{3}{4}b^2 \geq 0 \end{aligned}$$

이므로 임의의 실수 a, b 에 대하여 항상 실근을 갖는다.
따라서, 이차함수 $y = x^2 - 2(a + b)x + ab$ 의 그래프는 항상 x 축과 만난다.

7. $x^2 + 2y^2 = 4$ 를 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $4x + 2y^2$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M + m$ 의 값은?

① -8

② -4

③ 0

④ 4

⑤ 8

해설

$$x^2 + 2y^2 = 4 \text{에서 } 2y^2 = 4 - x^2$$

이때, y 는 실수이므로 $2y^2 = 4 - x^2 \geq 0$

$$\therefore -2 \leq x \leq 2$$

$$4x + 2y^2 = 4x + 4 - x^2 = -(x - 2)^2 + 8$$

$$(-2 \leq x \leq 2)$$

따라서 $x = -2$ 일 때, 최솟값 $m = -8$ 이고,

$x = 2$ 일 때, 최댓값 $M = 8$ 이므로 $M + m = 0$