1. 수직선 위의 두 점 $\mathrm{A}(-3)$, $\mathrm{B}(a)$를 잇는 선분 AB에 대하여 $\overline{\mathrm{AB}} = 5$를 만족시키는 a의 값들의 합은?

① -6 ② -5 ③ 3 ④ 5 ⑤ 6

해설

수직선 위의 두 점 $\mathrm{A}(-3)$, $\mathrm{B}(a)$에 대하여
$\overline{\mathrm{AB}} = |a - (-3)|$ 이므로
$|a + 3| = 5$
$a + 3 = 5$ 또는 $a + 3 = -5$
$\therefore\ a = 2$ 또는 $a = -8$
따라서 a의 값들의 합은 -6 이다.

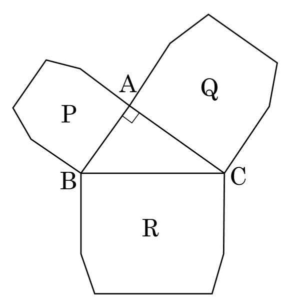
2. 두 점 $\mathrm{A}(-5,-1)$, $\mathrm{B}(4,-5)$에서 같은 거리에 있는 $y=-x$ 위에 있는 점의 좌표는?

① $\left(\frac{15}{26}, \frac{15}{26}\right)$ ② $\left(\frac{13}{26}, -\frac{13}{26}\right)$ ③ $\left(\frac{13}{26}, -\frac{15}{26}\right)$
④ $\left(\frac{15}{26}, -\frac{13}{26}\right)$ ⑤ $\left(\frac{15}{26}, -\frac{15}{26}\right)$

해설

구하는 점을 $\mathrm{P}(a,\ -a)$ 라 하면, ($\because\ y=-x$)
$\overline{\mathrm{PA}}=\overline{\mathrm{PB}} \Rightarrow\ \overline{\mathrm{PA}}^2=\overline{\mathrm{PB}}^2$
$(a+5)^2+(-a+1)^2=(a-4)^2+(-a+5)^2$
$a^2+10a+25+a^2-2a+1$
$=a^2-8a+16+a^2-10a+25$
$\Rightarrow\ 26a=15 \Rightarrow\ a=\frac{15}{26}$
$\therefore \mathrm{P}(a,-a)=\left(\frac{15}{26},-\frac{15}{26}\right)$

3. 다음 그림과 같이, 직각삼각형 ABC의 각 변을 한 변으로 하는 닮은 도형 P, Q, R가 있다. 도형 P, Q, R의 넓이를 각각 x, y, z라고 할 때, 다음 중 항상 성립하는 것은?



① $xy = z$　　② $x + y = z$

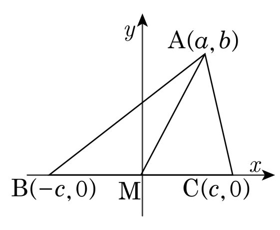
③ $x^2 + y^2 = z^2$　　④ $x^3 + y^3 = z^3$

⑤ 위에는 정답이 없다.

해설

도형 P, Q, R가 닮은 도형들이고 그들의 닮음비가 $\overline{AB} : \overline{AC} : \overline{BC}$이므로 도형 P, Q, R의 넓이의 비는 닮음비의 제곱인 $\overline{AB}^2 : \overline{AC}^2 : \overline{BC}^2$이 된다. 그런데 $\triangle ABC$는 직각삼각형이므로 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$
따라서, 도형 P, Q, R의 넓이를 각각 x, y, z라 하면 $x + y = z$

4. 다음은 $\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 변 BC 의 중점을 M 이라 할 때, $\overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{AC}}^2=2(\overline{\mathrm{AM}}^2+\overline{\mathrm{BM}}^2)$ 을 증명하는 과정이다.



직선 BC를 x축, 중점 M을 지나고 변 BC 에 수직인 직선을 y 축으로 잡고, 세 꼭짓점 A, B, C의 좌표를 각각 $\mathrm{A}(a,b)$, $\mathrm{B}(-c,0)$, $\mathrm{C}(c,0)$ 라 하면 $\overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{AC}}^2=(a+c)^2+b^2+(a-c)^2+b^2=$(가) 이고, $\overline{\mathrm{AM}}^2=a^2+b^2, \overline{\mathrm{BM}}^2=c^2$ 따라서 $\overline{\mathrm{AM}}^2+\overline{\mathrm{BM}}^2=$(나) $\therefore \overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{AC}}^2=$(다)$(\overline{\mathrm{AM}}^2+\overline{\mathrm{BM}}^2)$

위의 (가), (나), (다) 에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

① $a^2+b^2+c^2, a^2+b^2+c^2, 1$

② $2(a^2+b^2+c^2), 2(a^2+b^2+c^2), 1$

③ $2(a^2+b^2+c^2), a^2+b^2+c^2, 2$

④ $2(a^2+b^2+c^2), 2(a^2+b^2+c^2), 2$

⑤ $3(a^2+b^2+c^2), a^2+b^2+c^2, 3$

해설

$\mathrm{A}(a,b)$, $\mathrm{B}(-c,0)$, $\mathrm{C}(c,0)$ 이므로

$\overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{AC}}^2$

$=\{(-c-a)^2+(0-b)^2\}+\{(c-a)^2+(0-b)^2\}$

$=(c^2+2ca+a^2+b^2)+(c^2-2ca+a^2+b^2)$

$=2(a^2+b^2+c^2)$

$\overline{\mathrm{AM}}^2=a^2+b^2, \overline{\mathrm{BM}}^2=c^2$ 이므로

$\overline{\mathrm{AM}}^2+\overline{\mathrm{BM}}^2=a^2+b^2+c^2$

$\therefore \overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{AC}}^2=2\ (\overline{\mathrm{AM}}^2+\overline{\mathrm{BM}}^2)$