1. 수직선 위의 점 $\mathrm{A}(-2)$, $\mathrm{B}(-1)$, $\mathrm{C}(5)$ 가 있을 때, 두 점 사이의 거리 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{BC}}$ 를 구하면?

① $\overline{\mathrm{AB}}=2$, $\overline{\mathrm{BC}}=5$
② $\overline{\mathrm{AB}}=1$, $\overline{\mathrm{BC}}=5$
③ $\overline{\mathrm{AB}}=1$, $\overline{\mathrm{BC}}=6$
④ $\overline{\mathrm{AB}}=2$, $\overline{\mathrm{BC}}=6$
⑤ $\overline{\mathrm{AB}}=2$, $\overline{\mathrm{BC}}=4$

해설

$\overline{\mathrm{AB}}=-1-(-2)=1$
$\overline{\mathrm{BC}}=5-(-1)=6$

2. 두 점 $\mathrm{A}(3, -1), \mathrm{B}(a, -3)$에 대하여 $\overline{\mathrm{AB}} = 2$일 때, a의 값을 구하면?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$\overline{\mathrm{AB}}^2 = (a-3)^3 + (-3+1)^2 = 4$

$a^2 - 6a + 9 = 0$

$(a-3)^2 = 0$

$\therefore \quad a = 3$

3. 두 점 A $(-3, 2)$, B $(4, 5)$ 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P 의 좌표를 구하면?

① (0, 0)　② (1, 0)　③ (2, 0)
④ (3, 0)　⑤ (4, 0)

해설
$\mathrm{P}(x, 0)$ 이라 놓으면 두 점 사이의 거리의 공식에 의하여
$\sqrt{(x+3)^2+(2-0)^2} = \sqrt{(x-4)^2+(5-0)^2} \Rightarrow 14x = 28 \Rightarrow$
$x = 2$
$\therefore$ P $(2, 0)$

4. 두 점 $\mathrm{A}(-5,-1)$, $\mathrm{B}(4,-5)$에서 같은 거리에 있는 $y=-x$ 위에 있는 점의 좌표는?

① $\left(\frac{15}{26}, \frac{15}{26}\right)$ ② $\left(\frac{13}{26}, -\frac{13}{26}\right)$ ③ $\left(\frac{13}{26}, -\frac{15}{26}\right)$
④ $\left(\frac{15}{26}, -\frac{13}{26}\right)$ ⑤ $\left(\frac{15}{26}, -\frac{15}{26}\right)$

해설

구하는 점을 $\mathrm{P}(a,\ -a)$ 라 하면, $(\because\ y=-x)$

$\overline{\mathrm{PA}}=\overline{\mathrm{PB}} \Rightarrow\ \overline{\mathrm{PA}}^2=\overline{\mathrm{PB}}^2$

$(a+5)^2+(-a+1)^2=(a-4)^2+(-a+5)^2$

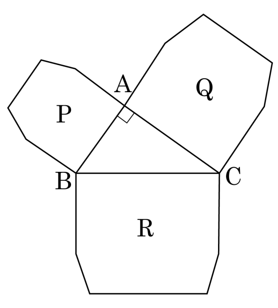
$a^2+10a+25+a^2-2a+1$

$=a^2-8a+16+a^2-10a+25$

$\Rightarrow\ 26a=15 \Rightarrow\ a=\frac{15}{26}$

$\therefore \mathrm{P}(a,-a)=\left(\frac{15}{26}, -\frac{15}{26}\right)$

5. 다음 그림과 같이, 직각삼각형 ABC의 각 변을 한 변으로 하는 닮은 도형 P, Q, R가 있다. 도형 P, Q, R의 넓이를 각각 x, y, z 라고 할 때, 다음 중 항상 성립하는 것은?



① $xy = z$

② $x + y = z$

③ $x^2 + y^2 = z^2$

④ $x^3 + y^3 = z^3$

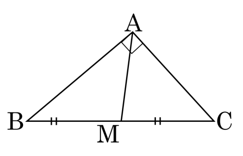
⑤ 위에는 정답이 없다.

해설

도형 P, Q, R 가 닮은 도형들이고 그들의 닮음비가 $\overline{AB} : \overline{AC} : \overline{BC}$ 이므로 도형 P, Q, R 의 넓이의 비는 닮음비의 제곱인 $\overline{AB}^2 : \overline{AC}^2 : \overline{BC}^2$ 이 된다. 그런데 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$

따라서, 도형 P, Q, R 의 넓이를 각각 x, y, z 라 하면 $x + y = z$

6. 다음은 $\angle A = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$을 증명한 것이다. 다음 그림과 같이 변 BC의 중점을 M이라 하면



$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \boxed{(가)}\left(\overline{BM}^2 + \boxed{(나)}^2\right)$

이 때, $\overline{BM} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이고,

$\boxed{(나)} = \boxed{(다)}\overline{BC}$ 이므로

$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \boxed{(가)}\left(\boxed{(라)}\overline{BC}^2\right)$
$= \overline{BC}^2$

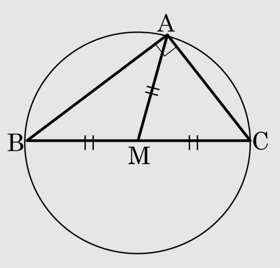
위의 증명에서 (가), (나), (다), (라)에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

① 3 , $2\overline{AM}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$
② 4 , $2\overline{AM}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$
③ 2 , $\overline{AM}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$
④ 2 , $\overline{AM}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$
⑤ $\frac{16}{5}$, $\overline{AM}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{16}$

해설

파푸스의 중선정리에 의해

$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \boxed{2}\left(\overline{BM}^2 + \boxed{\overline{AM}}^2\right)$



이 때, $\triangle ABC$는 $\angle A = 90°$인 직각삼각형이므로 점 A는 점 M을 중심으로 하고, 변 BC를 지름으로 하는 원 위의 점이다.

$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로 $\boxed{\overline{AM}} = \frac{1}{2}$

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2\left(\frac{\overline{BC}^2}{4} + \frac{\overline{BC}^2}{4}\right) = \boxed{2}\left(\boxed{\frac{1}{2}}\overline{BC}^2\right) = \overline{BC}^2$$