1. 직선 $y = -x + 1$ 의 기울기와 y 절편, x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

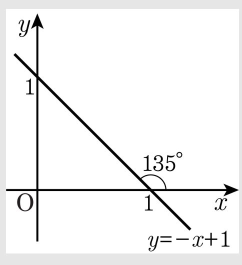
▷ 정답 : 기울기 -1

▷ 정답 : y 절편 1

▷ 정답 : x축의 양의 방향 $135°$

해설

기울기 -1, y 절편 1,
x 축의 양의 방향과
이루는 각 $135°$



2. 세 점 $A(-2, 9)$, $B(3, -1)$, $C(5, a)$가 일직선 위에 있을 때, 상수 a의 값은 얼마인가?

① -6 ② -5 ③ 2 ④ 9 ⑤ 13

해설

일직선 위에 있으려면 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 기울기가 같다.

$\overline{AB}$의 기울기는 $\dfrac{9-(-1)}{-2-3} = -2$ 이고

$\overline{BC}$의 기울기는 $\dfrac{a-(-1)}{5-3}$ 이다.

$\therefore\ a = -5$

3. $ac < 0,\ bc > 0$ 일 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 이 나타내는 직선이 지나지 않는 사분면을 구하여라.

▶ 답 : ________ 사분면

▷ 정답 : 제 2사분면

해설

$b \neq 0$ 이므로,

$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} \cdots$ ㉠

$ac < 0,\ bc > 0$ 에서 $ac \cdot bc < 0$

$\therefore\ abc^2 < 0$ 즉, $ab < 0$

$ab < 0$ 에서 기울기 $-\frac{a}{b} > 0$

$bc > 0$ 에서 y 절편 $-\frac{c}{b} < 0$

따라서 ㉠은 제 2 사분면을 지나지 않는다.

4. 다음 두 이차방정식 $x^2 - y^2 = 0$과 $x^2 - y^2 - 2x + 1 = 0$의 해의 개수는?

① 없다　　② 1 개　　③ 2 개

④ 4개　　⑤ 무수히 많다.

해설

$x^2 - y^2 = 0$ 에서 $(x+y)(x-y) = 0$

$\therefore x + y = 0$ 또는 $x - y = 0$

$x^2 - y^2 - 2x + 1 = 0$ 에서 $(x-1)^2 - y^2 = 0$

$(x+y-1)(x-y-1) = 0$

$\therefore x + y - 1 = 0$ 또는 $x - y - 1 = 0$

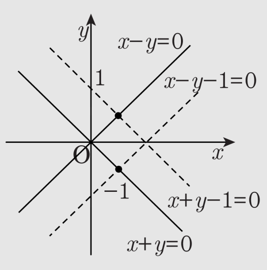
따라서, 다음 그림과 같이 $x^2 - y^2 = 0$ 는

두 직선 $x + y = 0$, $x - y = 0$

$x^2 - y^2 - 2x + 1 = 0$ 는 두 직선 $x + y - 1 = 0$, $x - y = 0$

위의 점이므로 다음 그림에서

교점의 개수는 2개



5. 두 직선 $ax-2y+2=0,\ 2x+by+c=0$이 점 $(2,\ 4)$에서 직교할 때, 다음 중 상수 a, b, c의 값으로 옳은 것은?

① $a=-3,\ b=3,\ c=-11$ ② $a=-3,\ b=3,\ c=-12$

③ $a=3,\ b=-3,\ c=-13$ ④ $a=3,\ b=3,\ c=-15$

⑤ $a=3,\ b=3,\ c=-16$

해설

(i) 두 직선이 직교하므로 기울기의 곱이 -1이다.

$$\Rightarrow \quad \frac{a}{2}\times\left(-\frac{2}{b}\right)=-1$$

$$\Rightarrow \quad a=b$$

(ii) 두 직선이 모두 점 $(2, 4)$를 지난다.

$$\Rightarrow \quad 2a-8+2=0,\quad 4+4b+c=0$$

(i), (ii) 를 연립하면, $a=3,\ b=3,\ c=-16$

6. 직선 $2x+4y+1=0$에 평행하고, 두 직선 $x-2y+10=0$, $x+3y-5=0$의 교점을 지나는 직선을 $y=ax+b$라 할 때 $2a+b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

직선 $2x+4y+1=0$의 기울기는

$y=-\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}$ 에서 $-\frac{1}{2}$

또, $x-2y+10=0$, $x+3y-5=0$을 연립하여 풀면

$x=-4,\ y=3$

$y-3=-\frac{1}{2}(x+4)$

$\therefore y=-\frac{1}{2}x+1$이므로

$a=-\frac{1}{2}$, $b=1$

$\therefore\ \ 2a+b=0$

7. 포물선 $x = y^2 + 1$ 위의 점 $(a,\ b)$와 직선 $x - y + 1 = 0$ 사이의 거리가 최소가 될 때, $4(a + b)$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$(a,\ b)$가 포물선 $x = y^2 + 1$ 위의 점이고,
또 점$(a,\ b)$와 직선 사이의 거리를 l이라 하면,

$a = b^2 + 1 \cdots\cdots$ ㉠

$l = \dfrac{|a - b + 1|}{\sqrt{2}} \cdots$ ㉡

㉠를 ㉡에 대입하면

$$l = \frac{|b^2 - b + 2|}{\sqrt{2}} = \frac{\left|\left(b - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}\right|}{\sqrt{2}}$$

$\therefore\ b = \dfrac{1}{2}$일 때 l이 최소가 된다.

따라서 $a + b = \dfrac{5}{4} + \dfrac{1}{2} = \dfrac{7}{4}$이므로

$\therefore\ 4(a + b) = 7$

8. 원점을 지나고, 점 (2, 1) 에서의 거리가 1 인 직선의 방정식은? (단, x 축은 제외)

① $y=\frac{2}{3}x$ ② $y=-\frac{2}{3}x$ ③ $y=\frac{1}{3}x$
④ $y=-\frac{4}{3}x$ ⑤ $y=\frac{4}{3}x$

해설

원점을 지나는 직선을
$y=kx(k\neq 0)$ 이라 하면,
(2, 1) 에서의 거리가 1 이므로
$\frac{|2k-1|}{\sqrt{k^2+1}}=1$, $|2k-1|=\sqrt{k^2+1}$, $k(3k-4)=0$
$k=\frac{4}{3}$ ($\because k\neq 0$)
$\therefore\ y=\frac{4}{3}x$

9. 좌표평면 위에서 원점과 직선 $x-y-3+k(x+y)=0$ 사이의 거리를 $f(k)$ 라 할 때, $f(k)$ 의 최댓값은? (단, k 는 상수이다.)

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ④ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

해설

$x-y-3+k(x+y)=0$ 에서

$(k+1)x+(k-1)y-3=0$

원점에서 이 직선까지의 거리

$f(k)=\frac{|-3|}{\sqrt{(k+1)^2+(k-1)^2}}$

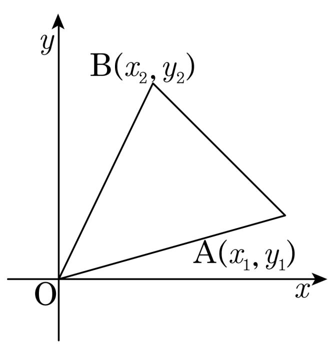
$=\frac{3}{\sqrt{2(k^2+1)}}$

따라서 $f(k)$ 는 분모가 최소일 때

최대가 되므로 $f(k)$ 의 최대값은

$k=0$ 일 때 $\frac{3}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

10. 원점 O(0, 0)와 두 점 A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)로 이루어진 삼각형 OAB의 넓이는?



① $\frac{1}{2}|x_1y_2 - x_2y_1|$ ② $\frac{1}{2}|x_1y_1 - x_2y_2|$ ③ $\frac{1}{2}|x_1y_1 + x_2y_2|$
④ $\frac{1}{2}|x_1x_2 - y_1y_2|$ ⑤ $\frac{1}{2}|x_1x_2 + y_1y_2|$

해설

$\overline{\text{OA}} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$

직선 OA의 방정식은 $y = \frac{y_1}{x_1}x$

$\therefore\ y_1x - x_1y = 0$

점 B(x_2, y_2)에서

직선 $y_1x - x_1y = 0$까지의 거리 h는

$\frac{|y_1x_2 - x_1y_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}}$이다.

$\therefore\ \triangle\text{OAB} = \frac{1}{2} \cdot \overline{\text{OA}} \cdot h$

$= \frac{1}{2}\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \cdot \frac{|y_1x_2 - x_1y_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}}$

$= \frac{1}{2}|x_1y_2 - x_2y_1|$

11. 두 이차함수 $y=-x^2+3$과 $y=x^2-4x+3$의 그래프의 꼭지점을 각각 A, B라 할 때, 직선 AB의 x절편은?

① $\frac{3}{2}$　② $\frac{4}{3}$　③ $\frac{2}{3}$　④ $\frac{1}{2}$　⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$y=-x^2+3$ 의 꼭지점은 $\mathrm{A}(0,3)$ 이고,
$y=x^2-4x+3=(x-2)^2-1$ 이므로 꼭지점은 $\mathrm{B}(2,-1)$ 이다.
이 때, 두 점 $\mathrm{A}(0,3)$,$\mathrm{B}(2,-1)$을 지나는
직선의 방정식은 $y=-2x+3$
따라서, x절편은 $0=-2x+3$에서
$x=\frac{3}{2}$ 이므로 $\frac{3}{2}$ 이다.

12. 어떤 시험 결과, 최저점은 25 점, 최고점은 160 점이었다. 이 점수를 환산식 $y = ax + b$ 에 의하여 최저점을 10 점, 최고점을 100 점으로 고치려고 한다. 처음의 100 점은 나중의 몇 점으로 환산되겠는가?

① 30 ② 40 ③ 50 ④ 60 ⑤ 70

해설

$25a + b = 10$, $160a + b = 100$ 이므로 두 식을 연립한다.

$\Rightarrow \quad a = \frac{2}{3} \quad b = -\frac{20}{3}$

$\therefore$ 100 점을 환산하면, $\frac{2}{3} \times 100 - \frac{20}{3} = 60$

13. 다음은 직선 $x+ay+b=0$이 제 1, 3, 4사분면을 지날 때, ab의 부호를 조사하는 과정이다.

$a=0$이면 주어진 직선이 제 1, 3, 4사분면을 지날 수 없으므로 $a \neq 0$이다. 이 때, 직선 $y=-\frac{1}{a}x-\frac{b}{a}$에서 (기울기) (ㄱ) 0 ($y$ 절편) (ㄴ) 0 a (ㄷ) 0 b (ㄹ) 0 이므로 따라서 ab (ㅁ) 0

위의 (ㄱ) ~(ㅁ) 의 부호가 옳지 <u>않은</u> 것은?

① (ㄱ): $>$　② (ㄴ) : $<$　③ (ㄷ) : $<$
④ (ㄹ) : $<$　⑤ (ㅁ) : $<$

해설

직선 $y=-\frac{1}{a}x-\frac{b}{a}$ 의 그래프가
제 1, 3, 4 사분면을 지나려면
기울기는 양수, y 절편은 음수이어야 한다.
(기울기)$=-\frac{1}{a}>0$
(y 절편)$=-\frac{b}{a}<0$
$a<0,\ b<0$이므로 $ab>0$

14. $ab < 0$, $bc < 0$ 일 때, 직선 $ax + by + c = 0$ 이 지나지 않는 사분면을 구하면?

① 제1 사분면 ② 제2, 3 사분면 ③ 제4 사분면
④ 제3 사분면 ⑤ 제3, 4 사분면

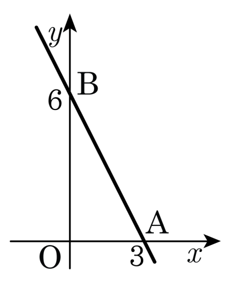
해설

$ax + by + c = 0 \Rightarrow \quad y = -\dfrac{a}{b}x - \dfrac{c}{b}$

$ab < 0$, $bc < 0$ 이므로 기울기는 양수, y 절편은 양수이다.

$\therefore$ 제4 분면은 지나지 않는다.

15. x축, y축 및 직선 $y = -2x + 6$으로 둘러싸인 $\triangle$OAB의 넓이를 3등분하고, 원점을 지나는 두 직선의 방정식은 $y = ax$와 $y = bx$이다. 이 때, $a + b$의 값은?



① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

원점을 지나며 $\triangle$OAB의 넓이를 3등분하는 직선은
$\overline{\mathrm{AB}}$를 $1:2$로 내분하는 점과
$2:1$로 내분하는 점 $(2,\ 2)$와 $(1,\ 4)$를 각각 지난다.
두 점 $(0,\ 0),\ (2,\ 2)$를 지나는 직선의 방정식은 $y = x$이고,
두 점 $(0,\ 0),\ (1,\ 4)$를 지나는 직선의 방정식은 $y = 4x$이다.
그러므로 $a + b = 1 + 4 = 5$

16. 세 점 $\mathrm{A}(2,\ 2)$, $\mathrm{B}(4,\ -3)$, $\mathrm{C}(2,\ 3)$에서 점 A를 지나고 $\triangle\mathrm{ABC}$의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식은?

① $y = 2x + 6$　② $y = 2x - 6$　③ $y = -2x + 6$
④ $y = -2x - 6$　⑤ $y = -x + 6$

해설

중선은 삼각형의 면적을 이등분하므로
BC의 중점 M을 구하면 $(3,\ 0)$이다.
따라서, $\mathrm{A}(2,\ 2)$와 $\mathrm{M}(3,\ 0)$을 지나는
직선의 방정식을 구하면
$y - 2 = \dfrac{0-2}{3-2}(x-2),\ y - 2 = -2(x-2)$
$\therefore\ y = -2x + 6$

17. 세 점 $A(-1,\ -1)$, $B(3,\ -5)$, $C(1,\ 7)$을 꼭지점으로 하는 삼각형 ABC에 대하여, 점 A를 지나고 삼각형 ABC의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식을 $y = mx + n$이라 할 때, $m + n$의 값은?

① $\frac{1}{6}$　② $\frac{1}{3}$　③ $\frac{1}{2}$　④ 1　⑤ 2

해설

점 A를 지나고 삼각형 ABC의 넓이를
이등분하는 직선은 변 BC의 중점 $M(2,\ 1)$을 지난다.
따라서 구하는 직선은 두 점 $A(-1,\ -1)$, $M(2,\ 1)$을 지나므로
구하는 직선의 방정식은

$$y-(-1) = \frac{1-(-1)}{2-(-1)}\{x-(-1)\}$$

$$\therefore\ y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$$

$$\therefore\ m+n = \frac{1}{3}$$

18. 정점 A(1, 2)와 직선 $3x-4y-5=0$ 위의 점을 연결하는 선분의 중점의 자취의 방정식은?

① $3x+4y=0$　② $x-2y+5=0$　③ $3x-4y=0$

④ $x+2y+5=0$　⑤ $x-2y-5=0$

해설

$3x-4y-5=0$ 위의 임의의 점을 $\mathrm{P}(a,\ b)$라 하면

$3a-4b-5=0 \cdots$ ㉠

$\overline{\mathrm{AP}}$의 중점을 $(X,\ Y)$라 하면

$X=\dfrac{1+a}{2}$, $Y=\dfrac{2+b}{2}$

$\therefore a=2X-1,\ b=2Y-2$

이것을 ㉠에 대입하면

$3(2X-1)-4(2Y-2)-5=0$

$\therefore 6X-8Y=0$

$\therefore 3x-4y=0$

19. 점 $\mathrm{P}(a,\ b)$가 직선 $y=-x+2$ 위를 움직일 때 점 $\mathrm{Q}(a-b,\ a+b)$의 자취가 나타내는 도형의 방정식을 구하면?

① $x=1$　② $y=2$　③ $x+y=2$
④ $x-y=-4$　⑤ $x+y=0$

해설

$\mathrm{P}(a,\ b)$가 $y=-x+2$ 위의 점이므로
$b=-a+2\ \cdots$ ㉠
$\mathrm{Q}(a-b,\ a+b)=(x,\ y)$라 하면,
$a-b=x\ ,\ a+b=y$
$\therefore a=\dfrac{x+y}{2}\ ,\ b=\dfrac{y-x}{2}$
㉠ 에 대입하면 $\dfrac{y-x}{2}=-\dfrac{x+y}{2}+2$
$\therefore y-x=-(x+y)+4$
$\therefore y=2$

20. 두 점 A$(3,\ 2)$, B$(a,\ b)$ 를 지나는 직선의 기울기가 2 이고, 이 직선과 직선 $x+2y-3=0$ 의 교점은 선분 AB 를 $2:1$ 로 내분하는 점이다. 이 때, $3a+b$ 의 값은?

① 3　　② 5　　③ 7　　④ 9　　⑤ 10

해설

직선 AB 의 기울기는 2 이므로

$\dfrac{b-2}{a-3}=2,\ b-2=2(a-3),\ b=2a-4\cdots$ ㉠

$\overline{\mathrm{AB}}$를 $2:1$ 로 내분하는 점은

$\left(\dfrac{2a+1\cdot3}{2+1},\ \dfrac{2b+1\cdot2}{2+1}\right)=\left(\dfrac{2a+3}{3},\ \dfrac{2b+2}{3}\right)$ 이고,

이 점은 직선 $x+2y-3=0$ 위에 있으므로

$\dfrac{2a+3}{3}+2\cdot\dfrac{2b+2}{3}-3=0$

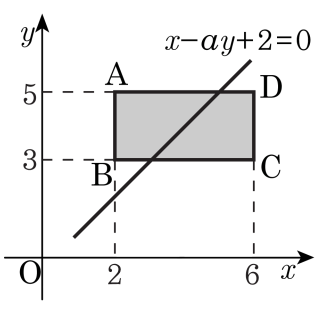
$\therefore\ a+2b-1=0\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=\dfrac{9}{5},\ b=-\dfrac{2}{5}$ 이다.

$\therefore\ 3a+b=5$

21. 다음 그림에서 □ABCD 의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식이 $x-ay+2=0$ 일 때, 상수 a 의 값은?



① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

해설

직사각형의 넓이를 이등분하려면 직사각형의 대각선의 교점을 지나야 한다.

두 대각선의 교점의 좌표는 $\left(\frac{2+6}{2},\ \frac{3+5}{2}\right)$

즉 $(4,4)$ 이다.
직선 $x-ay+2=0$ 이 점 $(4,4)$ 를 지나야 한다.
따라서 $(4,4)$ 를 대입하면 $4-4a+2=0$

$\therefore\ a=\frac{3}{2}$

22. 다음 도형의 방정식이 나타내는 세 도형이 서로 만나 삼각형을 이루고, 이 삼각형이 x 축에 아래쪽좌표평면에 놓이는 부분이 없을 때, a 의 값의 범위를 구하면? (단,$a > 0,\ a \neq 1$)

$y = ax, \quad y = -ax, \quad y = x + a$

① $a > \frac{1}{3}$ ② $a > \frac{2}{3}$ ③ $a > \frac{1}{2}$ ④ $a > 1$ ⑤ $a > \frac{3}{2}$

해설

세 직선의 방정식의 교점을 각각구하면,

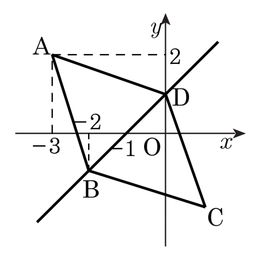
$\Rightarrow \quad (0,0), \ \left(-\frac{a}{a+1}, \frac{a^2}{a+1}\right), \left(\frac{a}{a-1}, \frac{a^2}{a-1}\right)$

x 축 아래로 놓이는 부분이 없으려면,

교점의 y 좌표가 0 보다 크거나 같아야 한다.

$a+1 > 0, \quad a-1 > 0 \qquad \Rightarrow \quad a > 1$

23. 다음 그림에서 점 B 와 점 D 를 지나는 직선의 x 절편이 -1 이고 $\mathrm{A}(-3,\ 2)$ 일 때, 마름모 ABCD 의 넓이를 구하면?



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

대각선 BD 의 중점은 $\mathrm{M}(-1,\ 0)$, 사각형 ABCD 가 마름모이므로

$\overline{\mathrm{AM}} \perp \overline{\mathrm{BD}}$,

$\overline{\mathrm{AM}}$ 의 기울기가 -1 이므로

$\overline{\mathrm{BD}}$ 의 기울기는 1,

점 B와 점 D의 y값을 a, b라 하면

$b-a=2,\ \dfrac{a+b}{2}=0$ 이므로 $a=-1,\ b=1$ 이다.

$\therefore\ \mathrm{D}(0,\ 1)$

$\overline{\mathrm{AM}}=2\sqrt{2},\ \overline{\mathrm{MD}}=\sqrt{2}$ 이므로

마름모 ABCD 의 넓이는

$4\left(\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times\sqrt{2}\right)=8$

24. 점 $(a,\ b)$가 $3x+2y=6$ 위를 움직일 때, 직선 $2bx-ay=1$이 항상 지나는 정점의 좌표는?

① $\left(\frac{1}{6},\frac{1}{2}\right)$ ② $\left(\frac{1}{3},-\frac{1}{2}\right)$ ③ $\left(-\frac{1}{6},-\frac{1}{2}\right)$
④ $\left(\frac{1}{6},-\frac{1}{2}\right)$ ⑤ $\left(\frac{1}{6},-1\right)$

해설

$(a,\ b)$가 $3x+2y=6$ 위를 움직이므로
$3a+2b=6$
$\therefore\ b=3-\frac{3}{2}a\cdots$ ㉠
㉠을 $2bx-ay=1$에 대입하면
$2\left(3-\frac{3}{2}a\right)x-ay=1$
$(6-3a)x-ay=1$
$(6x-1)-(3x+y)a=0$
$\therefore\ 6x-1=0,\ 3x+y=0$
$x=\frac{1}{6},\ \ y=-\frac{1}{2}$
$\therefore\ \left(\frac{1}{6},-\frac{1}{2}\right)$

25. 좌표평면 위의 점 $A(-1,\ 0)$ 을 지나는 직선 l 이 있다. 점 $B(0,\ 2)$ 에서 직선 l 에 이르는 거리가 $\sqrt{5}$ 일 때, 직선 l 의 기울기는?

① $-\frac{1}{2}$　　② $-\frac{1}{3}$　　③ $\frac{1}{3}$　　④ $\frac{1}{2}$　　⑤ 1

해설

직선 l 의 기울기를 m 이라 하면 $y = m(x+1)$

$\therefore\ mx - y + m = 0$

점 $B(0,\ 2)$ 에서

직선 l 까지의 거리는 $\frac{|-2+m|}{\sqrt{m^2+1}} = \sqrt{5}$

양변을 제곱하여 정리하면

$4m^2 + 4m + 1 = 0$

$(2m+1)^2 = 0$

$\therefore\ m = -\frac{1}{2}$

26. 좌표평면 위의 원점에서 직선$3x-y+2-k(x+y)=0$ 까지의 거리의 최대값은?(단, k 는 실수)

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\sqrt{2}$

해설

원점 O 에서 직선 $(3-k)x-(1+k)y+2=0$ 까지의 거리는

$$\frac{|2|}{\sqrt{(3-k)^2+(1+k)^2}}=\frac{2}{\sqrt{2k^2-4k+10}}$$

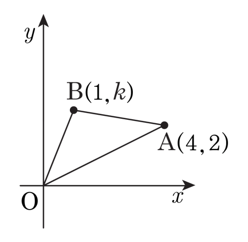
거리가 최대가 되려면 분모가 최소일 때이다.

$2k^2-4k+10=2(k-1)^2+8\geq 8$ 이므로

$$\frac{2}{\sqrt{2k^2-4k+10}}\leq\frac{2}{\sqrt{8}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\therefore$ 최대값 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

27. 다음 그림과 같이 O(0,0), A(4,2), B(1,k)를 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB 의 넓이가 4 일 때, 양수 k 의 값은?



① 2　② $\frac{5}{2}$　③ 3
④ $\frac{7}{2}$　⑤ 4

해설

직선 OA 의 방정식은 $x-2y=0$ 이다.
점 B(1, k) 에서 직선 $x-2y=0$ 까지의 거리

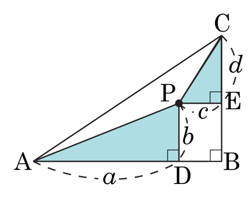
h 는 $h=\frac{|1\times1-2\times k|}{\sqrt{1+4}}=\frac{|1-2k|}{\sqrt{5}}$

$\therefore\ \overline{OA}=2\sqrt{5}$

$\triangle OAB=\frac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times\frac{|1-2k|}{\sqrt{5}}=4$

$\therefore\ k=\frac{5}{2}\ (\because k>0)$

28. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 가 있다. 삼각형의 내부에 한 점 P를 잡고, 점 P 에서 선분 AB, BC 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 한다. $\overline{AD} = a$, $\overline{DP} = b$, $\overline{PE} = c$, $\overline{EC} = d$ 라 할 때, 옳은 내용을 <보기> 에서 모두 고른 것은?



보기

㉠ $\dfrac{b}{a} < \dfrac{d}{c}$	㉡ $\dfrac{b}{a} < \dfrac{b+d}{a+c}$	㉢ $\dfrac{b+d}{a+c} < \dfrac{d}{c}$

① ㉠　② ㉠, ㉡　③ ㉠, ㉢
④ ㉡, ㉢　⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

선분 AP 의 기울기는 $\dfrac{b}{a}$,

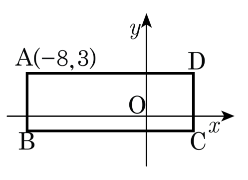
선분 PC 의 기울기는 $\dfrac{d}{c}$,

선분 AC 의 기울기는 $\dfrac{b+d}{a+c}$ 이므로

$\dfrac{b}{a} < \dfrac{b+d}{a+c} < \dfrac{d}{c}$ 가 성립한다.

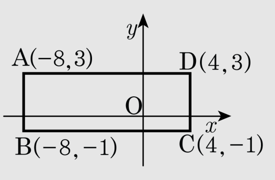
따라서 옳은 내용은 ㉠, ㉡, ㉢이다.

29. 그림과 같이 좌표평면 위의 네 점 A(−8, 3), B, C, D를 꼭지점으로 하는 직사각형의 둘레의 길이는 32이고, 가로의 길이는 세로 길이의 세 배일 때, 점 B 와 D 를 지나는 직선의 방정식은? (단, 각 변은 축에 평행하다.)



① $y = \frac{1}{3}x + \frac{3}{4}$　② $y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$　③ $y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$
④ $y = \frac{1}{4}x + \frac{4}{3}$　⑤ $y = \frac{1}{4}x + \frac{5}{3}$

해설

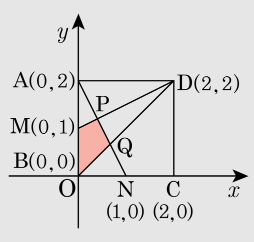


세로의 길이가 a라 하면 가로의 길이는 $3a$이다.
$8a = 32$에서 $a = 4$
가로의 길이는 12, 세로의 길이는 4이므로
D(4,3)이고, 기울기는 $\frac{1}{3}$이다.
따라서 직선의 방정식은 $y = \frac{1}{3}(x-4)+3$
따라서 $y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$

30. 한 변의 길이가 2인 정사각형 ABCD에서 두변 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 중점을 각각 M, N이고, P, Q를 각각 $\overline{AN}$, $\overline{DM}$ 과 $\overline{AN}$, $\overline{DB}$의 교점이라 할 때, 사각형 BMPQ의 넓이는?

① $\frac{7}{15}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{9}{16}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

해설



좌표를 이용하여
A(0, 2), B(0, 0), C(2, 0), D(2, 2)라고 표시하면,
M(0, 1), N(1, 0)이고, 직선 BQ, PQ, MP의 방정식은
각각 $y=x$, $y=-2x+2$, $y=\frac{1}{2}x+1$

따라서 $P\left(\frac{2}{5}, \frac{6}{5}\right)$, $Q\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$이므로

$\square$ BMPQ $=\triangle$ ABN $-\triangle$ AMP $-\triangle$ BNQ

$=\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 2-\frac{1}{2}\cdot 1\cdot\frac{2}{5}-\frac{1}{2}\cdot 1\cdot\frac{2}{3}=\frac{7}{15}$

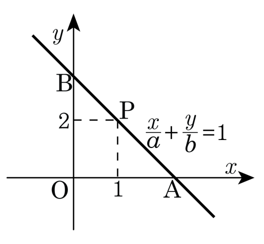
31. 점 $\mathrm{P}(3, 2)$를 지나며 기울기가 음수인 임의의 직선이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, $\overline{\mathrm{OA}} + \overline{\mathrm{OB}}$의 최솟값을 구하면?(단, O 는 원점)

① $6 + 2\sqrt{6}$　② $5 + 2\sqrt{6}$　③ $4 + 2\sqrt{6}$
④ $3 + 2\sqrt{6}$　⑤ $2 + 2\sqrt{6}$

해설

$a > 0$ 일때 음의 직선이므로, $y = -ax + b$
$(3,\ 2)$ 를 지나므로 $2 = -3a + b,\quad b = 3a + 2$
x 축과의 교점 :
$$0 = -a \cdot x + b,\quad ax = b,\quad x = \frac{b}{a} = \frac{3a+2}{a} = 3 + \frac{2}{a}$$
$$\therefore\ \mathrm{A}\left(3 + \frac{2}{\mathrm{a}},\ 0\right)$$
y 축과의 교점: $y = b = 3a + 2$
$\therefore\ \mathrm{B}(0,\ 3a + 2)$
$$\therefore\ \overline{\mathrm{OA}} + \overline{\mathrm{OB}} = 3 + \frac{2}{a} + 3a + 2 \geq 5 + 2 \cdot \sqrt{6}$$
($\because\ a > 0$이기에 산술기하 성립)
따라서 구하는 최솟값은 $\therefore 5 + 2\sqrt{6}$

32. 좌표평면 위의 점 P$(1,2)$ 를 지나는 직선 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1(a>0, b>0)$ 이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B 라 할 때, $\triangle$OAB 의 넓이의 최솟값은?



① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ 의 점 $(1,2)$ 를 지나므로

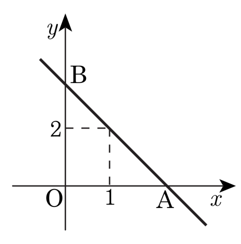
$\frac{1}{a}+\frac{2}{b}=1$ 산술기하조건을 사용하면

$\frac{1}{a}+\frac{2}{b} \geq 2\sqrt{\frac{1}{a} \times \frac{2}{b}}$

$\Rightarrow \quad ab \geq 8$

$\triangle$OAB 의 넓이는 $\frac{1}{2}ab$ 이므로 넓이의 최솟값 : 4

33. 평면위의 점 $(1,\ 2)$ 를 지나는 직선과 x축, y축과의 교점을 각각 A, B 라고 하고 원점을 O라 할 때, 삼각형 OAB 의 넓이의 최솟값은?



① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$\mathrm{A}(a,\ 0),\ \ \mathrm{B}(0,\ b)$ 이라 하면

$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ 이 점 $(1,\ 2)$ 를 지나므로

$\frac{1}{a}+\frac{2}{b}=1$ 이다.

$\frac{1}{a}+\frac{2}{b}\geq 2\sqrt{\frac{2}{ab}}$ 에서 $(a>0, b>0$산술기하$)$

$2\sqrt{\frac{2}{ab}}\leq 1$

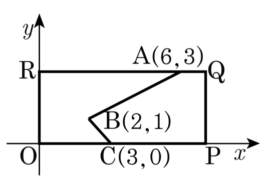
$\Rightarrow\ \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{ab}}\leq\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{2}{ab}\leq\frac{1}{4}$

$\Rightarrow\ \frac{ab}{2}\geq 4\ \therefore ab\geq 8$ 이다.

여기서 $\triangle\mathrm{OAB}$ 의 넓이는 $\frac{1}{2}ab\geq 4$ 이므로

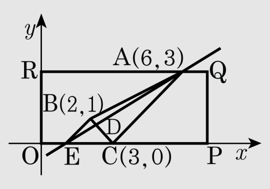
최솟값은 4 이다.

34. $\overline{\mathrm{AB}}$와 $\overline{\mathrm{BC}}$는 직사각형 OPQR을 두 부분으로 나누는 경계선이다. 이 경계선을 두 부분의 넓이의 변화 없이 점 A를 지나는 직선으로 바꿀 때, 이 직선의 기울기는?



① $\frac{1}{3}$　② $\frac{1}{2}$　③ $\frac{3}{5}$　④ $\frac{3}{4}$　⑤ $\frac{5}{6}$

해설



$\overline{\mathrm{AC}}$와 평행한 보조선 $\overline{\mathrm{BE}}$를 긋는다.
$\overline{\mathrm{AC}}\ //\overline{\mathrm{BE}}$이므로 $\triangle\mathrm{ABC}=\triangle\mathrm{AEC}$,
$\triangle\mathrm{ABD}=\triangle\mathrm{CDE}$
따라서 $\overline{\mathrm{AE}}$가 직선 경계임을 알 수 있다.
(직선 AC의 기울기)= (직선 BE의 기울기)= 1
점 B(2, 1)을 지나고 기울기 1인 직선의 방정식은
$y=x-1$이고 E(1, 0)임을 알 수 있다.
$\therefore$ (직선 AE 의 기울기)= $\frac{3}{5}$

35. 좌표평면 위에서 $x^2 + 2xy + 2y^2 - 4x - ky + 5 = 0$이 두 개의 직선을 나타낼 수 있도록 하는 k의 값을 구하면? (단, $k < 5$)

① -2　　② -1　　③ 1　　④ 2　　⑤ 4

해설

x에 관해서 정리하면, $x^2 + 2(y-2)x + 2y^2 - ky - 5 = 0 \cdots$ ㉠

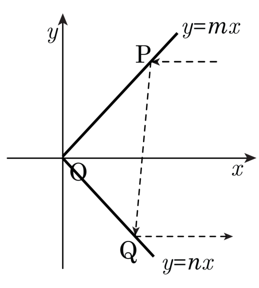
㉠이 두 일차식의 곱으로 나타내어지므로

$\mathrm{D}/4 = (y-2)^2 - (2y^2 - ky + 5)$

$= -y^2 + (k-4)y - 1$이 완전제곱식이 되어야 한다.

$\therefore \mathrm{D} = (k-4)^2 - 4 = 0$에서 $k = 2$

36. 다음 그림과 같이 x 축의 양의 방향에서 x 축에 평행하게 들어온 빛이 직선 $y = mx$ $(m > 0,\ x > 0)$ 로 표시되는 거울 위의 점 P 에서 반사되고 또한 이 빛은 직선 $y = nx(n < 0,\ x > 0)$ 로 표시되는 거울 위의 점 Q 에서 반사된 후 다시 x 축과 평행하게 진행한다고 할 때, $m \times n$ 의 값을 구하면?

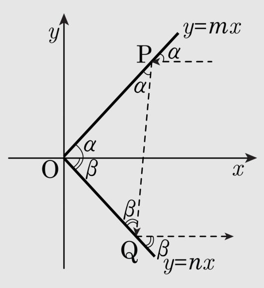


▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

다음 그림에서 입사각과 반사각이 같고 빛이 x 축에 평행하게 들어와서 x 축에 평행하게 반사되어 나가므로
$2\alpha + 2\beta = 180°$
따라서, $\alpha + \beta = 90°$
즉, 두 직선 $y = mx$ 와 $y = nx$ 는 수직이므로 $mn = -1$

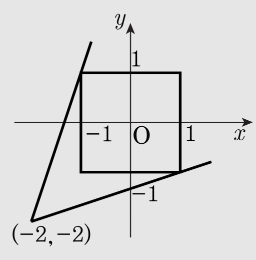


37. $|x+y|+|x-y|=2,\ kx-y+2k-2=0$을 동시에 만족하는 실수 $x,\ y$가 존재할 때, 실수 k의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하면, $M+m$의 값은?

① 3　　② $\frac{10}{3}$　　③ $\frac{11}{3}$　　④ 4　　⑤ 5

해설

$|\ x+y\ |+|\ x-y\ |=2$ 을 좌표평면 위에 나타내면 다음 그림과 같다.　한편, $kx-y+2k-2=0$ 은 k 에 관하여 정리하면



$k(x+2)-(y+2)=0$ 이므로 k 의 값에 관계없이 항상 $(-2,-2)$ 를 지나는 직선이다.

두 도형을 동시에 만족하는 실수 $x,\ y$ 가 존재해야 하므로 두 그래프가 만나야 한다.

따라서 k 는 이 직선의 기울기 이므로

직선이 점$(-1,1)$ 을 지날 때, k 는 최대이고

점 $(1,-1)$ 을 지날 때 k 는 최소이다.

$M=3,\ m=\frac{1}{3}$

$\therefore M+m=3+\frac{1}{3}=\frac{10}{3}$

38. 임의의 실수 k에 대하여 $(x+2y-5)+k(x-y+1)=0$으로 나타내어지는 직선 l이 있다. 두 점 $\mathrm{A}(5,\ -11)$, $\mathrm{B}(-4,\ 7)$을 잇는 선분 AB 위의 점으로서 직선 l과의 교점이 될 수 없는 점의 좌표는 $(a,\ b)$이다. 이 때, $a+2b$를 구하면?

① -3　② -2　③ -1　④ 0　⑤ 1

해설

$l\ :\ (x+2y-5)+k\cdot(x-y+1)=0$

점 A와 B를 지나는 직선의 방정식 기울기는

$\dfrac{-11-7}{5+4}=\ -2$

$y=-2(x-5)-11\ =-2x-1\ \cdots$ ㉠

$\therefore\ 2x+y+1=0$

선분 AB의 경우 $-4\le x\le 5$에서만 만족

l직선에 ㉠을 대입하면

$(x-4x-2-5)+k(x+2x+1+1)=0$

$(-3x-7)+k(3x+2)=0$

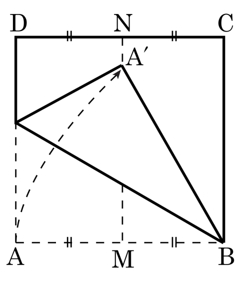
임의의 상수 k에 대해서 등식을 만족해야하므로

$x=-\dfrac{2}{3}$일 때 조건에 위배된다.

$y=-2\cdot\left(-\dfrac{2}{3}\right)-1=\dfrac{1}{3}$

$a+2b=\left(-\dfrac{2}{3}\right)+2\cdot\left(\dfrac{1}{3}\right)=0$

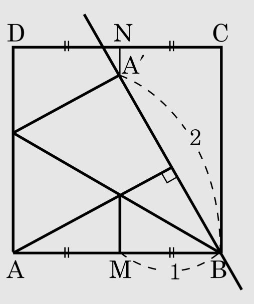
39. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 2 인 정사각형 모양의 종이를 꼭지점 A 가 선분 MN 위에 놓이도록 접었을 때, 점 A 가 선분 MN 과 만나는 점을 A′ 이라 하자. 이 때, 점 A 와 직선 A′B 사이의 거리는? (단, M 은 선분 AB 의 중점, N 은선분 CD 의 중점이다.)



① $\sqrt{2}$　② $\frac{3}{2}$　③ $\sqrt{3}$　④ 2　⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

해설

정사각형 ABCD 를 좌표평면 위에 놓자. 점 M 을 원점으로 하고 직선 AB 를 x 축 위에 잡으면



$\overline{AM} = \overline{MB} = 1$ 이므로

$A(-1,\ 0),\ B(1,\ 0)$

$\overline{A'B} = \overline{AB} = 2$, $A'(0,\ \sqrt{3})$ 이다.

직선 A′B 의 방정식은 $\sqrt{3}x + y - \sqrt{3} = 0$ 이므로,

점 A 에서 직선 A′B 사이의 거리는

$$\frac{\left|-\sqrt{3}-\sqrt{3}\right|}{\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2+1^2}} = \sqrt{3}$$

40. 좌표평면 위의 직선 $l : 2x-3y+2=0$ 에 대하여 다음 세 조건을 만족시키는 직선 l' 의 방정식은?

> i. l 과 l' 은 만나지 않는다.
> ii. 직선 l 에 수직인 직선이 l, l' 과 만나는 점을 각각 A, B 라고 하면 $\overline{AB}=\sqrt{13}$ 이다.
> iii. l' 의 y 절편은 l 의 y 절편보다 작다.

① $2x-3y+15=0$　　② $2x-3y-13=0$
③ $2x-3y-11=0$　　④ $3x+2y+11=0$
⑤ $3x+2y+13=0$

해설

i. l 과 l' 은 만나지 않으므로 서로 평행하다.
서로 평행하면 기울기가 같으므로
$l' : 2x-3y+c=0$ 으로 놓을 수 있다.

ii. $\overline{AB}=\sqrt{13}$ 은
평행한 두 직선 l 과 l' 사이의 거리가 $\sqrt{13}$ 임을 뜻하므로
직선 l 위의 한 점 $(-1,\ 0)$ 에서 직선 l' 에 이르는 거리가 $\sqrt{13}$ 이다.

즉, $\dfrac{|-2+c|}{\sqrt{2^2+(-3)^2}}=\sqrt{13}$, $|-2+c|=13$

$-2+c=\pm 13$　$\therefore\ c=15$ 또는 $c=-11$

$\therefore\ l' : 2x-3y+15=0$ 또는 $l' : 2x-3y-11=0$

iii. l' 의 y 절편 $5, -\dfrac{11}{3}$ 중에서
l 의 y 절편 $\dfrac{2}{3}$ 보다 작은 것은
$-\dfrac{11}{3}$ 이므로 구하는 직선
l' 의 방정식은 $l' : 2x-3y-11=0$

41. 방정식 $15x^2-6xy-10x+4y=0$ 은 두 직선을 나타낸다. 이 두 직선의 교점을 지나는 직선 중에서 원점으로부터의 거리가 최대인 것은?

① $3x-2=0$　　② $x+3=0$

③ $5x-2y=0$　　④ $4x-3y+6=0$

⑤ $6x+15y-29=0$

해설

준 식을 인수분해하면,$(3x-2)(5x-2y)=0$ $3x-2=0,\ 5x-2y=0$

이므로 이 두 직선의 교점은 $A\left(\frac{2}{3},\ \frac{5}{3}\right)$ 이다.

이 두 직선의 교점을 지나는 직선과 원점 사이의 거리가 최대일 때는

교점 $A\left(\frac{2}{3},\ \frac{5}{3}\right)$ 가 원점에서 직선에 내린 수선의 발일 때이므로

($\overline{OA}$ 의 기울기)$=\frac{5}{2}$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$y-\frac{5}{3}=-\frac{2}{5}\left(x-\frac{2}{3}\right)$$

$\therefore\ \ 6x+15y-29=0$

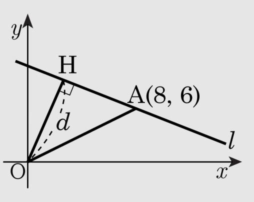
42. 좌표평면 위에서 점 $A(8,\ 6)$ 을 지나는 임의의 직선과 원점사이의 거리의 최댓값은?

① 6　　② 8　　③ 10　　④ 12　　⑤ 14

해설

점 $A(8,\ 6)$ 을 지나는 직선을 l , 원점 O 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 직각삼각형 OAH 에서 $\overline{OH} \le \overline{OA}$ 이므로, 원점 O 에서 직선 l 까지의 거리 d 는 $d \le \overline{OA} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$

$\therefore\ d \le 10$



따라서 d 의 최댓값은 10 이다.

43. $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 세 변 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{CA}}$ 의 중점을 각각 $\mathrm{P}(3,\ 4)$, $\mathrm{Q}(4,\ -1)$, $\mathrm{R}(6,\ 1)$ 이라 할 때, $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 넓이는?

① 18 ② 24 ③ 30 ④ 32 ⑤ 36

해설

$\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$, $\mathrm{B}(x_2,\ y_2)$, $\mathrm{C}(x_3,\ y_3)$ 로 놓으면
$\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{CA}}$ 의 중점은 각각
$\mathrm{P}(3, 4)$, $\mathrm{Q}(4, -1)$, $\mathrm{R}(6,\ 1)$ 이므로
이것을 풀면, $x_1 = 5,\ x_2 = 1,\ x_3 = 7$
$y_1 = 6,\ y_2 = 2,\ y_3 = -4$
$\therefore \triangle\mathrm{ABC} =$
$\frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$
$= \frac{1}{2}|5(2 + 4) + (-4 - 6) + 7(6 - 2)|$
$= 24$

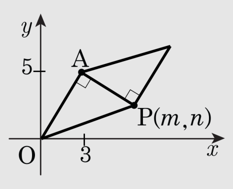
해설

$\triangle\mathrm{ABC}$ 의 넓이는 세 변 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{CA}}$ 의
중점을 이어 만든 $\triangle\mathrm{PQR}$ 의 넓이의
4 배임을 이용한다.

44. O 를 원점으로 하는 평면위의 점 $A(3,5)$ 와 점 $P(m,n)$ 가 있다. 이 때 $\overline{OA}, \overline{OP}$ 를 두 변으로 하는 평행사변형 넓이의 최솟값을 p , 그 때의 점 P 의 개수를 q 라 할 때, p^2+q^2 의 값을 구하면?
(단, m, n 은 정수이고 $0 < m < 10$ 이다.)

① 10 ② 17 ③ 26 ④ 29 ⑤ 37

해설



평행사변형의 넓이 $= \overline{OA} \times$ (점 P에서 직선 OA까지의 거리)

$\overline{OA} = \sqrt{3^2+5^2} = \sqrt{34}$

거리 $d = \dfrac{|5m-3n|}{\sqrt{34}}$

($\because$ 직선 OA : $y = \dfrac{5}{3}x$)

$\therefore$ 넓이 $= \sqrt{34} \cdot \dfrac{|5m-3n|}{\sqrt{34}} = |5m-3n|$

m, n 이 정수이고 정수의 차는 정수이므로
$|5m-3n| = 1$ 이 될 때 넓이가 최소이다.
$\therefore p = 1$
$|5m-3n| = 1$ 을 만족하는 정수의 순서쌍 (m,n) 을 구하면
$\cdots (-2,-3), (-1,-2), (1,2), (2,3),$
$(4,7), (5,8), (7,12), (8,13), (10,17) \cdots$ 등이다.
$\therefore q = 6$, $p^2+q^2 = 37$

45. xy 평면 위의 세 개의 직선 $l_1 : x-y+2=0$, $l_2 : x+y-14=0$, $l_3 : 7x-y-10=0$ 으로 둘러싸인 삼각형에 내접하는 원의 중심이 (a,b), 반지름이 r 일 때, $a+b+r^2$ 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

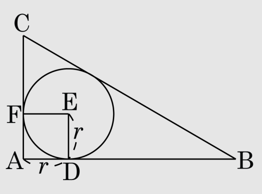
해설

세 직선의 교점을 각각 A, B, C 라 하자. 세 직선 중 두 개의 직선을 각각 연립하여 세 점의 좌표를 구한다.

$\mathrm{A}=(6,8)$ $\mathrm{B}=(2,4)$ $\mathrm{C}=(3,11)$

$\overline{\mathrm{AB}}=4\sqrt{2}$, $\overline{\mathrm{BC}}=5\sqrt{2}$, $\overline{\mathrm{CA}}=3\sqrt{2}$

즉, $\angle\mathrm{CAB}=90°$ 인 직각 삼각형이다.



$\Rightarrow$ $3\sqrt{2}-r+4\sqrt{2}-r=5\sqrt{2}$ $\therefore$ $r=\sqrt{2}$

$\therefore$ 점 D는 $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 $1:3$ 의 내분점이므로,

$\mathrm{D}=\left(\frac{2+18}{4}, \frac{4+24}{4}\right)=(5,7)$

점 F 는 $\overline{\mathrm{AC}}$ 의 $1:2$ 의 내분점이므로,

$\mathrm{F}=\left(\frac{3+12}{3}, \frac{11+16}{3}\right)=(5,9)$

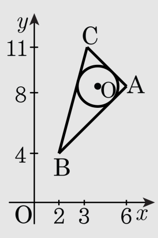
□ADEF 는 정사각형이므로 $\overline{\mathrm{AF}} \,//\, \overline{\mathrm{DE}}$ 이다.

점 A 에서 점 F 로의 이동이 x 축으로 -1 , y 축으로 $+1$ 만큼 평행이동이고,

점 D 에서 점 E 로 의 이동도 마찬가지이다.

$\therefore$ $\mathrm{E}=(5-1,7+1)=(4,8) \Rightarrow$ $a+b+r^2=4+8+(\sqrt{2})^2=14$

해설



직선들의 세 교점을 각각 A, B, C 라고 하고 이들의 좌표를 구해보면 $\mathrm{A}(6,8)$, $\mathrm{B}(2,4)$, $\mathrm{C}(3,11)$

원의 중심의 좌표 $\mathrm{O}(\mathrm{a},\ \mathrm{b})$ 이므로

$2<a<6,\ 4<b<11 \cdots$ ㉠

원의 중심으로부터 각 직선에 이르는 거리는 같으므로

$\frac{|a-b+2|}{\sqrt{2}}=\frac{|a+b-14|}{\sqrt{2}}=\frac{|7a-b-10|}{5\sqrt{2}}=r\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 ㉠의 조건을 만족시키는 $a,\ b$ 의 해는 $a=4,\ b=8$ 이고

다시 ㉡에 대입하면, $r=\sqrt{2}$, $\therefore$ $a+b+r^2=14$

46. 두 직선 $2x-y-1=0$, $x+2y-1=0$ 이 이루는 각을이등분하는 직선이 점 $(a,-1)$ 를 지날 때, a 의 값의 합은?

① -8　② -6　③ -4　④ -2　⑤ 0

해설

두 직선이 이루는 각의 이등분선 위의 점을 $\mathrm{P}(a,\ -1)$ 라 하면
점 P 에서 두 직선 $2x-y-1=0$, $x+2y-1=0$ 까지의 거리가 같으므로

$$d=\frac{|2a+1-1|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\frac{|a-2-1|}{\sqrt{1^2+2^2}}$$

$|2a|=|a-3|$

$\therefore\ 2a=a-3$ 또는 $2a=-(a-3)$ 이므로

$a=-3$ 또는 $a=1$

따라서 a 의 값의 합은 $-3+1=-2$

47. 직선 $y = \frac{4}{3}x$ 와 x 축이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식을 구할 때 기울기는? (단, 기울기는 양수이다.)

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

해설

각의 이등분선은 각의 두 변에서 같은 거리에 있는 점들이다. 각의 이등분선 위의 임의의 점 $P\ (x,\ y)$ 에서 각의 두 변인 x 축과 직선 $y = \frac{4}{3}x$ 에 이르는 거리는 같다. $|y| = \frac{|4x - 3y|}{\sqrt{3^2 + 4^2}}$, $y = \pm\frac{4x - 3y}{5}$

기울기가 양수이므로 $y = \frac{1}{2}x$, 기울기는 $\frac{1}{2}$