

1. 16의 네제곱근 중 실수인 것을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-2, 2$

해설

16의 네제곱근은
 $x^4 = 16$ 를 만족하는 x 의 값이므로
 $x^4 - 16 = 0$ 에서
 $(x^2 - 4)(x^2 + 4) = 0$
 $(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4) = 0$
 $\therefore x = -2, 2, 2i, -2i$
따라서 16의 네제곱근 중 실수인 것은
 $-2, 2$

2. $(\sqrt[5]{2})^4 \times \sqrt[5]{64}$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ $\sqrt[5]{128}$ ④ 4 ⑤ $\sqrt[5]{512}$

해설

$$2^{\frac{4}{5}} \times 2^{\frac{6}{5}} = 2^{\frac{10}{5}} = 2^2 = 4$$

3. $a > 0, b > 0$ 일 때, $\sqrt[6]{a^2b^3} \times \sqrt{ab} \div \sqrt[3]{a^2b^3}$ 을 간단히 하면?

- ① $\sqrt[6]{a}$ ② $\sqrt[6]{b}$ ③ $\sqrt[6]{ab}$ ④ $\sqrt[6]{a^2b}$ ⑤ $\sqrt[6]{ab^2}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt[6]{a^2b^3} \times \sqrt{ab} \div \sqrt[3]{a^2b^3} \\ &= (a^2b^3)^{\frac{1}{6}} \times (ab)^{\frac{1}{2}} \div (a^2b^3)^{\frac{1}{3}} \\ &= a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}} \times a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} \div a^{\frac{2}{3}}b = a^{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-1} \\ &= a^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{a} \end{aligned}$$

4. $\left(\frac{27}{5}\right)^{\frac{1}{2}} \times \left\{\left(\frac{27}{125}\right)^{-\frac{1}{3}}\right\}^{\frac{3}{2}}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{5}$ ② 1 ③ $\sqrt{5}$ ④ 5 ⑤ $5\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned}\left(\frac{27}{5}\right)^{\frac{1}{2}} \times \left\{\left(\frac{27}{125}\right)^{-\frac{1}{3}}\right\}^{\frac{3}{2}} &= \left(\frac{27}{5}\right)^{\frac{1}{2}} \times \left(\frac{27}{125}\right)^{-\frac{1}{2}} \\ &= \left(\frac{27}{5}\right)^{\frac{1}{2}} \times \left(\frac{125}{27}\right)^{\frac{1}{2}} \\ &= (25)^{\frac{1}{2}} = 5\end{aligned}$$

5. $3^x = 2$ 일 때, $(\frac{1}{9})^{-x}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$(\frac{1}{9})^{-x} = (3^{-2})^{-x} = 3^{2x} = (3^x)^2 = 4$$

6. $\log_8 0.25 = x$ 를 만족하는 x 의 값은?

- ① 1 ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{2}{3}$ ④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ $-\frac{3}{4}$

해설

$\log_8 0.25 = x$ 에서 $8^x = 0.25$

$$(2^3)^x = \frac{1}{4} \quad \therefore 2^{3x} = 2^{-2}$$

$$\therefore 3x = -2$$

$$\therefore x = -\frac{2}{3}$$

7. $\log_2(x-5)$ 의 값이 존재하기 위한 x 의 범위는?

- ① $x > 2$ ② $x < 2$ ③ $x > 5$ ④ $x < 5$ ⑤ $x \neq 5$

해설

$x-5 > 0$ 로부터 $x > 5$

8. $\log_a \sqrt{3} = \log_b 9$ 일 때, $\log_{ab} b$ 의 값은?

① 2

② $\frac{8}{5}$

③ $\frac{5}{4}$

④ 1

⑤ $\frac{4}{5}$

해설

$\log_a \sqrt{3} = \log_b 9$ 에서

$$\frac{\log \sqrt{3}}{\log a} = \frac{\log 9}{\log b}, \quad \frac{\frac{1}{2} \log 3}{\log a} = \frac{2 \log 3}{\log b}$$

$$\frac{\log b}{\log a} = 4$$

$$\Leftrightarrow, \log_a b = 4$$

$$\therefore \log_{\sqrt{ab}} b = \frac{\log_a b}{\log_a \sqrt{ab}}$$

$$= \frac{\log_a b}{\frac{1}{2} \log_a ab} = \frac{2 \log_a b}{1 + \log_a b} = \frac{8}{5}$$

9. $3^{2\log_3 4 - 3\log_3 2}$ 을 간단히 하면?

① $\log_3 2$

② 1

③ $2\log_3 2$

④ $\log_2 3$

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} 3^{2\log_3 4 - 3\log_3 2} &= 3^{\log_3 16 - \log_3 8} \\ &= 3^{\log_3 2} \\ &= 2^{\log_3 3} = 2 \end{aligned}$$

10. $\log_2 x = \frac{1}{2}$, $\log_{\frac{1}{2}} y = 2$ 일 때, $\log_x y$ 의 값은?

- ① -4 ② -1 ③ $\frac{1}{4}$ ④ 1 ⑤ 4

해설

$$\log_{\frac{1}{2}} y = -\log_2 y = 2 \text{ 이므로}$$

$$\log_x y = \frac{\log_2 y}{\log_2 x} = \frac{-2}{\frac{1}{2}} = -4$$

11. 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt[3]{-0.027} = -3$

② $\sqrt{\sqrt[3]{81}} = 3$

③ $(\sqrt[3]{9})^3 = 3$

④ $\sqrt[3]{9} \times \sqrt[3]{81} = 3$

⑤ $\sqrt[4]{81} \div \sqrt[4]{27} = 3$

해설

① 0.3

② $3^{\frac{4}{3}} = 3^{\frac{2}{3}}$

③ $\left\{(3^2)^{\frac{1}{6}}\right\}^3 = 3^{2 \times \frac{1}{6} \times 3} = 3$

④ $3^{\frac{2}{5} + \frac{4}{5}} = 3^{\frac{6}{5}}$

⑤ $3^1 \div 3^{\frac{3}{4}} = 3^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{\sqrt[4]{3}}$

12. $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}$ 을 간단히 하면 $a^{\frac{n}{m}}$ 이다. 이때, $m-n$ 의 값을 구하여라.
(단, m, n 은 서로소인 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}} &= \sqrt{a\sqrt{a^{\frac{3}{2}}}} \\ &= \sqrt{a \cdot a^{\frac{3}{4}}} \\ &= (a^{\frac{7}{4}})^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{7}{8}} \\ n &= 7, m = 8 \\ 8 - 7 &= 1\end{aligned}$$

13. $(3 - \sqrt{2})^{-1} \times (11 + 6\sqrt{2})^{-\frac{1}{2}} = a$ 일 때, $\frac{1}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{3 - \sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{11 + 2\sqrt{18}}} \\ &= \frac{1}{(3 - \sqrt{2}) \times (3 + \sqrt{2})} = \frac{1}{7} \\ \therefore \frac{1}{a} &= \frac{1}{7} \end{aligned}$$

14. $\log_x 2\sqrt{2} = \frac{3}{8}$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$\log_x 2\sqrt{2} = \frac{3}{8}$ 에서

$$x^{\frac{3}{8}} = 2\sqrt{2}$$

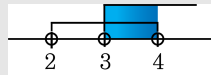
$$x = (2\sqrt{2})^{\frac{8}{3}} = (2^{\frac{3}{2}})^{\frac{8}{3}} = 2^4 = 16$$

15. $\log_{x-3}(-x^2+6x-8)$ 이 정의되기 위한 실수 x 의 값의 범위를 구하면?

- ① $3 < x < 4$ ② $5 < x < 7$ ③ $-1 < x < 3$
④ $x > 0$ ⑤ $2 < x < 5$

해설

$x-3 \neq 1, x-3 > 0,$
 $-x^2+6x-8 > 0$ 이므로
 $x \neq 4, x > 3$
 $x^2-6x+8 < 0$
 $2 < x < 4$



$\therefore 3 < x < 4$

16. $\log(x-1)(x-2) = \log(x-1) + \log(x-2)$ 일 때, $|x-1| + |x-2|$ 를 간단히 하면?

① 3

② $2x$

③ $2-3x$ 또는 $3x-2$

④ $3-2x$

⑤ $2x-3$

해설

$x-1 > 0, x-2 > 0$ 이므로

$$|x-1| + |x-2| = x-1 + x-2 = 2x-3$$

17. $5^{\log_5 2 + 3 \log_5 3 - \log_5 6}$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} & 5^{\log_5 2 + 3 \log_5 3 - \log_5 6} \\ &= 5^{\log_5 2 + \log_5 3^3 - \log_5 6} \\ &= 5^{\log_5 \frac{2 \times 3^3}{6}} = 5^{\log_5 3^2} = 9 \end{aligned}$$

18. $\log_3 10$ 의 소수부분을 α 라 할 때, 3^α 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{10}{9}$ ③ $\frac{10}{3}$ ④ $\frac{100}{9}$ ⑤ $\frac{100}{3}$

해설

$\log_3 10 = 2 + \alpha$ ($0 \leq \alpha < 1$) 이므로 $\alpha = \log_3 10 - 2 = \log_3 \frac{10}{9}$ 이 된다.

따라서 $3^\alpha = 3^{\log_3 \frac{10}{9}} = \frac{10}{9}$ 이다.

19. $5^a = 2$, $5^b = 3$ 이라 할 때, $\log_6 72$ 를 a 와 b 의 식으로 바르게 나타낸 것은?

① $\frac{a+b}{a-b}$
④ $\frac{2a+b}{a+b}$

② $\frac{2a+b}{b-a}$
⑤ $\frac{3a+2b}{a+b}$

③ $\frac{2a-b}{a+b}$

해설

$$a = \log_5 2, b = \log_5 3$$

$$\log_6 72 = \frac{3 \log_5 2 + 2 \log_5 3}{\log_5 2 + \log_5 3} = \frac{3a + 2b}{a + b}$$

20. $\frac{1}{2} \log_3 \frac{9}{7} + \log_3 \sqrt{7} = a$, $\log_3 4 \cdot \log_4 \sqrt{3} = b$ 일 때, $a + 2b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$a = \log_3 \frac{3}{\sqrt{7}} + \log_3 \sqrt{7} = \log_3 3 = 1$$

$$b = \log_3 4 \cdot \log_4 3^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a + 2b = 1 + 1 = 2$$

21. $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 4$ 일 때, $a + a^{-1}$ 의 값을 구하여라.(단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 4$ 의 양변을 제곱하면 $\left(a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}}\right)^2 = 4^2$

$$a + a^{-1} + 2 = 16$$

$$\therefore a + a^{-1} = 14$$

22. $\log_2 12 = a$ 일 때, $\log_3 6$ 을 a 로 나타내면?

- ① $\frac{a-1}{a-2}$ ② $\frac{a}{a-2}$ ③ $\frac{a}{a-1}$ ④ $\frac{a+1}{a-1}$ ⑤ $\frac{a+2}{a}$

해설

$$\begin{aligned}\log_2 12 &= \log_2 (2^2 \times 3) = 2 + \log_2 3 \\ \text{즉, } 2 + \log_2 3 &= a \text{ 이므로 } \log_2 3 = a - 2 \\ \therefore \log_3 6 &= \frac{\log_2 6}{\log_2 3} = \frac{\log_2 (2 \times 3)}{\log_2 3} \\ &= \frac{1 + \log_2 3}{\log_2 3} = \frac{1 + (a - 2)}{a - 2} = \frac{a - 1}{a - 2}\end{aligned}$$

23. $2^x = a$, $2^y = b$ 일 때, $\log_{2ab} a^3 b^2$ 을 x , y 로 나타내면?

- ① $\frac{3x+2y}{1+x+y}$ ② $\frac{2x+3y}{2+x+y}$ ③ $\frac{2+x+y}{3x+2y}$
④ $\frac{x^2 y^2}{4xy}$ ⑤ $\frac{4xy}{x^3 y^2}$

해설

$$\begin{aligned} 2^x &= a, 2^y = b \text{ 이므로} \\ \log_{2ab} a^3 b^2 &= \log_{2 \cdot 2^x \cdot 2^y} (2^x)^3 \cdot (2^y)^2 \\ &= \log_{2^{1+x+y}} 2^{3x+2y} \\ &= \frac{3x+2y}{1+x+y} \log_2 2 = \frac{3x+2y}{1+x+y} \end{aligned}$$

24. 방정식 $2x^2 - 8x - 1 = 0$ 의 두 근이 $\log_{10} a$, $\log_{10} b$ 일 때, $\log_a b + \log_b a$ 의 값은?

① -2 ② -8 ③ -12 ④ -26 ⑤ 34

해설

이차방정식의 근과 계수와의 관계에 의하여

$$\log_{10} a + \log_{10} b = 4,$$

$$\log_{10} a \cdot \log_{10} b = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \log_a b + \log_b a = \frac{\log_{10} b}{\log_{10} a} + \frac{\log_{10} a}{\log_{10} b}$$

$$= \frac{(\log_{10} a + \log_{10} b)^2 - 2 \log_{10} a \cdot \log_{10} b}{\log_{10} a \cdot \log_{10} b}$$

$$= \frac{16 + 1}{-\frac{1}{2}} = -34$$

25. 세 수 $3\log_3 3$, $\log_2 3$, $2\log_2 4$ 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

- ① $2\log_2 4 < 3\log_3 3 < \log_2 3$ ② $\log_2 3 < 2\log_2 4 < 3\log_3 3$
③ $\log_2 3 < 3\log_3 3 < 2\log_2 4$ ④ $3\log_3 3 < 2\log_2 4 < \log_2 3$
⑤ $3\log_3 3 < \log_2 3 < 2\log_2 4$

해설

$$\begin{aligned} 3\log_3 3 &= 3 \\ \log_2 2 < \log_2 3 < \log_2 4 &\quad \therefore 1 < \log_2 3 < 2 \\ 2\log_2 4 &= 4 \\ \therefore \log_2 3 < 3\log_3 3 < 2\log_2 4 \end{aligned}$$

26. 다음 네 수의 크기를 비교하면?

$\textcircled{\text{㉠}}$ $\sqrt{2}$

$\textcircled{\text{㉡}}$ $\sqrt{3}$

$\textcircled{\text{㉢}}$ $\sqrt[3]{4}$

$\textcircled{\text{㉤}}$ $\sqrt[4]{5}$

- ① $\textcircled{\text{㉠}} < \textcircled{\text{㉡}} < \textcircled{\text{㉢}} < \textcircled{\text{㉤}}$

② $\textcircled{\text{㉤}} < \textcircled{\text{㉢}} < \textcircled{\text{㉠}} < \textcircled{\text{㉡}}$

③ $\textcircled{\text{㉤}} < \textcircled{\text{㉢}} < \textcircled{\text{㉡}} < \textcircled{\text{㉠}}$

④ $\textcircled{\text{㉠}} < \textcircled{\text{㉤}} < \textcircled{\text{㉢}} < \textcircled{\text{㉡}}$

⑤ $\textcircled{\text{㉡}} < \textcircled{\text{㉠}} < \textcircled{\text{㉢}} < \textcircled{\text{㉤}}$

해설

$\textcircled{\text{㉠}} < \textcircled{\text{㉡}}$

$(\sqrt{2})^3 = 2\sqrt{2} > (\sqrt[3]{4})^3 = 4$

$\therefore \textcircled{\text{㉢}} < \textcircled{\text{㉠}} < \textcircled{\text{㉡}}$

$(\sqrt[3]{4})^{12} = 4^4 = 256 > (\sqrt[4]{5})^{12} = 5^3 = 125$

$\therefore \textcircled{\text{㉤}} < \textcircled{\text{㉢}} < \textcircled{\text{㉠}} < \textcircled{\text{㉡}}$

27. $2^x = 3^y = 5^z$ 이 성립할 때, $5^{\frac{x}{z}} + 2^{\frac{x}{y}} + 3^{\frac{y}{z}}$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 5

④ 10

⑤ 20

해설

$2^x = 3^y = 5^z$ 에서

$2 = 5^{\frac{z}{x}}, 3 = 2^{\frac{x}{y}}, 5 = 3^{\frac{y}{z}}$

$\therefore 5^{\frac{x}{z}} + 2^{\frac{x}{y}} + 3^{\frac{y}{z}} = 2 + 3 + 5 = 10$

28. $\log\left(1 - \frac{1}{4}\right) + \log\left(1 - \frac{1}{9}\right) + \log\left(1 - \frac{1}{16}\right) + \cdots + \log\left(1 - \frac{1}{64}\right)$ 을 간단히 하면?

- ☒ ① $2\log 3 - 4\log 2$
☐ ② $3\log 2 - 2\log 3$
☐ ③ $3\log 3 - 4\log 2$
☐ ④ $4\log 2 - 3\log 3$
☐ ⑤ $4\log 3 - 2\log 2$

해설

$$1 - \frac{1}{n^2} = \frac{(n-1)(n+1)}{n^2} \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned}
 (\text{주어진 식}) &= \log \frac{1 \cdot 3}{2^2} \times \frac{2 \cdot 4}{3^2} \times \cdots \times \frac{7 \cdot 9}{8^2} \\
 &= \log \frac{1}{2} \times \frac{9}{8} = \log \frac{9}{16} \\
 &= \log 9 - \log 16 \\
 &= 2\log 3 - 4\log 2
 \end{aligned}$$