

1. 다음 보기에 주어진 수를 x 라 할 때, \sqrt{x} 가 허수가 되는 x 의 개수는?

$$-2, \frac{1}{3}, 0, -3.5, 4, -\frac{2}{5}$$

① 1 개

② 3 개

③ 5 개

④ 7 개

⑤ 9 개

해설

\sqrt{x} 가 허수가 되는 $x = -2, -3.5, -\frac{2}{5}$ 의 3개이다.

2. 다음 등식을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $x - y$ 의 값을 구하면?

$$(1 + 2i)x + (1 + i)y = 1 + 3i$$

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$$(x + y) + (2x + y)i = 1 + 3i$$

$$x + y = 1, 2x + y = 3$$

$$x = 2, y = -1$$

3. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\overline{i-2} = i+2$

② $\overline{2i} = -2i$

③ $\overline{\sqrt{2}+i} = \sqrt{2}-i$

④ $\overline{1+\sqrt{3}} = 1+\sqrt{3}$

⑤ $\overline{3-2i} = 3+2i$

해설

켈레복소수는 허수부분의 부호가 바뀐다.

실수의 켈레복소수는 자기자신이다.

① $\overline{i-2} = -i-2$

4. 이차방정식 $2x^2 - 2x + 3 = 0$ 의 두 근을 구하면?

① $-1 \pm \sqrt{5}i$

② $1 \pm \sqrt{5}$

③ $\frac{-1 \pm \sqrt{5}i}{2}$

④ $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

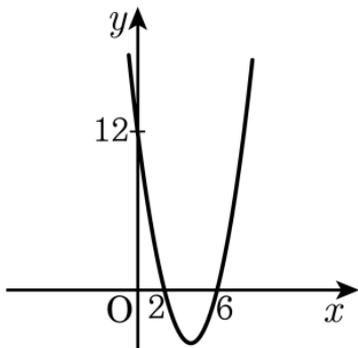
⑤ $\frac{1 \pm \sqrt{5}i}{2}$

해설

$2x^2 - 2x + 3 = 0$ 에서

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - 2 \times 3}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}i}{2}$$

5. 다음은 이차함수 $y = (x-2)(x-6)$ 의 그래프이다.



이 이차함수가 x 축과 만나는 두 점을 각각 A, B라 할 때, \overline{AB} 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차방정식 $(x-2)(x-6) = 0$ 에서 $x = 2$ 또는 $x = 6$
따라서 A (2, 0), B (6, 0) 이므로 $\overline{AB} = 4$

6. 다음 이차함수 중 최솟값을 갖는 것은?

① $y = -3x^2$

② $y = -x^2 + 2x + 1$

③ $y = -2(x - 1)^2$

④ $y = (x + 1)^2 + 3$

⑤ $y = 3 - x^2$

해설

이차함수에서 이차항의 계수가 양수이면 꼭짓점이 최솟값을 가지고, 음수이면 꼭짓점이 최댓값을 갖는다.

7. $-2 \leq x \leq 3$ 에서 $y = x^2 - 2x - 2$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

① 3

② 7

③ -2

④ 0

⑤ 1

해설

$y = (x - 1)^2 - 3$ 이고 꼭짓점의 x 좌표가 주어진 x 의 범위에 포함되므로

$x = 1$ 에서 최솟값을 $x = -2$ 에서 최댓값을 갖는다.

$$(\text{최댓값}) = (-2)^2 - 2(-2) - 2 = 6$$

$$(\text{최솟값}) = -3$$

8. 연립방정식 $ax + by = 8$, $2ax - by = -2$ 의 근이 $x = 1$, $y = 2$ 일 때, a , b 의 값은?

① $a = -2$, $b = -3$

② $a = 3$, $b = 2$

③ $a = 2$, $b = -3$

④ $a = 2$, $b = 3$

⑤ $a = -3$, $b = -2$

해설

$$ax + by = 8, 2ax - by = -2$$

근이 $x = 1, y = 2$ 이므로

$$\begin{cases} a + 2b = 8 \\ 2a - 2b = -2 \end{cases}$$

$$\therefore a = 2, b = 3$$

9. 정수 x 의 값이 $-2 \leq x \leq 2$ 일 때, $2x + 1$ 의 최댓값은?

① -3

② 1

③ 3

④ 5

⑤ 7

해설

$2x + 1$ 은 x 에 2를 곱하고 1을 더하여 얻은 값이다. 그러므로 x 가 커지면 $2x + 1$ 값도 커진다.

따라서 $x = 2$ 일 때 $2x + 1$ 값은 최대이고 그 값은 5이다.

해설

$$-2 \leq x \leq 2 \Rightarrow -4 \leq 2x \leq 4$$

$$\Rightarrow -3 \leq 2x + 1 \leq 5$$

\therefore 최댓값은 5

10. 다음 중 연립부등식 $\begin{cases} 5x + 3 < 18 \\ -3x + 2 < 0 \end{cases}$ 의 해가 아닌 것을 모두 고르면?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{6}{5}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ 2 ⑤ 3

해설

$$\begin{cases} 5x + 3 < 18 \\ -3x + 2 < 0 \end{cases} \text{ 을 풀면 } \begin{cases} x < 3 \\ x > \frac{2}{3} \end{cases} \text{ 이다.}$$

따라서 $\frac{2}{3} < x < 3$ 을 만족하지 않는 것은 $\frac{1}{3}, 3$ 이다.

11. 이차방정식 $x^2 + (a+2)x + 1 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합을 구하면?

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지려면

$$D = (a+2)^2 - 4 = 0 \text{ 이므로}$$

$$a^2 + 4a + 4 - 4 = a^2 + 4a = 0$$

따라서 $a = 0$ 또는 $a = -4$

따라서 상수 a 의 값의 합은 -4

12. x 에 대한 이차방정식 $(k^2 - 1)x^2 - 2(k - 1)x + 1 = 0$ 이 허근을 가질 때, $k > m$ 이다. m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$(k^2 - 1)x^2 - 2(k - 1)x + 1 = 0$ 이
허근을 가지려면

$$\frac{D}{4} = (k - 1)^2 - (k^2 - 1) < 0$$

$$(k^2 - 2k + 1) - (k^2 - 1) < 0$$
$$-2k + 2 < 0, k > 1$$

$$\therefore m = 1$$

13. $2x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\alpha + \beta = -2, \quad \alpha\beta = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = \alpha\beta(\alpha + \beta) = -\frac{1}{2} \times (-2) = 1$$

14. $x(x-1)(x+1) - 6 = 0$ 의 세근을 구하면?

① 2, -1, -3

② -2, 1, -3

③ 2, 1, -3

④ -2, $-1 \pm \sqrt{2}i$

⑤ 2, $-1 \pm \sqrt{2}i$

해설

$$\text{준식} = x(x^2 - 1) - 6 = x^3 - x - 6 = 0$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & 0 & -1 & -6 \\ & & 2 & 4 & 6 \\ \hline & 1 & 2 & 3 & 0 \end{array}$$

$$(x-2)(x^2 + 2x + 3) = 0$$

$$\therefore x = 2, -1 \pm \sqrt{2}i$$

15. 부등식 $ax - b^2 > bx + a^2 - 8$ 의 해가 모든 실수이기 위한 a 의 조건은?
(a, b 는 실수)

① $a = b$ 이고 $-1 < a < 1$

② $a = b$ 이고 $-2 < a < 2$

③ $a = b$ 이고 $-3 < a < 3$

④ $a = b$ 이고 $-4 < a < 4$

⑤ $a = b$ 이고 $-5 < a < 5$

해설

$ax - b^2 > bx + a^2 - 8$ 에서

$(a - b)x - b^2 - a^2 + 8 > 0$ 이 모든 x 에 대해서 성립해야 하므로

$$a = b$$

$$\therefore -2a^2 + 8 > 0 \quad 2a^2 < 8$$

$$\therefore a^2 < 4 \text{ 이므로 } -2 < a < 2$$

$$\text{즉 } a = b \text{ 이고 } -2 < a < 2$$

16. 다항식 $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눈 나머지가 -3 이고, $x-3$ 으로 나눈 나머지가 5 이다. $f(x)$ 를 $(x+1)(x-3)$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $2x - 1$

해설

$$f(-1) = -3, f(3) = 5$$

$$f(x) = (x+1)(x-3)Q(x) + ax + b$$

$$-a + b = -3, 3a + b = 5$$

$$a = 2, b = -1$$

$$\therefore ax + b = 2x - 1$$

17. 등식 $3x^3 - x + 2 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ 가 x 에 관한 항등식이 되도록 상수 a, b, c, d 의 값을 정하면?

① $a = 3, b = 7, c = -4, d = 4$

② $a = 3, b = 9, c = 8, d = 4$

③ $a = 2, b = 9, c = 6, d = 4$

④ $a = 1, b = 3, c = 8, d = 4$

⑤ $a = 2, b = -9, c = 6, d = 4$

해설

1	3	0	-1	2	
		3	3	2	
1	3	3	2	4	← d
		3	6		
1	3	6	8		← c
		3			
	3	9			← b
	↑				
	a				

∴ $a = 3, b = 9, c = 8, d = 4$

해설

(i) $x - 1 = y$ 로 놓으면 $x = y + 1$ 이므로

$$3(y+1)^3 - (y+1) + 2 = ay^3 + by^2 + cy + d$$

$$\therefore 3y^3 + 9y^2 + 8y + 4 = ay^3 + by^2 + cy + d$$

$$\therefore a = 3, b = 9, c = 8, d = 4$$

(ii) x 대신 $-1, 0, 1, 2$ 를 대입하면,

$$x = 0 \text{ 대입 : } 2 = -a + b - c + d \dots \text{①}$$

$$x = -1 \text{ 대입 : } 0 = -8a + 4b - 2c + d \dots \text{②}$$

$$x = 1 \text{ 대입 : } 4 = d \dots \text{③}$$

$$x = 2 \text{ 대입 : } 24 = a + b + c + d \dots \text{④}$$

①, ②, ③, ④를 연립하여 풀면,

$$\therefore a = 3, b = 9, c = 8, d = 4$$

18. 다음 ㉠~㉤중 인수분해를 한 결과가 틀린 것은 모두 몇 개인가?

$$\textcircled{㉠} \quad x^2(a-b) - y^2(b-a) = (a-b)(x+y)(x-y)$$

$$\textcircled{㉡} \quad 9x^2 + 3xy - 2y^2 = (3x-2y)(3x+y)$$

$$\textcircled{㉢} \quad x^3 - 125 = (x-5)(x^2 - 5x + 25)$$

$$\textcircled{㉣} \quad 2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2 = (2x-y+2)(x-y+1)$$

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개

해설

$$\textcircled{㉠} \quad x^2(a-b) - y^2(b-a) = x^2(a-b) + y^2(a-b) = (a-b)(x^2+y^2)$$

$$\textcircled{㉡} \quad 9x^2 + 3xy - 2y^2 = (3x+2y)(3x-y)$$

$$\textcircled{㉢} \quad x^3 - 125 = (x-5)(x^2 + 5x + 25)$$

$$\textcircled{㉣} \quad 2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2$$

$$= 2x^2 - (4+y)x - (y^2 - y - 2)$$

$$= 2x^2 - (4+y)x - (y-2)(y+1)$$

$$= \{2x + (y-2)\} \{x - (y+1)\}$$

$$= (2x+y-2)(x-y-1)$$

19. 다음 <보기> 중 다항식 $x^4 - 7x^2 + 9$ 을 인수분해 할 때, 그 인수로 알맞은 것을 모두 고르면?

<보기>

㉠ $x^2 - 1$

㉡ $x^2 - x - 1$

㉢ $x^2 - x - 3$

㉣ $x^2 + x - 3$

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉢, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 7x^2 + 9 &= x^4 - 6x^2 + 9 - x^2 \\ &= (x^2 - 3)^2 - x^2 \\ &= (x^2 - x - 3)(x^2 + x - 3)\end{aligned}$$

∴ 인수 : $(x^2 - x - 3)$, $(x^2 + x - 3)$

20. a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이를 나타낼 때, $a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) = 0$ 을 만족하는 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인가?

- ① $\angle B = 120^\circ$ 인 둔각삼각형 ② 직각삼각형
③ $\angle B = 150^\circ$ 인 둔각삼각형 ④ 이등변삼각형
⑤ $\angle A = 35^\circ$ 인 예각삼각형

해설

$$\begin{aligned} & a^2b - a^2c + b^2c - b^2a + c^2a - c^2b \\ &= a^2(b-c) + a(c+b)(c-b) + bc(b-c) \\ &= (b-c) \{a^2 + (c+b)a + bc\} \\ &= (b-c)(a+b)(a+c) \\ \therefore b &= c \quad (\because a+b \neq 0, a+c \neq 0) \end{aligned}$$

21. $(2^{48} - 1)$ 은 60 과 70 사이의 어떤 두 수로 나누어 떨어진다. 이 두 수는?

① 61, 63

② 61, 65

③ 63, 65

④ 63, 67

⑤ 67, 69

해설

$$\begin{aligned}2^{48} - 1 &= (2^6 - 1)(2^6 + 1)(2^{12} + 1)(2^{24} + 1) \\ &= 63 \cdot 65 \cdot (2^{12} + 1)(2^{24} + 1)\end{aligned}$$

따라서 $2^{48} - 1$ 은 63과 65로 나누어 떨어진다.

22. 연립방정식 $\begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 + 4xy + y^2 = 10 \end{cases}$ 의 한 쌍의 근을 (α, β) 라 할 때,

α^2, β^2 을 두 근으로 갖는 이차 방정식으로 옳은 것은?

① $x^2 - 5x + 3 = 0$

② $x^2 + 5x - 3 = 0$

③ $x^2 - 5x + 1 = 0$

④ $x^2 + 6x - 1 = 0$

⑤ $x^2 - 6x + 1 = 0$

해설

$$\begin{cases} \alpha - \beta = 2 & \dots \textcircled{㉠} \\ \alpha^2 + 4\alpha\beta + \beta^2 = 10 & \dots \textcircled{㉡} \end{cases} \text{이므로}$$

㉠의 양변을 제곱하면

$$\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 = 4 \quad \dots \textcircled{㉢}$$

㉡ - ㉢에서

$$\alpha\beta = 1 \quad \dots \textcircled{㉣}$$

㉣을 ㉡에 대입하면 $\alpha^2 + \beta^2 = 6, \alpha^2\beta^2 = 1$

$\therefore \alpha^2, \beta^2$ 을 두 근으로 갖는 이차방정식은

$$x^2 - 6x + 1 = 0$$

23. 다음 등식을 만족시키는 0이 아닌 실수의 순서쌍 (a, b) 의 개수는?

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{a+b}$$

- ① 0 개
② 1 개
③ 2 개
④ 각각의 $b(\neq 0)$ 에 대하여 1 개씩 있다.
⑤ 각각의 $b(\neq 0)$ 에 대하여 2 개씩 있다.

해설

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{a+b}, \frac{a+b}{ab} = \frac{1}{a+b}, (a+b)^2 = ab, a^2 + ab + b^2 = 0$$

$$\left(a + \frac{1}{2}b\right)^2 + \frac{3}{4}b^2 = 0 \text{ 실수로서 이 등식을 만족하는 경우는}$$

$a = 0, b = 0$ 뿐이다.

따라서 0이 아닌 실수의 순서쌍 (a, b) 는 없다.

24. 방정식 $x^2 + 2y^2 + 2xy - 4x - 10y + 13 = 0$ 을 만족시키는 실수 x, y 의 합 $x + y$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

주어진 방정식을 x 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$x^2 + 2(y-2)x + 2y^2 - 10y + 13 = 0 \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

이 때, x 가 실수이므로 판별식 $\frac{D}{4} \geq 0$ 이다.

$$\frac{D}{4} = (y-2)^2 - (2y^2 - 10y + 13) \geq 0$$

$$-y^2 + 6y - 9 \geq 0, \quad y^2 - 6y + 9 \leq 0$$

$$(y-3)^2 \leq 0 \quad y \text{ 가 실수이므로 } y-3=0$$

$$\therefore y=3 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉡} \text{을 } \textcircled{㉠} \text{에 대입하면 } x^2 + 2x + 1 = 0, \quad (x+1)^2 = 0$$

$$\therefore x = -1$$

$$\therefore x + y = -1 + 3 = 2$$

25. x 에 관한 부등식 $(a + 2b)x + a - b < 0$ 의 해가 $x > 1$ 일 때, x 에 관한 부등식 $(a - b)x + 2a - b > 0$ 을 풀면?

① $x > \frac{1}{3}$

② $x < \frac{1}{3}$

③ $x > -\frac{4}{3}$

④ $x < -\frac{4}{3}$

⑤ $x > \frac{7}{3}$

해설

$$a + 2b < 0, \quad \frac{-(a - b)}{a + 2b} = 1$$

$\therefore b = -2a$ 이므로

$$(a - b)x + 2a - b = a(3x + 4) > 0$$

$a > 0$ 을 이용하면

$$\therefore 3x + 4 > 0 \quad \therefore x > -\frac{4}{3}$$

26. 0이 아닌 세수 x, y, z 에 대하여 x, y, z 중 적어도 하나는 6이고, x, y, z 의 역수의 합이 $\frac{1}{6}$ 일 때, $2(x + y + z)$ 의 값을 구하면?

① 6

② 12

③ 14

④ 16

⑤ 18

해설

x, y, z 중 적어도 하나가 6이므로,

$$(x - 6)(y - 6)(z - 6) = 0$$

$$\therefore xyz - 6(xy + yz + zx) + 36(x + y + z) - 216 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

또, x, y, z 의 역수의 합이 $\frac{1}{6}$ 이므로

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{6}, \quad \frac{xy + yz + zx}{xyz} = \frac{1}{6}$$

$$\therefore 6(xy + yz + zx) = xyz \cdots \textcircled{2}$$

①, ②에서

$$36(x + y + z) = 216$$

$$\therefore 2(x + y + z) = 12$$

27. x 에 대한 세 다항식 $f(x), g(x), h(x)$ 가 항등식 $(x-1)f(x) = xg(x) = (x+1)h(x)$ 를 만족한다. 이 때, $f(x), g(x), h(x)$ 의 최소공배수를 구하면?

① $f(x)$

② $xf(x)$

③ $x(x+1)f(x)$

④ $(x-1)f(x)$

⑤ $(x+1)(x-1)f(x)$

해설

$(x-1)f(x) = xg(x) = (x+1)h(x)$ 에서

① 다항식 $f(x)$ 에 대하여 $x = 0, -1$ 을 대입하면 $f(0) = f(-1) = 0$

② 다항식 $g(x)$ 에 대하여 $x = 1, -1$ 을 대입하면 $g(1) = g(-1) = 0$

③ 다항식 $h(x)$ 에 대하여 $x = 0, 1$ 을 대입하면 $h(0) = h(1) = 0$
 ①, ②, ③으로부터

$f(x), g(x), h(x)$ 의 최대공약수를 G 라 하면

$$f(x) = x(x+1)G, g(x) = (x-1)(x+1)G, h(x) = x(x-1)G$$

$\therefore f(x), g(x), h(x)$ 의 최소공배수는

$$x(x+1)(x-1)G = (x-1)f(x)$$