

1. $-2 < x < y < 0$ 일 때, 다음 양수를 모두 고르면?

- | | |
|---------------------|---------------------|
| ㉠ $\sqrt{(2-x)^2}$ | ㉡ $-\sqrt{(x-2)^2}$ |
| ㉢ $\sqrt{(2+y)^2}$ | ㉣ $-\sqrt{(-y)^2}$ |
| ㉤ $-\sqrt{(y-2)^2}$ | |

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉠,㉢ ⑤ ㉣,㉤

해설

㉠ $-2 < x < y < 0$ 이므로 $2 < 2-x < 4$
 $\Rightarrow 2 < \sqrt{(2-x)^2} = 2-x < 4$
㉡ $-2 < x < 0$ 이므로 $-4 < x-2 < -2$
 $\Rightarrow -4 < x-2 < -2$
㉢ $-2 < y < 0$ 이므로 $0 < y+2 < 2$
 $\Rightarrow 0 < \sqrt{(2+y)^2} = y+2 < 2$
㉣ $-2 < y < 0$ 이므로 $0 < -y < 2$
 $\Rightarrow -2 < -\sqrt{(-y)^2} = -(-y) = y < 0$
㉤ $-2 < y < 0$ 이므로 $-4 < y-2 < -2$

2. 두 자연수 x, y 에 대하여 $\sqrt{120xy}$ 가 가장 작은 정수가 되도록 x, y 의 값을 정할 때, 다음 중 x 의 값이 될 수 없는 것은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\sqrt{120xy} = \sqrt{2^3 \times 3 \times 5 \times xy} = 2\sqrt{30xy}$$

$$xy = 30$$

$$(x, y) = (1, 30), (2, 15), (3, 10), (5, 6), \\ (6, 5), (10, 3), (15, 2), (30, 1)$$

3. $\sqrt{59+a} = b$ 라 할 때, b 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 a 와 그 때의 b 의 합 $a+b$ 의 값은?

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

59보다 큰 제곱수는 64, 81, 100, ... 이므로
 $59 + a = 64, 81, 100, \dots$
 $\therefore a = 5, 22, 41, \dots$
따라서 가장 작은 자연수 $a = 5$, $b = \sqrt{59+5} = 8$ 이다.
 $\therefore a + b = 5 + 8 = 13$

4. $-1 < x < y < 0$ 일 때, 다음 중 1 보다 큰 수를 고르면?

- ① \sqrt{xy} ② $\sqrt{-\frac{y^2}{x}}$ ③ $\sqrt{-\frac{y}{x^2}}$
④ $\sqrt{-x^2y}$ ⑤ $\sqrt{-xy^2}$

해설

$-1 < x < y < 0$ 이므로 $xy < 1$ 이고 $\frac{y}{x} < 1$, $\frac{x}{y} > 1$

① $\sqrt{xy} < 1$

② $\sqrt{-\frac{y^2}{x}} < \sqrt{-y} < 1$

③ $\frac{x}{y} > 1, -\frac{1}{y} > 1$ 이므로 $\sqrt{-\frac{x}{y^2}} > 1$

④ $\sqrt{-x} < 1$ 이므로 양변에 \sqrt{xy} 를 곱하면 $\sqrt{-x^2y} < \sqrt{xy} < 1$

⑤ $\sqrt{-y} < 1$ 이므로 양변에 \sqrt{xy} 를 곱하면 $\sqrt{-x^2y} < \sqrt{xy} < 1$
따라서 1 보다 큰 것은 ③뿐이다.

5. 두 수 5 와 9 사이에 있는 무리수 중에서 \sqrt{n} 의 꼴로 나타낼 수 있는 가장 큰 수를 \sqrt{a} , 가장 작은 수를 \sqrt{b} 라고 할 때, $a + b$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면? (단, n 은 자연수)

① 98 ② 100 ③ 102 ④ 104 ⑤ 106

해설

$$\begin{aligned}5 &= \sqrt{25}, \\9 &= \sqrt{81}, \\a &= 80, \\b &= 26, \\\therefore a + b &= 106\end{aligned}$$

6. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 이고, $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(x)$ 이라고 한다. 100 이하의 자연수 n 에 대하여 $S(n)$ 의 값이 자연수가 되는 n 을 모두 고르면?

- ① 8 ② 15 ③ 35 ④ 50 ⑤ 99

해설

$$S(n) = (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \dots +$$

$$(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \sqrt{n+1} - 1$$

① $n = 8$ 일 때, $S(n) = 3 - 1 = 2$

② $n = 15$ 일 때, $S(n) = 4 - 1 = 3$

③ $n = 35$ 일 때, $S(n) = 6 - 1 = 5$

④ $n = 50$ 일 때, $S(n) = \sqrt{51} - 1$

⑤ $n = 99$ 일 때, $S(n) = 10 - 1 = 9$

따라서 ①, ②, ③, ⑤가 답이다.

7. 연립방정식 $\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5\sqrt{6} \\ \sqrt{3}x - 2\sqrt{2}y = -2 \end{cases}$ 를 풀면?

① $x = \frac{17}{7}\sqrt{3}, y = \frac{18}{7}\sqrt{2}$

② $x = \frac{18}{7}\sqrt{2}, y = \frac{17}{7}\sqrt{3}$

③ $x = \frac{17}{7}\sqrt{2}, y = \frac{18}{7}\sqrt{3}$

④ $x = \frac{18}{7}\sqrt{3}, y = \frac{17}{7}\sqrt{2}$

⑤ $x = \frac{17}{7}\sqrt{3}, y = \frac{18}{7}\sqrt{3}$

해설

$$\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5\sqrt{6} \cdots \text{㉠} \\ \sqrt{3}x - 2\sqrt{2}y = -2 \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠ $\times 2\sqrt{2}$ + ㉡ $\times \sqrt{3}$ 을 하면

$$\begin{array}{r} 4x + 2\sqrt{6}y = 20\sqrt{3} \\ +) 3x - 2\sqrt{6}y = -2\sqrt{3} \\ \hline 7x = 18\sqrt{3} \end{array}$$

$$\therefore x = \frac{18}{7}\sqrt{3}$$

㉡에 $x = \frac{18}{7}\sqrt{3}$ 을 대입하면

$$\frac{54}{7} - 2\sqrt{2}y = -2, \quad \sqrt{2}y = \frac{34}{7}$$

$$y = \frac{17}{7}\sqrt{2}$$

8. $f(a) = \sqrt{a+1} + \sqrt{a}$ 일 때, $\frac{1}{f(4)} + \frac{1}{f(5)} + \dots + \frac{1}{f(9)}$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{1}{2}$

② -2

③ $\sqrt{10} - 2$

④ $\sqrt{10} - \sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{10} + \sqrt{5} - 2$

해설

$$f(a) = \sqrt{a+1} + \sqrt{a} \text{ 에서}$$

$$\frac{1}{f(a)} = \frac{1}{\sqrt{a+1} + \sqrt{a}} = \sqrt{a+1} - \sqrt{a}$$

$$\text{따라서, } \frac{1}{f(4)} + \frac{1}{f(5)} + \dots + \frac{1}{f(9)} = \sqrt{5} - 2 + \sqrt{6} - \sqrt{5} + \dots + \sqrt{10} - \sqrt{9} = \sqrt{10} - 2$$

9. $f(n) = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$ 일 때, $f(1)+f(2)+f(3)+\dots+f(8)$ 의 값은?

① 2

② 3

③ $2\sqrt{2}-1$

④ $2\sqrt{2}+1$

⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} f(n) &= \sqrt{n+1} - \sqrt{n} \text{ 이므로} \\ (\text{준식}) &= \sqrt{2}-1 + \sqrt{3}-\sqrt{2} + \dots + \sqrt{9}-\sqrt{8} \\ &= -1+3=2 \end{aligned}$$

10. $\sqrt{1.43}$ 의 값을 a 라 하고, $\sqrt{b} = 1.105$ 일 때, a, b 의 값은?

수	0	1	2	3	...
1.0	1,000	1,005	1,010	1,015	...
1.1	1,049	1,054	1,058	1,063	...
1.2	1,095	1,100	1,105	1,109	...
1.3	1,140	1,145	1,149	1,153	...
1.4	1,183	1,187	1,192	1,196	...

① $a = 1.000, b = 1.13$

② $a = 1.005, b = 1.15$

③ $a = 1.049, b = 1.42$

④ $a = 1.196, b = 1.22$

⑤ $a = 1.192, b = 1.23$

해설

표에서 1.43을 찾으면 1.196이므로 $\sqrt{1.43} = 1.196$ 이고, 제곱근의 값이 1.105인 것을 찾으면 1.22이므로 $\sqrt{1.22} = 1.105$ 이다. 따라서 $a = 1.196, b = 1.22$ 이다.

11. $4x^2 - 4x - a$ 가 두 일차식의 곱으로 인수분해되고, 이 중 한 인수가 $2x + 3$ 일 때, a 의 값은?

- ① -15 ② -6 ③ 3 ④ 6 ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned}4x^2 - 4x - a &= (2x + 3)(bx + c) \\ &= 2bx^2 + (3b + 2c)x + 3c\end{aligned}$$

$$2b = 4, b = 2$$

$$2c + 3b = -4, c = -5$$

$$-a = 3c = -15, a = 15$$

12. $a^4 + a^2b^2 + b^4$ 을 인수분해하면?

① $(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$

② $(a^2 + ab + b)(a^2 - ab + b)$

③ $(a^2 + ab + b)(a^2 - ab - b)$

④ $(a^2 + ab - b)(a^2 - ab + b)$

⑤ $(a + ab + b^2)(a - ab + b^2)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a^2 + b^2)^2 - (ab)^2 \\ &= (a^2 + b^2 + ab)(a^2 + b^2 - ab)\end{aligned}$$

13. 자연수 $10^4 - 1$ 의 약수의 개수는?

- ① 10 개 ② 12 개 ③ 16 개 ④ 24 개 ⑤ 28 개

해설

$$\begin{aligned} 10^4 - 1 &= (10^2 + 1)(10^2 - 1) \\ &= (10^2 + 1)(10 + 1)(10 - 1) \\ &= 101 \times 11 \times 9 \\ &= 3^2 \times 11 \times 101 \end{aligned}$$

따라서 약수의 개수는 $(2 + 1)(1 + 1)(1 + 1) = 12$ (개)

14. $\frac{x^2-y^2}{xy-y^2} = 3$ 일 때, $x^2-4xy+4y^2-8x+16y-11$ 의 값은? (단, $x \neq y$)

- ① -13 ② -7 ③ -5 ④ -3 ⑤ -11

해설

$$\frac{x^2-y^2}{xy-y^2} = 3 \text{ 에서 } \frac{(x+y)(x-y)}{y(x-y)} = 3,$$

$x \neq y$ 이므로 $x-y \neq 0$

$$\text{따라서, } \frac{x+y}{y} = 3, x = 2y$$

$x = 2y$ 를 대입하면

$$\begin{aligned} x^2 - 4xy + 4y^2 - 8x + 16y - 11 \\ = 4y^2 - 8y^2 + 4y^2 - 16y + 16y - 11 = -11 \end{aligned}$$

15. 밑면의 가로와 세로가 각각 $3x - 1$, $x - 2y$ 인 직육면체의 부피가 $3x^3 - 7x^2 - 6x^2y + 2x + 14xy - 4y$ 이다. 이때, 이 직육면체의 높이를 구하면?

- ① $x - 2$ ② $x - 1$ ③ $x + 1$
④ $x + 2$ ⑤ $2x + 1$

해설

y 에 관하여 내림차순으로 정리하면
(준식)
 $= -2y(3x^2 - 7x + 2) + 3x^3 - 7x^2 + 2x$
 $= -2y(3x^2 - 7x + 2) + x(3x^2 - 7x + 2)$
 $= (x - 2y)(3x^2 - 7x + 2)$
 $= (x - 2y)(3x - 1)(x - 2)$
따라서 높이는 $x - 2$ 이다.