

1. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \leq 0$ 의 해를 구하면?

① $x \geq 3$ 또는 $x \leq -3$

② x 는 모든 실수

③ $x \neq 3$ 인 모든 실수

④ $x = 3$

⑤ 해가 없다

해설

$$x^2 - 6x + 9 \leq 0$$

$$(x - 3)^2 \leq 0$$

$$\Rightarrow x = 3$$

2. 이차부등식 $x^2 - 2kx + 2k \leq 0$ 이 해를 갖지 않을 때, 실수 k 값의 범위는?

① $-1 \leq k \leq 0$

② $-2 < k < 0$

③ $0 \leq x \leq 2$

④ $0 < k < 2$

⑤ $k < 0$, 또는 $k > 2$

해설

주어진 이차부등식이 해를 갖지 않으려면

방정식 $x^2 - 2kx + 2k = 0$ 이 허근을 가져야 하므로

$$\frac{D}{4} = k^2 - 2k < 0, \quad k(k - 2) < 0$$

$$\therefore 0 < k < 2$$

3. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\frac{1}{14} < x < \frac{1}{10}$ 일 때, 이차부등식 $4cx^2 - 2bx + a < 0$ 의 해는?

- ① $x < -7$ 또는 $x > -5$
- ② $-7 < x < -5$
- ③ $-7 < x < 5$
- ④ $5 < x < 7$
- ⑤ $x < 5$ 또는 $x > 7$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\frac{1}{14} < x < \frac{1}{10}$ 이므로
 $(14x - 1)(10x - 1) < 0$, $140x^2 - 24x + 1 < 0$
 $-140x^2 + 24x - 1 > 0 \Leftrightarrow ax^2 + bx + c > 0$
 $\therefore a = -140, b = 24, c = -1 \cdots \textcircled{가}$
 $\textcircled{가}$ 를 $4cx^2 - 2bx + a < 0$ 에 대입하면
 $-4x^2 - 48x - 140 < 0$
 $x^2 + 12x + 35 > 0, (x + 7)(x + 5) > 0$
 $\therefore x < -7$ 또는 $x > -5$

4. 양의 실수 a 에 대하여 $-x^2+7x-10 \geq 0$ 의 모든 해가 $x^2-4ax+3a^2 \leq 0$ 을 만족할 때, a 의 값의 범위는?

- ① $\frac{1}{3} \leq a \leq 2$ ② $\frac{2}{3} \leq a \leq 2$ ③ $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$
 ④ $\frac{5}{3} \leq a \leq 5$ ⑤ $2 \leq a \leq 5$

해설

$$-x^2+7x-10 \geq 0$$

$$x^2-7x+10 \leq 0$$

$$(x-2)(x-5) \leq 0$$

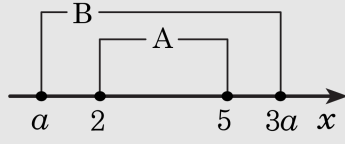
$$2 \leq x \leq 5$$

$$x^2-4ax+3a^2 \leq 0$$

$$(x-a)(x-3a) \leq 0$$

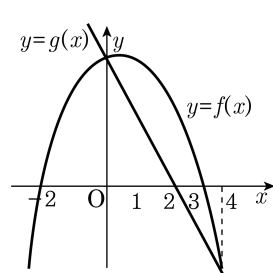
$$a \leq x \leq 3a (\because a > 0)$$

㉠의 모든 해가 ㉡에 포함되므로



따라서 $a \leq 2$, $3a \geq 5$ 이므로 $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$

5. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = g(x)$ 가 다음 그림과 같을 때, 부등식 $f(x) > g(x)$ 의 해를 구하면?



- ① $-2 < x < 4$ ② $-2 < x < 3$
 ③ $0 < x < 4$ ④ $2 < x < 3$
 ⑤ $3 < x < 4$

해설

부등식 $f(x) > g(x)$ 의 해는
 함수 $f(x)$ 의 그래프가 직선 $y = g(x)$ 보다
 위쪽에 있는 x 의 구간을 의미하므로
 구하는 해는 $0 < x < 4$

6. $2x - 1 > 0$, $x^2 - 3x - 4 < 0$ 를 동시에 만족하는 x 중에서 정수인 것의 개수는?

① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

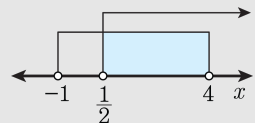
해설

$$2x - 1 > 0$$

$$\therefore x > \frac{1}{2} \dots\dots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$(x + 1)(x - 4) < 0$$

$$\therefore -1 < x < 4 \dots\dots \textcircled{\text{㉡}}$$



㉠, ㉡의 공통 부분은

$$\therefore \frac{1}{2} < x < 4$$

따라서 x 중에서

정수인 것은 1, 2, 3의 3 개다.

7. 두 부등식 $2x - 1 > 0$, $(x + 1)(x - a) < 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값의 범위가 $\frac{1}{2} < x < 3$ 이 되도록 하는 정수 a 의 값은? (단, $a > 1$)

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$2x - 1 > 0$$

$$\therefore x > \frac{1}{2} \dots\dots ①$$

$$(x + 1)(x - a) < 0$$

$$\therefore -1 < x < a \dots\dots ②$$

즉 ①, ②의 공통 부분이 $\frac{1}{2} < x < 3$ 이므로

$$\therefore a = 3$$

8. x 에 관한 이차부등식 $ax^2 - 2ax - 3a \geq bx^2 - 2bx - 3b$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?
- ① $a < b$ 일 때, $-1 \leq x \leq 3$ 이다.
 - ② $a < b$ 일 때, $x \leq -1, x \geq 3$ 이다.
 - ③ $a < 0$ 일 때, $-1 \leq x \leq 3$ 이다.
 - ④ $b < 0$ 일 때, $x \leq -1, x \geq 3$ 이다.
 - ⑤ $a \geq b$ 일 때, 부등식은 모든 실수 x 에 대하여 성립한다.

해설

$ax^2 - 2ax - 3a \geq bx^2 - 2bx - 3b$ 을 이항하여 정리하면
 $(a - b)x^2 - 2(a - b)x - 3(a - b) \geq 0$ (이차부등식이므로 $a \neq b$)
i) $a < b$ 이면 $x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) \leq 0$
 $\therefore -1 \leq x \leq 3$
ii) $a > b$ 이면
 $x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) \geq 0$
 $\therefore x \leq -1, x \geq 3$

9. 부등식 $3x^2 \geq 2|x-1| + 3$ 의 해가 $x \leq \alpha$ 또는 $x \geq \beta$ 일 때, $3\alpha + \beta$ 의 값은?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

(i) $x < 1$ 일 때,
 $3x^2 \geq -2(x-1) + 3, 3x^2 + 2x - 5 \geq 0$
 $(x-1)(3x+5) \geq 0 \therefore x \leq -\frac{5}{3}$ 또는 $x \geq 1$
그런데 $x < 1$ 이므로 $x \leq -\frac{5}{3}$
(ii) $x \geq 1$ 일 때,
 $3x^2 \geq 2(x-1) + 3, 3x^2 - 2x - 1 \geq 0$
 $(x-1)(3x+1) \geq 0 \therefore x \leq -\frac{1}{3}$ 또는 $x \geq 1$
그런데 $x \geq 1$ 이므로 $x \geq 1$
(i), (ii)에 의해 $\therefore x \leq -\frac{5}{3}$ 또는 $x \geq 1$
따라서 $\alpha = -\frac{5}{3}, \beta = 1$ 이므로 $3\alpha + \beta = -4$

10. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta = 4$ 이다. 방정식 $f(4x - 2) = 0$ 의 두 근의 합은?

① 2 ② -2 ③ 4 ④ -4 ⑤ 0

해설

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = \alpha \text{ 또는 } x = \beta \text{가 성립하면}$$

$$f(4x - 2) = 0 \Leftrightarrow 4x - 2 = \alpha \text{ 또는 } 4x - 2 = \beta$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\alpha + 2}{4} \text{ 또는 } x = \frac{\beta + 2}{4}$$

$$\text{즉 } f(4x - 2) = 0 \text{의 두 근은 } \frac{\alpha + 2}{4}, \frac{\beta + 2}{4} \text{이다.}$$

$$\therefore \frac{\alpha + 2}{4} + \frac{\beta + 2}{4} = \frac{\alpha + \beta + 4}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

11. 이차방정식 $x^2 - (2k+4)x + 2k^2 + 9 = 0$ 이 실근을 갖도록 k 의 값 또는 범위를 정하면?

① $k < 2$

② $k \leq 2$

③ $k = 2$ 를 제외한 모든 실수

④ $-4 \leq k \leq 5$

⑤ k 의 값은 존재하지 않는다.

해설

실근을 가지려면 판별식이 0보다 크거나 같아야 하므로

$$(k+2)^2 - (2k^2+9) \geq 0$$

$$k^2 - 4k + 5 \leq 0$$

$$\text{그런데 } k^2 - 4k + 5 = (k-2)^2 + 1 > 0$$

$\therefore k$ 의 값은 존재하지 않는다

12. 평지의 공원에 둘레의 길이는 200 m로 일정하고 넓이는 900 m^2 이상인 직사각형 모양의 화단을 만들려고 한다. 이 때, 만들어지는 화단의 가로 최대 길이는?

- ① 40 m ② 50 m ③ 90 m
④ 100 m ⑤ 150 m

해설

화단의 가로 길이를 $x\text{ m}$ 라고 하면
세로의 길이는 $(100 - x)\text{ m}$ 이다.
가로, 세로의 길이는 모두 양수이므로
 $x > 0$, $100 - x > 0$ 에서 $0 < x < 100 \cdots$ (가)
 900 m^2 이상이므로
 $x(100 - x) \geq 900$
 $x^2 - 100x + 900 \leq 0$, $(x - 10)(x - 90) \leq 0$
 $\therefore 10 \leq x \leq 90$
이것은 (가)를 만족하므로
가로의 최대 길이는 90 m이다.

13. 두 함수 $f(x) = mx^2 - 4x + 4$, $g(x) = -2x^2 + 2mx$ 가 있다. 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) < y < f(x)$ 를 만족시키는 실수 y 가 존재할 때, 실수 m 의 범위를 정하면?

- ① $-3 < m < 0$ ② $-2 < m \leq 3$ ③ $0 \leq m < 2$
④ $-2 \leq m < 2$ ⑤ $-2 < m \leq 4$

해설

모든 실수 x 에 대하여 $f(x) - g(x) > 0$ 을 만족시키는 조건을 구한다.

$$f(x) - g(x) = (m + 2)x^2 - 2(m + 2)x + 4 > 0$$

(i) $m + 2 = 0$ 이면 $f(x) - g(x) = 4 > 0$

따라서 $m = -2$ 일 때, 성립한다.

(ii) $m + 2 > 0$, $\frac{D}{4} < 0$ 에서

$$-2 < m < 2$$

(i), (ii) 에서 $-2 \leq m < 2$

14. 부등식 $0 \leq x \leq 2$ 의 영역이 부등식 $x^2 - ax + a^2 - 4 \leq 0$ 의 영역에 포함되도록 하는 실수 a 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

부등식 $0 \leq x \leq 2$ 의 영역이 부등식 $x^2 - ax + a^2 - 4 \leq 0$ 의 영역에 포함되어야하므로

$0 \leq x \leq 2$ 에서

$x^2 - ax + a^2 - 4 \leq 0$ 이어야 한다.

$f(x) = x^2 - ax + a^2 - 4$ 라 하면

$0 \leq x \leq 2$ 에서

$f(x) \leq 0$ 이어야 하므로

$y = f(x)$ 의 그래프는 아래 그림과 같아야 한다.

$f(0) = a^2 - 4 \leq 0$ 에서

$-2 \leq a \leq 2 \cdots \textcircled{1}$

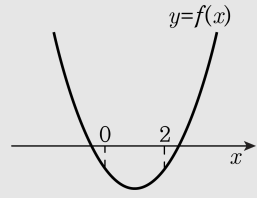
$f(2) = a^2 - 2a \leq 0$ 에서

$0 \leq a \leq 2 \cdots \textcircled{2}$

①, ②의 공통 범위를 구하면 $0 \leq a \leq 2$

따라서, 최댓값은 $M = 2$, 최솟값은 $m = 0$ 이므로

$M - m = 2$



15. $n, n+5, n+8$ 이 둔각삼각형의 세 변의 길이가 되는 자연수 n 의 개수는?

① 4

② 6

③ 7

④ 9

⑤ 무수히 많다.

해설

삼각형의 결정조건에서

$$n + (n + 5) > n + 8, n > 3 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

둔각삼각형일 조건에서 $n^2 + (n + 5)^2 < (n + 8)^2$

$$n^2 - 6n - 39 < 0, 3 - \sqrt{48} < n < 3 + \sqrt{48} \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①, ②에서 자연수인 n 은

$n = 4, 5, 6, 7, 8, 9$ (6개)