

1. 다음은 식 $A = ab(a + b) - ab$ 와 식 $B = a^2b - 2ab$ 에 대한 설명이다.
옳지 않은 것을 모두 골라라.

- ㉠ A 에서 ab 는 각 항의 공통인 인수이다.
㉡ B 의 인수는 ab 와 -2 이다.
㉢ A 와 B 의 공통인 인수는 ab 이다.
㉣ B 에서 a^2b 는 각 항의 공통인 인수이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉣

해설

$A = ab(a + b) - ab = ab(a + b - 1)$ 이고,

$B = a^2b - 2ab = ab(a - 2)$ 이다.

㉡ B 의 인수는 ab 와 $a - 2$ 이다.

㉣ B 에서 ab 는 각 항의 공통인 인수이다.

2. 다음 중에서 $4x^2 - 8x + 4$ 의 인수가 될 수 있는 것을 모두 골라라.

㉠ 4

㉡ $x - 1$

㉢ $x + 1$

㉤ $(x - 1)^2$

㉦ x

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

해설

$$4x^2 - 8x + 4 = 4(x^2 - 2x + 1)$$

$$= 4(x - 1)(x - 1) = 4(x - 1)^2 \text{ 이다.}$$

따라서 인수가 될 수 있는 것은 ㉠, ㉡, ㉤이다.

3. 다음 중 $27ax^2 - 12ay^2$ 을 바르게 인수분해 한 것은?

① $(3ax - 3y)^2$

② $3^2(3ax - 4ay)^2$

③ $3a(3^2ax - 4ay)^2$

④ $3a(3x + 2y)(3x - 2y)$

⑤ $3(9ax^2 - 4ay^2)$

해설

$$\begin{aligned} 27ax^2 - 12ay^2 &= 3a(9x^2 - 4y^2) \\ &= 3a(3x + 2y)(3x - 2y) \end{aligned}$$

4. 다음 중 $2x^2 - x - 15$ 의 인수를 모두 고르면?(정답 2개)

① $2x + 5$

② $x - 3$

③ $x + 3$

④ $2x - 5$

⑤ $2x + 3$

해설

$$2x^2 - x - 15 = (2x + 5)(x - 3)$$

5. 다음 중 옳은 것은?

① $(a - b)^2 = (b - a)^2$

② $(a + b)^2 = (a - b)^2$

③ $(a + b)^2 = a^2 + b^2$

④ $(a - b)(-a - b) = (a - b)(a + b)$

⑤ $(b + a)(b - a) = (-b - a)(b + a)$

해설

① $(a - b)^2 = \{-(a - b)\}^2 = (b - a)^2$

6. 두 다항식 $4x^2 - 9$, $2x^2 - 5x + 3$ 의 인수 중에서 공통인 인수를 제외한 나머지 두 인수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3x + 2$

해설

$$4x^2 - 9 = (2x + 3)(2x - 3)$$

$$2x^2 - 5x + 3 = (2x - 3)(x - 1)$$

공통인 인수를 제외한 나머지 인수는 $2x + 3$, $x - 1$ 이므로 합은 $3x + 2$ 이다.

7. 다음 중 $x^3 - 9x$ 의 인수가 아닌 것은?

① x

② $x + 3$

③ $x - 3$

④ x^2

⑤ $x(x - 3)$

해설

$$x^3 - 9x = x(x^2 - 3^2) = x(x + 3)(x - 3)$$

8. $(x+2)^2 - (2x-3)^2$ 을 간단히 하면 $-(ax+b)(x+c)$ 이다. 이 때, $a+b+c$ 의 값을 구하면? (단, a 는 양수)

① -5

② -1

③ -3

④ -10

⑤ -12

해설

$x+2=A$, $2x-3=B$ 로 치환하면

$$(x+2)^2 - (2x-3)^2$$

$$= A^2 - B^2$$

$$= (A+B)(A-B)$$

$$= (x+2+2x-3)(x+2-2x+3)$$

$$= (3x-1)(-x+5)$$

$$= -(3x-1)(x-5)$$

$$\therefore a+b+c = 3 + (-1) + (-5) = -3$$

9. $(2x - a)^2 = 4x^2 - (b - 5)x + 49$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 40$

해설

$$(2x - a)^2 = 4x^2 - 4ax + a^2$$

$$4x^2 - 4ax + a^2 = 4x^2 - (b - 5)x + 49 \text{ 이므로}$$

$$a^2 = 49 \quad \therefore a = 7$$

$$-(b - 5) = -4a, a = 7 \text{ 을 대입하면}$$

$$-(b - 5) = -28 \therefore b = 33$$

$$\therefore a + b = 7 + 33 = 40$$

10. $a = 2 - \sqrt{3}$ 일 때, 다음 식의 값을 구하면?

$$\sqrt{a^2 - 2 + \frac{1}{a^2}} + \sqrt{a^2 + 2 + \frac{1}{a^2}}$$

① $2(2 - \sqrt{3})$

② $2(1 + \sqrt{3})$

③ $2(2 + \sqrt{3})$

④ $4 + \sqrt{3}$

⑤ $2 + \sqrt{3}$

해설

$a = 2 - \sqrt{3}$ 이면 $0 < a < 1$ 이므로

$$\begin{aligned}\sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} + \sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2} &= -\left(a - \frac{1}{a}\right) + \left(a + \frac{1}{a}\right) \\ &= \frac{2}{a} = \frac{2}{2 - \sqrt{3}} \\ &= 2(2 + \sqrt{3})\end{aligned}$$

11. 다항식 $x^2 + \square x - 6$ 이 $(x+a)(x+b)$ 로 인수분해될 때, a 에 알맞은 정수의 개수는? (단, a, b 는 정수이고 $a > b$)

① 2 개

② 3 개

③ 4 개

④ 5 개

⑤ 6 개

해설

$$x^2 + \square x - 6 = (x+a)(x+b) \text{ 이므로}$$

$$\square = a+b, -6 = ab$$

두 정수를 곱해서 -6 이 되는 경우는 -1 과 6 , 6 과 -1 , 1 과 -6 , -1 과 6 , 2 와 -3 , -3 과 2 , -2 와 3 , 3 과 -2 이고 $a > b$ 이므로 $a = 1$ 또는 $a = 2$ 또는 $a = 3$ 또는 $a = 6$ 이다.

따라서 a 에 알맞은 정수의 개수는 4개이다.

12. 다음 그림과 같이 넓이가 $3x^2 - 4xy - 4y^2$ 인 직사각형의 둘레의 길이는?

$$\text{넓이} = 3x^2 - 4xy - 4y^2$$



① $4x$

② $8x$

③ $8x + 4y$

④ $4xy$

⑤ $8y$

해설

$$3x^2 - 4xy - 4y^2 = (3x + 2y)(x - 2y)$$

따라서 둘레의 길이는 $2 \times (3x + 2y + x - 2y) = 8x$ 이다.

13. $(x - y)^2 - 8x + 8y + 16$ 을 인수분해하면 $(ax + by + c)^2$ 이다. 이 때, $a + b + c$ 의 값은? (단, a 는 양수)

① -16

② -4

③ 2

④ 8

⑤ 12

해설

$(x - y)^2 - 8(x - y) + 16$ 에서

$x - y = A$ 로 치환하면

$$A^2 - 8A + 16 = (A - 4)^2 = (x - y - 4)^2$$

$$\therefore a = 1, b = -1, c = -4$$

$$\therefore a + b + c = -4$$

14. 다음 $x(x+1)(x+2)(x+3)+1$ 을 인수분해하면?

① $(x^2 + 3x + 6)^2$

② $(x^2 + 3x - 1)^2$

③ $(x^2 - 3x + 3)^2$

④ $(x^2 - 5x + 3)^2$

⑤ $(x^2 + 3x + 1)^2$

해설

$$(x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) + 1$$

$$x^2 + 3x = A \text{ 라 하면}$$

$$\begin{aligned} A(A + 2) + 1 &= A^2 + 2A + 1 = (A + 1)^2 \\ &= (x^2 + 3x + 1)^2 \end{aligned}$$

15. $x^2 - 4xy + 3y^2 - 6x + 2y - 16$ 을 인수분해 하였더니 $(x + ay + b)(x + cy + d)$ 가 되었다. 이 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

① -10

② -9

③ -8

④ -3

⑤ 2

해설

x 에 대하여 정리하면,

$$x^2 - (4y + 6)x + 3y^2 + 2y - 16$$

$$= x^2 - (4y + 6)x + (3y + 8)(y - 2)$$

$$= (x - 3y - 8)(x - y + 2)$$

$$\therefore a = -3, b = -8, c = -1, d = 2$$

$$\therefore -3 - 8 - 1 + 2 = -10$$

16. $a = 2\sqrt{2} - 4$, $b = 3 + \sqrt{2}$ 일 때, $a^2 - 4ab + 4b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

$$\begin{aligned}a^2 - 4ab + 4b^2 &= (a - 2b)^2 \\&= \{2\sqrt{2} - 4 - 2(3 + \sqrt{2})\}^2 \\&= (2\sqrt{2} - 4 - 6 - 2\sqrt{2})^2 \\&= (-10)^2 = 100\end{aligned}$$

17. $xy = 5$ 이고, $x^2y + xy^2 + 2(x + y) = 42$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값은?

① 10

② 15

③ 20

④ 26

⑤ 28

해설

$$\begin{aligned}x^2y + xy^2 + 2(x + y) &= xy(x + y) + 2(x + y) \\&= (x + y)(xy + 2) = 42 \text{ 에서}\end{aligned}$$

$xy = 5$ 이므로 $x + y = 6$ 이다.

$$\begin{aligned}\therefore x^2 + y^2 &= (x + y)^2 - 2xy \\&= 6^2 - 2 \times 5 \\&= 36 - 10 = 26\end{aligned}$$

18. $(x-2)x^2 - 3(x-2)x - 10(x-2)$ 를 인수분해하면?

① $(x-2)(x-5)(x+2)$

② $(x-2)(x+5)(x+2)$

③ $(x-2)(x-5)(x+3)$

④ $(x-2)(x+5)(x-2)$

⑤ $(x-2)(x+5)(x-3)$

해설

$A = x - 2$ 로 치환하면

$$(x-2)x^2 - 3(x-2)x - 10(x-2)$$

$$= Ax^2 - 3Ax - 10A$$

$$= A(x^2 - 3x - 10)$$

$$= A(x-5)(x+2)$$

$$= (x-2)(x-5)(x+2)$$

19. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

① $ab + b - a - 1 = (a + 1)(1 - b)$

② $2 - a - 2b + ab = (1 - b)(2 + a)$

③ $x^2 - y^2 + 2x + 2y = (x - y)(x - y + 2)$

④ $x^3 + x^2 + x + 1 = (x^2 + 1)(x + 1)$

⑤ $x(y - 1) - 2(y - 1) = (x - 2)(y - 1)$

해설

① $(a + 1)(b - 1)$

② $(1 - b)(2 - a)$

③ $(x + y)(x - y + 2)$

20. $49x^2 - 9 + 14xy + y^2$ 을 인수분해하였더니 $(ax + y + b)(ax + cy + 3)$ 가 되었다. 이때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a - b + c$ 의 값을 구하면?

① 2

② 4

③ 6

④ 11

⑤ 16

해설

$$\begin{aligned} 49x^2 + 14xy + y^2 - 9 &= (7x + y)^2 - 3^2 \\ &= (7x + y + 3)(7x + y - 3) \end{aligned}$$

$$a = 7, b = -3, c = 1$$

$$\therefore a - b + c = 11$$

21. 다음은 $x^4 - 81y^4$ 을 인수분해 한 것이다. 이 때, 안에 알맞은 세 자연수의 합을 구하면?

$$x^4 - 81y^4 = (x^2 + \text{}y^2)(x + \text{}y)(x - \text{}y)$$

① 13

② 15

③ 18

④ 20

⑤ 24

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 81y^4 &= (x^2 + 9y^2)(x^2 - 9y^2) \\ &= (x^2 + 9y^2)(x + 3y)(x - 3y)\end{aligned}$$

$$\therefore 9 + 3 + 3 = 15$$

22. a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이일 때, $b^3 + b^2c + bc^2 - a^2b + c^3 - a^2c = 0$ 이다. 이때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인지 구하면? (단, a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이이다.)

① 삼각형이 될 수 없다.

② 이등변삼각형

③ $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형

④ $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형

⑤ $\angle C$ 가 직각인 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned} & b^3 + b^2c + bc^2 - a^2b + c^3 - a^2c \\ &= b^2(b+c) + b(c^2 - a^2) + c(c^2 - a^2) \\ &= b^2(b+c) + (b+c)(c^2 - a^2) \\ &= (b+c)(b^2 + c^2 - a^2) = 0 \end{aligned}$$

b, c 는 삼각형의 변의 길이이므로 양수이다.

따라서 $b^2 + c^2 - a^2 = 0$, $b^2 + c^2 = a^2$

$\angle A$ 가 직각인 직각삼각형이다.

23. $x^2 + ax + 15$ 가 $(x + b)(x + c)$ 로 인수분해될 때, 상수 a 의 최댓값을 구하여라.(단, a, b, c 는 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$(x + b)(x + c) = x^2 + (b + c)x + bc$$

$bc = 15$ 인 b 와 c 의 조합을 찾는다.

b, c 가 1, 15일 때, $a = 16$

b, c 가 3, 5일 때, $a = 8$

따라서 a 의 최댓값은 16이다.

24. $8x^2 + ax - 15$ 가 $4x - 5$ 로 나누어 떨어질 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

해설

$8x^2 + ax - 15 = (4x - 5)(2x + 3)$ 이므로 x 의 항을 구하면
 $\therefore a = 2$

해설

$8x^2 + ax - 15$ 를 $f(x)$ 라 할 때, $f(x)$ 가 $4x - 5$ 를 인수로 가지면

$f\left(\frac{5}{4}\right) = 0$ 이므로,

$8\left(\frac{5}{4}\right)^2 + a \times \frac{5}{4} - 15 = 0$ 을 풀면, $a = 2$

25. $30 \left(\frac{2^2 - 1}{2^2} \right) \left(\frac{3^2 - 1}{3^2} \right) \left(\frac{4^2 - 1}{4^2} \right) \cdots \left(\frac{10^2 - 1}{10^2} \right)$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{33}{2}$

해설

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= 30 \left(1 - \frac{1}{2^2} \right) \left(1 - \frac{1}{3^2} \right) \left(1 - \frac{1}{4^2} \right) \\ &\quad \cdots \left(1 - \frac{1}{10^2} \right) \\ &= 30 \left(1 - \frac{1}{2} \right) \left(1 + \frac{1}{2} \right) \left(1 - \frac{1}{3} \right) \left(1 + \frac{1}{3} \right) \\ &\quad \left(1 - \frac{1}{4} \right) \left(1 + \frac{1}{4} \right) \cdots \left(1 - \frac{1}{10} \right) \left(1 + \frac{1}{10} \right) \\ &= 30 \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \right) \times \left(\frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \right) \times \left(\frac{3}{4} \times \frac{5}{4} \right) \\ &\quad \times \cdots \times \left(\frac{9}{10} \times \frac{11}{10} \right) \\ &= 30 \times \frac{1}{2} \times \frac{11}{10} = \frac{33}{2} \end{aligned}$$