

1. 다음 중 두 집합 A, B 에 대하여 $B \subset A$ 인 것을 고르면?

① $A = \{1, 2, 4\}, B = \{1, 2, 4, 8\}$

② $A = \{x|x \text{는 짝수}\}, B = \{x|x \text{는 홀수}\}$

③ $A = \emptyset, B = \{x|x \text{는 } x, y, z\}$

④ $A = \{x|x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}, B = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$

⑤ $A = \{x|x = 2 \times n - 1, n = 1, 2, 3, \dots\}, B = \{x|x \text{는 자연수}\}$

해설

④ $\{2, 4, 6, 8, 10, \dots\} \supset \{6, 12, 18, 24, \dots\}$

2. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이다. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 13 \text{보다 작은 홀수}\}$ 일 때, B 의 원소의 개수는?

- ① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

$A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이면, $A = B$ 이다.

$A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 이므로

$B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$

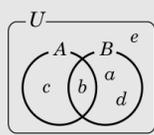
따라서 $n(B) = 6$ 이다.

3. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{b\}$, $B - A = \{a, d\}$, $(A \cup B)^c = \{e\}$ 일 때, $A - B$ 는?

- ① $\{a\}$ ② $\{c\}$ ③ $\{a, d\}$ ④ $\{b, c\}$ ⑤ $\{b, e\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $A - B = \{c\}$ 이다.



7. 어느 세 점도 일직선 위에 있지 않은 7 개의 점이 있을 때, 점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 35 개

해설

$${}_{7}C_{3} = 35$$

9. 두 실수 a, b 에 대하여 p 는 q 이기 위한 필요조건을 모두 고르면?

- ① $p: |a| + |b| \neq 0, q: a, b$ 는 모두 0이 아니다.
- ② $p: a^2 + b^2 \neq 0, q: a, b$ 는 모두 0이 아니다.
- ③ $p: a + b \neq 0, q: a, b$ 는 모두 0이 아니다.
- ④ $p: a^2 + b^2 + 2|ab| \neq 0, q: a, b$ 는 모두 0이 아니다.
- ⑤ $p: a^3 + b^3 \neq 0, q: a, b$ 는 모두 0이 아니다.

해설

$q \rightarrow p$ 이므로, $\sim p \rightarrow \sim q$ 인지 확인한다.

① $|a| + |b| = 0$ 이면 $a = 0$ 또는 $b = 0 \rightarrow$ 참

② $a^2 + b^2 = 0$ 이면 $a = 0$ 또는 $b = 0 \rightarrow$ 참

③ $a + b = 0$ 이면 $a = 0$ 또는 $b = 0 \rightarrow$ 거짓

반례 : $a = 4, b = -4$

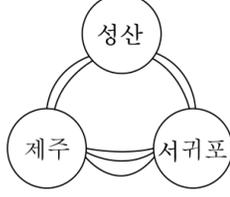
④ $a^2 + b^2 + 2|ab| = 0$ 이면 $a = 0$ 또는 $b = 0$

\rightarrow 참

⑤ $a^3 + b^3 = 0$ 이면 $a = 0$ 또는 $b = 0 \rightarrow$ 거짓

반례 : $a = 3, b = -3$

10. 다음 그림과 같이 제주와 성산을 잇는 길은 2개, 성산과 서귀포를 잇는 길은 2개가 있고, 제주와 서귀포를 잇는 길은 3개가 있다. 제주에서 서귀포로 갔다가 다시 제주로 돌아오는 경우 중 한 번 지나간 길은 다시 지나지 않는 경우의 수는?



- ① 24 ② 28 ③ 30 ④ 34 ⑤ 42

해설

갈 때, 올 때 성산을 거치는 유무에 따라서 달라진다.

O: 거치는 경우, X: 거치지 않는 경우

갈 때 : X, 올 때 : X → $3 \times 2 = 6$

갈 때 : X, 올 때 : O → $3 \times 4 = 12$

갈 때 : O, 올 때 : X → $4 \times 3 = 12$

갈 때 : O, 올 때 : O → $4 \times 1 = 4$

$6 + 12 + 12 + 4 = 34$

∴ 34가지

13. 1, 2, 3, 4, 5 의 번호가 각각 적힌 5개의 공을 A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 라고 쓰여진 주머니에 각각 1 개씩 넣을 때, 2 번 공은 A_1 에 넣고 k 번 공은 A_k 에 넣지 않는 경우의 수를 구하여라. (단, $k = 1, 3, 4, 5$)

▶ 답: 가지

▷ 정답: 11가지

해설

2번 공은 A_1 에 넣고 k 번 공은 A_k 에 넣지 않는 경우는 11 가지이다

14. A, B, C, D 4 명을 일렬로 세울 때, B 와 C 가 이웃하여 서는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 12가지

해설

B 와 C 를 하나로 보면, 세명을 일렬로 세우는 경우와 같다.
 $\Rightarrow 3! = 6$
여기에 B 와 C 가 자리를 바꾸는 방법을 곱해준다.
 $\therefore 6 \times 2 = 12$

15. 남자 4명, 여자 3명을 일렬로 세울 때, 여자끼리는 이웃하지 않도록 서는 경우의 수는?

- ① 720 ② 960 ③ 1280 ④ 1440 ⑤ 1560

해설

먼저 남자 4명을 줄 세운 다음 양 끝과 남자 사이의 5자리 중 3 자리를 골라 여자들을 배치한다.

$$4! \times {}_5 P_3 = 1440$$

16. A, B, C, D, E 의 5개의 문자 중에서 3개를 뽑아 일렬로 나열할 때, A 로 시작하는 경우의 수는?

- ① 12 ② 14 ③ 18 ④ 24 ⑤ 36

해설

B, C, D, E 중 2개를 뽑아 나열하는 경우와 같다.

$${}_4P_2 = 12$$

17. 'korea'의 모든 문자를 써서 만든 순열 중 적어도 한 쪽 끝이 자음인 것의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 84개

해설

전체 경우의 수에서 양 쪽 끝이 모두 모음인 경우를 제외한다.

$$5! - {}_3P_2 \times 3! = 84$$

18. 원에 내접하는 칠각형에 대하여 대각선은 모두 몇 개를 그을 수 있는가?

- ① 7 ② 12 ③ 14 ④ 35 ⑤ 38

해설

7 개의 점에서 2 개를 택하는 조합

$$\therefore {}_7C_2 = \frac{7!}{5!2!} = 21$$

이 때, 7 각형의 변의 개수는 빼줘야 하므로

$$\therefore 21 - 7 = 14 \text{ 개}$$

19. 다음 집합 중에서 무한집합이 아닌 것을 모두 구하면?

① $\{x \mid x \text{는 자연수 부분이 1인 대분수}\}$

② $\{x \mid x \text{는 3보다 작은 3의 배수}\}$

③ $\{x \mid 2 < x < 5 \text{인 수}\}$

④ $\{x \mid 2 < x < 5 \text{인 정수}\}$

⑤ $\{x \mid x = 4n - 5, n \text{은 자연수}\}$

해설

① $\left\{1\frac{1}{2}, 1\frac{1}{3}, 1\frac{2}{3}, \dots\right\} \Rightarrow$ 무한집합

② $\emptyset \Rightarrow$ 유한집합

③ 무한집합

④ $\{3, 4\} \Rightarrow$ 유한집합

⑤ $\{-1, 3, 7, 11, \dots\} \Rightarrow$ 무한집합

20. 집합 $A = \{\emptyset, 1, 3, 5, 7, 9, \{1, 3, 5\}\}$, $B = \{\emptyset, 1, 3, 5, 7, \{1, 3, 5\}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 골라라.

㉠ $\emptyset \notin A$

㉡ $7 \subset B$

㉢ $\{1, 3, 5\} \subset B$

㉣ $\{\{1, 3, 5, 7, 9\}\} \in A$

㉤ $A \subset B$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉠ $\emptyset \in \{\emptyset\}$ 이고, $\emptyset \notin \emptyset$, $\emptyset \subset \emptyset$ 이다.

㉡ $7 \in B$

㉢ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ 는 집합 A 의 부분집합이므로 $\{1, 3, 5, 7, 9\} \subset A$

㉤ $B \subset A$

21. 집합 A, B, C, D, E 의 관계가 보기와 같을 때, 다음 중 옳은 것은?

보기

$$A \subset C, B \subset C, C \subset E, D \subset E$$

- ① 집합 A 는 집합 B 의 부분집합이다.
- ② 집합 B 는 집합 D 의 부분집합이다.
- ③ $D \subset C$ 이면, $B \subset D$ 이다.
- ④ $E \subset D$ 이면, $A \subset D$ 이다.
- ⑤ 집합 B 와 집합 E 는 같을 수 없다.

해설

- ① 집합 A 는 집합 B 의 부분집합이다. \rightarrow 알 수 없다.
- ② 집합 B 는 집합 D 의 부분집합이다. \rightarrow 알 수 없다.
- ③ $D \subset C$ 이면, $B \subset D$ 이다. $\rightarrow D \subset B, B \not\subset D$ 일 수 있다.
- ④ $E \subset D$ 이면, $A \subset D$ 이다. $\rightarrow E \subset D$ 이면, $D = E$ 이고 $A \subset E$ 이므로 $A \subset D$ 이다.
- ⑤ 집합 B 와 집합 E 는 같을 수 없다. $\rightarrow B = C = E$ 일 수 있다.

22. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

- ① $A \cap B \neq B \cap A$
- ② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = A$
- ③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = B$
- ④ $n(A \cap B \cap \emptyset) = 0$
- ⑤ $A \subset (A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

- ① $A \cap B = B \cap A$
- ② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$
- ③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$
- ⑤ $(A \cap B) \subset A \subset (A \cup B)$

23. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, $X \cap A = X, X \cup (A \cap B) = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

$$A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 자연수}\}, B = \{3, 5, 7\}$$

- ① 2개 ② 4개 ③ 6개 ④ 8개 ⑤ 10개

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, A \cap B = \{3, 5\}, X \cap A = X \text{이므로 } X \subset A$$

$$X \cup (A \cap B) = X \text{이므로 } A \cap B \subset X$$

$$\{3, 5\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

따라서 집합 X 는 집합 A 의 부분집합 중 원소 3, 5를 반드시

포함하는 집합이므로

$$2^{5-2} = 2^3 = 8(\text{개})$$

24. 두 집합 $A = \{3, a+1, 9\}$, $B = \{a-1, a, a+3\}$ 에 대하여 $A-B = \{5, 9\}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$A-B = \{5, 9\}$ 이므로 $5 \in A$ 이다.

$$a+1=5$$

$$\therefore a=4$$

25. 자연수 n 의 양의 배수의 집합을 A_n 이라 할 때, 다음 <보기> 에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, m, n 은 자연수)

보기

- ㉠ $A_5 \cap A_7 = \emptyset$
- ㉡ $A_4 \cup A_6 = A_4$
- ㉢ m, n 이 서로소이면 $A_m \cap A_n = A_{mn}$
- ㉣ $m = kn$ (k 는 양의 정수) 이면 $A_m \subset A_n$

- ① ㉠, ㉡, ㉣
- ② ㉠, ㉢
- ③ ㉠, ㉢, ㉣
- ④ ㉡, ㉢, ㉣
- ⑤ ㉢, ㉣

해설

- ㉠ $A_5 \cap A_7 = A_{35}$
- ㉡ $A_4 = \{4, 8, 12, 16, \dots\}$
 $A_6 = \{6, 12, 18, 24, \dots\}$ 이므로
 $A_4 \cup A_6 = \{4, 6, 8, 12, 16, \dots\} \neq A_4$
- ㉢ $A_m = \{m, 2m, \dots, nm, (n+1)m, \dots\}$
 $A_n = \{n, 2n, \dots, mn, (m+1)n, \dots\}$
 m, n 이 서로소이면 $A_m \cap A_n = A_{mn}$
- ㉣ $A_m = A_{kn} = \{kn, 2kn, 3kn, \dots\}$
 $A_n = \{n, 2n, 3n, 4n, \dots\}$ 이므로
 $A_m \subset A_n$

26. 집합 $M = \{x \mid |x| < m \text{인 유리수}\}$ 의 부분집합 A_n 을 $A_n = \left\{x \in M \mid x - [x] = \frac{1}{n}, n \text{은 } 2 \text{이상의 자연수}\right\}$ 라고 정의하자. A_n 의 원소의 개수가 30일 때, 정수 m 의 값은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대 정수이다.)

- ① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

해설

집합 A_2 에서 $x - [x] = \frac{1}{2}$ 이므로

$$A_2 = \left\{ \dots, -\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots \right\}$$

집합 A_3 에서 $x - [x] = \frac{1}{3}$ 이므로

$$A_3 = \left\{ \dots, -\frac{8}{3}, -\frac{5}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{4}{3}, \frac{7}{3}, \dots \right\}$$

집합 A_n 에서 $x - [x] = \frac{1}{n}$ 이므로

$$A_n = \left\{ \dots, -2 + \frac{1}{n}, -1 + \frac{1}{n}, \frac{1}{n}, 1 + \frac{1}{n}, 2 + \frac{1}{n}, \dots \right\}$$

따라서 A_n 의 원소는 n 의 값에 관계없이 모든 정수 사이에 1개씩 있으므로 원소의 개수가 30일 때 $m = 15$

27. P 섬에 사는 사람들은 오직 진실만을 말하고, Q 섬에 사는 사람들은 오직 거짓만을 말한다. 이 두 섬으로부터 온 세 사람 A, B, C가 있다. A, B는 다음과 같이 말했다.

A : 우리는 모두 Q 섬에서 왔다. B : 우리들 중 오직 한 사람만이 P 섬에서 왔다.

A, B, C는 각각 어느 섬으로부터 왔는가?

- ① A, B는 P 섬, C는 Q 섬에서 왔다.
- ② A, B는 Q 섬, C는 Q 섬에서 왔다.
- ③ A, B, C는 모두 Q 섬에서 왔다.
- ④ B는 P 섬, A, C는 Q 섬에서 왔다.
- ⑤ B는 Q 섬, A, C는 P 섬에서 왔다.

해설

A의 말은 거짓이다. 즉, A는 Q 섬 사람이고 ‘우리 모두 Q 섬 사람이다.’가 거짓이므로 B, C 중 P 섬 사람이 있어야 한다. 만일 B가 P 섬 사람이면 B의 말이 진실이므로 C는 Q 섬에서 왔다. 그러나 B가 Q 섬에서 왔다면 B의 말이 거짓이므로 P 섬 사람이 둘 이상이어야 하는데 A와 B가 Q 섬 사람이므로 모순이다. 따라서, B는 P 섬, A, C는 Q 섬에서 왔다.

28. 함수 $f_n(x)$ 가 $f_1(x) = \frac{x}{x+1}$, $f_{n+1}(x) = (f_1 \circ f_n)(x)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)

으로 정의될 때, $f_{28}\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{20}$ ② $\frac{1}{24}$ ③ $\frac{1}{30}$ ④ $\frac{1}{32}$ ⑤ $\frac{1}{40}$

해설

$$f_1(x) = \frac{x}{x+1} \text{ 이고}$$

$$f_{n+1}(x) = (f_1 \circ f_n)(x) \text{ 이므로}$$

$$f_2(x) = \frac{\frac{x}{x+1}}{\frac{x}{x+1} + 1} = \frac{\frac{x}{x+1}}{\frac{x+1+x}{x+1}} = \frac{x}{2x+1}$$

$$f_3(x) = \frac{\frac{x}{2x+1}}{\frac{x}{2x+1} + 1} = \frac{\frac{x}{2x+1}}{\frac{2x+1+x}{2x+1}} = \frac{x}{3x+1}$$

⋮

$$f_{28}(x) = \frac{x}{28x+1}$$

$$\therefore f_{28}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\frac{1}{2}}{15} = \frac{1}{30}$$

29. 세 함수 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ 가 $(f \circ g)(x) = 2x - 3$, $h(x) = 2x + 1$ 을 만족할 때, $(h^{-1} \circ g^{-1} \circ f^{-1})(3)$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}(f \circ g)^{-1}(3) &= a \text{ 로 놓으면 } (f \circ g)(a) = 3 \\ 2a - 3 &= 3 \text{ 에서 } a = 3 \\ \therefore (f \circ g)^{-1}(3) &= 3 \\ \therefore (h^{-1} \circ g^{-1} \circ f^{-1})(3) &= (h^{-1} \circ (f \circ g)^{-1})(3) = h^{-1}((f \circ g)^{-1}(3)) = h^{-1}(3) \\ h^{-1}(3) &= b \text{ 놓으면 } h(b) = 3 \\ 2b + 1 &= 3 \\ \therefore b &= 1 \\ \therefore (h^{-1} \circ g^{-1} \circ f^{-1})(3) &= h^{-1}(3) = 1\end{aligned}$$

30. 함수 $f(x) = x^2 - 4x + 6 (x \geq 2)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라고 할 때, $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프의 두 교점 사이의 거리를 구하면?

- ① -1 ② $-\sqrt{2}$ ③ 1 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ 2

해설

함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프는 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로 두 함수의 그래프의 교점은 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 의 그래프의 교점과 같다.

$y = x^2 - 4x + 6$ 과 $y = x$ 를 연립하면

$$x^2 - 5x + 6 = 0, (x-2)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 3$$

$$\therefore x = 2, y = 2 \text{ 또는 } x = 3, y = 3$$

즉, 두 교점은 점 (2, 2), (3, 3)이다.

따라서, 구하는 두 교점 사이의 거리는

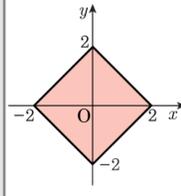
$$\sqrt{(3-2)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{2}$$

31. $|x| + |y| = 2$ 의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이는?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$|x| + |y| = 2$ 의 그래프는
 $x + y = 2$ 의 그래프에서
 $x \geq 0, y \geq 0$ 인 부분을
각각 x 축, y 축, 원점에 대하여 대칭 이
동한 것이므로 다음 그림과 같다.
따라서 구하는 도형의 넓이는 $4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 =$
8



32. 함수 $f(x) = |x-1| + |x-2| + \dots + |x-2009|$ 은 $x = a$ 에서 최솟값을 가진다. 이때, a 의 값은?

- ① 1001 ② 1002 ③ 1003 ④ 1004 ⑤ 1005

해설

$f(x) = |x-1| + |x-2| + \dots + |x-2009|$ 에서 $f(x)$ 가 최솟값을 갖는 경우는

$$x = \frac{1+2009}{2} = 1005 \text{ 일 때이다.}$$

$$\therefore a = 1005$$

33. $a : b = c : d$ 일 때, [보기] 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $abcd \neq 0$, $b + 2d \neq 0$, $a - 2b \neq 0$, $c - 3d \neq 0$ 이다.)

보기

$$\text{㉠ } \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \qquad \text{㉡ } \frac{a}{b} = \frac{a+2c}{b+2d}$$

$$\text{㉢ } \frac{a+2b}{a-2b} = \frac{c+3d}{c-3d}$$

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
- ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$\text{㉠ } \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \dots \text{참}$$

$$\text{㉡ } \frac{a}{b} = \frac{a+2c}{b+2d} \Rightarrow a(b+2d) = b(a+2c)$$

$$2ad = 2bc, ad = bc \dots \text{참}$$

$$\text{㉢ } (a+2b)(c-3d) = (c+3d)(a-2b)$$

$$4bc = 6ad \dots \text{거짓}$$