

1. 다음 집합 중에서 원소나열법을 조건제시법으로, 조건제시법을 원소나열법으로 바르게 나타낸 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\} = \{0\}$

② $A = \{x \mid x \text{는 자연수}\} = \{1, 2, 3 \cdots\}$

③ $\{2, 4, 6, 8, 10 \cdots\} = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$

④ $\{1, 2, 3, \cdots, 100\} = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이하의 자연수}\}$

⑤ $\{11, 13, 15, 17, 19\} = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 큰 홀수}\}$

해설

① $\emptyset$

③ $\{x \mid x \text{는 짝수}\}$

⑤ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 크고 } 20 \text{보다 작은 홀수}\}$

2. $A = \{x \mid x \text{는 } \{a, b\} \text{의 부분집합}\}$ 이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\{a\} \in A$ 이다.

② $\emptyset \in A$ 이다.

③ $\emptyset \subset A$ 이다.

④ $\{a, b\} \in A$ 이다.

⑤ $\{\emptyset\} \in A$ 이다.

해설

$$A = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$$

⑤ $\{\emptyset\}$ 는 집합 A 의 부분집합이지만, 집합 A 의 원소는 아니다.

3. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{ 이하의 자연수}\}$ 일 때, 다음 중 집합 A 가 될 수 없는 것은?

- ① $\{1, 2, 6\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 12 \text{보다 작은 } 6 \text{의 배수}\}$
- ③ $\{3, 6\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 4 < x < 7 \text{인 자연수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$

해설

집합 $B = \{1, 2, 3\}$ 이고, $A \cup B = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로 $6 \in A$
집합 A 는 원소 6을 반드시 포함하는 $A \cup B$ 의 부분집합이다.

④ $\{x \mid x \text{는 } 4 < x < 7 \text{인 자연수}\} = \{5, 6\} \not\subset \{1, 2, 3, 6\}$

4. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 항상 옳은 것은?

① $A \cap \emptyset = A$

② $B \cup \emptyset = \emptyset$

③ $(A \cap B) \subset B$

④ $(A \cup B) \subset A$

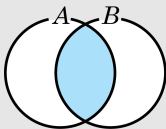
⑤ $A \subset B$ 이면 $A \cup B = A$

해설

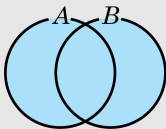
① $A \cap \emptyset = \emptyset$

② $B \cup \emptyset = B$

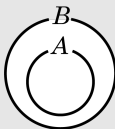
③ $(A \cap B) \subset B$



④ $(A \cup B) \supset A$



⑤ $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$



5. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = \{2\}$, $A - B = \{4, 5\}$, $(A \cup B)^c = \{1\}$ 일 때, 집합 B 는?

① $\{1, 2\}$

② $\{1, 3\}$

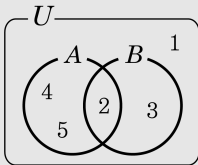
③ $\{2, 3\}$

④ $\{3, 4\}$

⑤ $\{3, 5\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $B = \{2, 3\}$ 이다.



6. 두 집합 A, B 가 전체집합 U 의 부분집합일 때, 다음을 간단히 하면?

$$(A \cup B) \cap [(A^c \cap B^c)^c \cap (A^c \cap B)^c]$$

① A

② B

③ U

④ $\emptyset$

⑤ $A \cap B$

해설

$$\begin{aligned} & (A \cup B) \cap [(A^c \cap B^c)^c \cap (A^c \cap B)^c] \\ &= (A \cup B) \cap [(A \cup B) \cap (A \cup B^c)] \\ &= (A \cup B) \cap [A \cup (B \cap B^c)] \\ &= (A \cup B) \cap A = A \end{aligned}$$

7. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 99 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 99 \text{ 이하의 } 9 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $(A \cup B)$ 의 원소의 개수는?

① 3개

② 9개

③ 13개

④ 31개

⑤ 33개

해설

$n(A) = 33$, $n(B) = 11$, $n(A \cap B) = 11$ 이므로

$n(A \cup B) = 33 + 11 - 11 = 33$

8. 두 집합

$A = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이상 } 200 \text{ 이하 } 15 \text{의 배수}\},$

$B = \{x \mid x \text{는 } 80 \text{ 보다 작은 } 2 \text{의 배수}\}$ 일 때,

$n(B) - n(A)$ 는?

① 10

② 14

③ 19

④ 27

⑤ 32

해설

$$n(A) = 7, n(B) = 39$$

$$n(B) - n(A) = 39 - 7 = 32$$

9. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{을 제외한 } 4 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 짝수}\}$, $X = \{2, 4, 6, \dots, n\}$ 에 대하여 $A \subset X \subset B$ 일 때, n 의 최댓값과 최솟값의 차는?

① 12

② 16

③ 20

④ 24

⑤ 28

해설

$A \subset X \subset B$ 이므로, $A = X$ 일 때, n 이 최솟값을 갖고, $X = B$ 일 때, n 이 최댓값을 갖는다.

따라서 $A = \{2, 4\} = X$, $n = 4$ (최솟값)

$B = \{2, 4, 6, \dots, 20\} = X$, $n = 20$ (최댓값)

$$\therefore 20 - 4 = 16$$

10. $\{a, b, c, d, e\}$ 의 부분집합 중에서 a 또는 d 를 포함하는 부분집합의 개수를 구하면?

① 4 개

② 8 개

③ 10 개

④ 12 개

⑤ 24 개

해설

(i) a 를 포함하는 경우

$$2^{5-1} = 2^4 = 16 \text{ (개)}$$

(ii) d 를 포함하는 경우

$$2^{5-1} = 16 \text{ (개)}$$

(i) a 와 d 를 모두 포함하는 경우

$$2^{5-2} = 8 \text{ (개)}$$

따라서 구하는 부분집합의 개수는

$$16 + 16 - 8 = 24 \text{ (개)이다.}$$

11. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 18 \text{의 약수}\}$, $B = \{x | x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $(A \cup B) \cap X = X$, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구한 것은?

① 2 개

② 4 개

③ 8 개

④ 16 개

⑤ 32 개

해설

$$A = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}, B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$A \cap B = \{1, 2, 3, 6\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18\}$$

$$(A \cup B) \cap X = X \text{ 이므로 } X \subset (A \cup B)$$

$$(A \cap B) \cup X = X \text{ 이므로 } (A \cap B) \subset X$$

$$\therefore (A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$$

X 는 원소 1, 2, 3, 6 을 포함하는

$\{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18\}$ 의 부분집합이므로

$$(\text{집합 } X \text{의 갯수}) \equiv 2^{8-4} = 2^4 = 16(\text{개})$$

12. 다음 중에서 $\{(A - B) \cup A^c\} \cap \{(A \cap B^c) \cup B\}$ 와 같은 집합이 아닌 것은?

① $(A \cup B) - (A \cap B)$

② $(A \cup B) \cap (A^c \cup B^c)$

③ $(A - B) \cup (B - A)$

④ $(A \cup B^c) \cap (A^c \cup B)$

⑤ $(A \cap B)^c \cap (A \cup B)$

해설

$$\begin{aligned} & \{(A - B) \cup A^c\} \cap \{(A \cap B^c) \cup B\} \\ &= \{(A \cap B^c) \cup A^c\} \cap \{(A \cap B^c) \cup B\} \\ &= (A^c \cup B^c) \cap (A \cup B) \\ &= (A \cap B)^c \cap (A \cup B) \\ &= (A \cup B) - (A \cap B) \\ &= (A - B) \cup (B - A) \end{aligned}$$

13. 전체집합 $U = \{x|x\text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $B = \{1, 3, 5, 9\}$, A 에 대하여 집합 $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c = \{1, 3, 9, 10\}$ 를 만족하는 집합 A 는?

① $\{2, 5\}$

② $\{5, 7\}$

③ $\{5, 10\}$

④ $\{5, 7, 9\}$

⑤ $\{5, 9, 10\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $B = \{1, 3, 5, 9\}$, $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c = (A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 3, 9, 10\}$ 이므로 $A \cap B = \{5\}$ 이다.

따라서 집합 $A = \{5, 10\}$ 이다.

14. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, $(A - B) \cup X = X$, $(A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

$$A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 홀수}\}$$

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

$$(A - B) \cap X = X \text{이므로 } (A - B) \subset X$$

$$(A \cup B) \cap X = X \text{이므로 } X \subset (A \cup B)$$

$$\{2, 4, 8\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$$

집합 X 는 집합 $A \cup B$ 의 부분집합 중 원소 2, 4, 8을 반드시 포함하는 집합이다.

$$\therefore 2^{6-3} = 2^3 = 8(\text{개})$$

15. 어느 반 학생들 중 형이 있는 학생은 25 명, 동생이 있는 학생은 18 명, 형과 동생이 모두 있는 학생은 14 명, 형과 동생이 모두 없는 학생은 2 명이다. 형이 없거나 동생이 있는 학생은 몇 명인가?

① 18 명

② 19 명

③ 20 명

④ 21 명

⑤ 22 명

해설

$n(A) = 25, n(B) = 18, n(A \cap B) = 14, n((A \cup B)^c) = 2$ 이다.

$n(A^c \cup B) = n(B) + n((A \cup B)^c) = 18 + 2 = 20$ 이다.