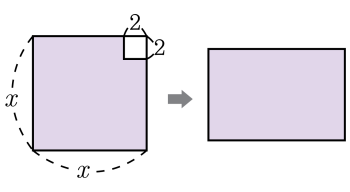
1. 한 변의 길이가 x 인 정사각형의 넓이에서 한 변의 길이가 2 인 정사각형을 넓이를 뺀다. 이때, 이 넓이를 직사각형으로 나타냈을 때, 직사각형의 가로와 세로의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x+2$

▷ 정답: $x-2$

해설

두 넓이를 빼면 x^2-4 이므로 $(x+2)(x-2)$

2. 다음 수식의 $a+b+c+d+e$ 의 값은?

보기

㉠ $x^2+5x-14=(x-2)(x+a)$

㉡ $2x^2-4x-16=2(x+b)(x+2)$

㉢ $(x-c)(x+c)=x^2-16\ (c>0)$

㉣ $-3x^2+30x-75=-3(x+d)^2$

㉤ $3x^2+8x-3=(3x-1)(x+e)$

① -18 ② -4 ③ 5 ④ 13 ⑤ 36

해설

㉠ $x^2+5x-14=(x-2)(x+7)\ \therefore a=7$

㉡ $2x^2-4x-16=2(x-4)(x+2)\ \therefore b=-4$

㉢ $(x-4)(x+4)=x^2-16\ \therefore c=4$

㉣ $-3x^2+30x-75=-3(x^2-10x+25)$
$=-3(x-5)^2$

$\therefore d=-5$

㉤ $3x^2+8x-3=(3x-1)(x+3)\ \therefore e=3$

따라서 $a=7, b=-4, c=4, d=-5, e=3$ 이므로 $7-4+4-5+3=5$

3. 다항식 $x^2 + Ax + 8 = (x+1)(x+B)$ 로 인수분해 될 때, $2A - B$ 의 값은?

① 1 ② 6 ③ 7 ④ 9 ⑤ 10

해설

$(x+1)(x+8) = x^2 + 9x + 8$, $A = 9,\ B = 8$

$\therefore 2A - B = 18 - 8 = 10$

4. 직사각형의 넓이가 $2a^2 + a - 6$ 이고, 가로의 길이가 $a + 2$ 일 때, 이 직사각형의 둘레의 길이는?

① $3a - 1$ ② $5a - 1$ ③ $6a - 2$

④ $9a - 2$ ⑤ $12a - 4$

해설

$2a^2 + a - 6 = (a + 2)(2a - 3)$ 이므로

(세로) $= 2a - 3$

$\therefore$ (둘레의 길이) $= (a + 2 + 2a - 3) \times 2$

$= (3a - 1) \times 2$

$= 6a - 2$

5. 다음 식을 간단히 나타낸 것은?

$$\frac{2}{1+\sqrt{2}}-\left(1+\sqrt{2}\right)^2$$

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$$\frac{2}{1+\sqrt{2}}=\frac{2\left(1-\sqrt{2}\right)}{\left(1+\sqrt{2}\right)\left(1-\sqrt{2}\right)}=-2+2\sqrt{2}$$

$$\left(1+\sqrt{2}\right)^2=3+2\sqrt{2}$$

$\therefore$ (준식) $=-2+2\sqrt{2}-3-2\sqrt{2}=-5$

6. 함수 $y = 2x^2 + 1 - a(x^2 - 1)$ 이 이차함수일 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

주어진 식 $y = 2x^2+1-a(x^2-1)$ 을 정리하면 $y = (2-a)x^2+a+1$ 이차함수가 되려면 x^2 의 계수 $2 - a \neq 0$ 이어야 한다.

$\therefore a \neq 2$

7. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프에 대한 다음 <보기> 의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 원점을 꼭짓점으로 한다.

㉡ 대칭축은 y 축이다.

㉢ y의 값의 범위는 $y > 0$ 이다.

㉣ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉡, ㉢ ③ ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

㉢ y의 값의 범위는 $y \geq 0$
㉣ $x < 0$ 에서 x 값 증가, y 는 감소

8. 이차함수 $y = x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동시키면 이차함수 $y = x^2 + 6x + 2$ 의 그래프와 일치한다. 이 때, $m - n$ 의 값을 구하면?

① 5 ② 6 ③ -3 ④ -5 ⑤ -8

해설

$y = (x - m)^2 + 1 + n = x^2 + 6x + 2 = (x + 3)^2 - 7$

$m = -3, n = -8$

$\therefore m - n = 5$

9. 이차함수 $y = x^2 - 3x + k$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 상수 k 의 값의 범위는?

① $k > \frac{9}{8}$ ② $k > \frac{9}{4}$ ③ $k > \frac{9}{2}$ ④ $k < \frac{9}{4}$ ⑤ $k < \frac{9}{8}$

해설

$g = f(x)$가 x축과 두 점에서 만난다.
$\Leftrightarrow f(x) = 0$이 서로 다른 두 실근을 갖는다.
$D = (-3)^2 - 4k > 0$
$9 - 4k > 0$
$\therefore\ k < \frac{9}{4}$

10. 이차함수 $y=-2x^2-6ax-\frac{43}{3}$ 의 그래프의 축의 방정식이 $x=3$ 이고, 최댓값이 b 일 때, 상수 a , b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

해설

축의 방정식이 $x=3$ 이고 최댓값이 b 이므로

$y=-2(x-3)^2+b$

$=-2(x^2-6x+9)+b$

$=-2x^2-6ax-\frac{43}{3}$

$y=-2x^2+12x+b-18=-2x^2-6ax-\frac{43}{3}$ 에서

$a=-2,\ b=\frac{11}{3}$

$\therefore a+b=\frac{5}{3}$

11. $\dfrac{\sqrt{4^2}}{2} = a$, $-\sqrt{(-6)^2} = b$, $\sqrt{(-2)^2} = c$라 할 때, $2a^2 \times b^2 - b \div c$의 값은?

① 282 ② 285 ③ 288 ④ 291 ⑤ 294

해설

$a = \dfrac{\sqrt{4^2}}{2} = \dfrac{4}{2} = 2$, $b = -\sqrt{(-6)^2} = -6$, $c = \sqrt{(-2)^2} = 2$

$\therefore 2a^2 \times b^2 - b \div c = 2 \times 4 \times 36 - (-6) \times \dfrac{1}{2}$

$= 288 + 3 = 291$

12. $-1 < x < 0$ 일 때, $\sqrt{(x+1)^2} + \sqrt{x^2} + \sqrt{(1-x)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-x+2$

해설

$x+1 > 0,\ x < 0,\ 1-x > 0$ 이므로

(준식) $= x+1-x+1-x = -x+2$

13. $\sqrt{120-x}-\sqrt{5+x}$ 의 값이 가장 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x=20$

해설

$\sqrt{120-x}$, $\sqrt{5+x}$ 둘 다 자연수가 되어야 한다. $\sqrt{120-x}$ 가 최대 $\sqrt{5+x}$ 가 최소가 되려면 $x=20$ 이어야 한다.

14. $-1 < x < 0$ 일 때, 다음 보기 중 그 값이 가장 큰 것을 구하여라.

보기

㉠ $-x^2$　　㉡ x　　㉢ $\sqrt{x}$

㉣ $-\frac{1}{x}$　　㉤ $-\frac{1}{\sqrt{x}}$

▶ 답:

▷ 정답: ㉣

해설

$-\frac{1}{x}$ 이 양수이고 1 보다 크므로 답이다.

15. 두 실수 a, b 가 $a=\sqrt{7}-6$, $b=\sqrt{3}+\sqrt{7}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

보기

㉠ $b-a>0$　　㉡ $a-b<0$　　㉢ $ab<0$

㉣ $a+3<0$　　㉤ $b-\sqrt{7}<2$

① ㉠　　② ㉠, ㉡

③ ㉡, ㉢, ㉤　　④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

$b-a=\sqrt{3}+\sqrt{7}-\left(\sqrt{7}-6\right)$

㉠ $=\sqrt{3}+6$

$=\sqrt{36}+\sqrt{9}>0$

$\therefore\ b-a>0$

$a-b=\sqrt{7}-6-\left(\sqrt{3}+\sqrt{7}\right)$

㉡ $=-6-\sqrt{3}$

$=-\sqrt{36}-\sqrt{3}<0$

$\therefore\ a-b<0$

㉢ $a=\sqrt{7}-6=\sqrt{7}-\sqrt{36}<0$

$b=\sqrt{3}+\sqrt{7}>0$

$\therefore\ ab<0$

㉣ $a+3=\left(\sqrt{7}-6\right)+3=\sqrt{7}-3=\sqrt{7}-\sqrt{9}<0$

$\therefore a+3<0$

㉤ (좌변)$=b-\sqrt{7}=\sqrt{3}+\sqrt{7}-\sqrt{7}=\sqrt{3}$

(우변)$=2=\sqrt{4}$

$\therefore b-\sqrt{7}<2$

16. $0 < x < 1$, $-2 < y < -1$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{(xy)^2} + \sqrt{(x+y)^2 - 4xy} - \sqrt{(x-y)^2 + 4xy}$$

① $-xy$ ② $2x - xy$ ③ $2x + xy$

④ $2y - xy$ ⑤ $x - xy$

해설

$$\begin{aligned}
\sqrt{(x+y)^2 - 4xy} &= \sqrt{x^2 - 2xy + y^2} \\
&= \sqrt{(x-y)^2} \\
\sqrt{(x-y)^2 + 4xy} &= \sqrt{x^2 + 2xy + y^2} \\
&= \sqrt{(x+y)^2} \text{ 이므로} \\
(\text{준식}) &= |xy| + |x-y| - |x+y| \\
&= -xy + x - y + x + y \\
&= 2x - xy
\end{aligned}$$

17. $(x+y+4)(x+y)=12$ 일 때, $x+y$ 의 값의 합을 구하면?

① 2 ② -4 ③ -6 ④ -8 ⑤ 10

해설

$A=x+y$라 하면
$(A+4)A=12$
$A^2+4A-12=0$
$(A-2)(A+6)=0$
$\therefore A=2$또는 $A=-6$
따라서 $x+y$의 값의 합은 $2+(-6)=-4$이다.

18. 이차방정식 $x^2-3x+k-10=0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^2+\beta^2=15$ 이다. 이때, 근과 계수의 관계를 이용하여 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$\alpha+\beta=3,\ \alpha\beta=k-10$ 이므로

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=3^2-2(k-10)=15$

$\therefore\ k=7$

19. 이차방정식 $x^2-3x+1=0$ 의 한 근을 a , 이차방정식 $x^2-2x-7=0$ 의 한 근을 b 라 할 때, $(a^2-3a+3)(b^2-2b+1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

두 방정식에 각각 $x=a,\ x=b$를 대입하면
$a^2-3a+1=0$에서 $a^2-3a=-1$
$b^2-2b-7=0$에서 $b^2-2b=7$
$\therefore (a^2-3a+3)(b^2-2b+1)=(-1+3)(7+1)=16$

20. 이차함수 $y = ax^2 + bx + 3$ 의 그래프의 축과 직선 $x = -2$는 y 축에 대해 서로 대칭일 때, $\frac{a^2}{b^2}$ 의 값을 구하여라. (단, $ab \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{16}$

해설

$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + 3 = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + 3$ 이므로 대칭축은 $x = -\frac{b}{2a}$ 이다.

이 축이 $x = -2$ 와 y 축에 대해 대칭이므로 대칭축은 $x = 2$ 이다.

$-\frac{b}{2a} = 2$, $\frac{b}{a} = -4$, $\frac{a}{b} = -\frac{1}{4}$

$\therefore \frac{a^2}{b^2} = \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{1}{16}$