1. $x > 0,\ y < 0$ 일 때, 다음 식을 간단히 한 것 중 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ $\sqrt{(x-y)^2} = x - y$
㉡ $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} + \sqrt{(y-x)^2} = 2x$
㉢ $\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2} - \sqrt{(x-y)^2} = 2y$

① ㉠　② ㉡　③ ㉢　④ ㉠,㉡　⑤ ㉠,㉢

해설

㉠ $x - y > 0$, $\sqrt{(x-y)^2} = x - y$

㉡ $y - x < 0$,

$\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} + \sqrt{(y-x)^2}$

$= x + (-y) - (y - x) = 2x - 2y$

㉢ $\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2} - \sqrt{(x-y)^2}$

$= x - (-y) - (x - y)$

$= x + y - x + y = 2y$

2. $\sqrt{\frac{96x}{y}}=N$ 이 자연수가 되는 자연수 x, y 에 대해 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① xy 의 최솟값은 6 이다.
② $2x+y$ 의 최솟값은 7 이다.
③ $y=3$ 이면 N 은 자연수가 될 수 없다.
④ x 가 반드시 2 의 배수일 필요는 없다.
⑤ xy 는 반드시 6 의 배수여야 한다.

해설

$N=\sqrt{\frac{96x}{y}}$ 가 자연수가 되기 위해서는 $\frac{96x}{y}$ 가 완전제곱수여야 한다.
$96=2^5\times 3$ 이므로 xy 는 반드시 6 (제곱수) 이어야 한다.(① 성립)
$x=1$ 일 때, $y=6$ 이면 $N=\sqrt{16}=4$ 이다.(④ 성립)
$y=3$ 일 때, $x=2$ 이면 $N=8$ 이다.(③은 성립하지 않는다.)
$2x+y$ 는 $x=2$, $y=3$ 일 때 최솟값 7 을 갖는다.(② 성립)
$x=3$ 이고 $y=25$ 인 경우 N은 자연수가 되지만 xy는 6 의 배수가 아니다.(⑤는 성립하지 않는다.)

3. $\sqrt{59+a}=b$라 할 때, b가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 a와 그 때의 b의 합 $a+b$의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

59 보다 큰 제곱수는 $64, 81, 100, \cdots$ 이므로
$59+a=64, 81, 100\cdots$
$\therefore a=5, 22, 41, \cdots$
따라서 가장 작은 자연수 $a=5$, $b=\sqrt{59+5}=8$이다.
$\therefore a+b=5+8=13$

4. $-1 < x < y < 0$ 일 때, 다음 중 1 보다 큰 수를 고르면?

① $\sqrt{xy}$　② $\sqrt{-\frac{y^2}{x}}$　③ $\sqrt{-\frac{y}{x^2}}$

④ $\sqrt{-x^2y}$　⑤ $\sqrt{-xy^2}$

해설

$-1 < x < y < 0$ 이므로 $xy < 1$ 이고 $\frac{y}{x} < 1$, $\frac{x}{y} > 1$

① $\sqrt{xy} < 1$

② $\sqrt{-\frac{y^2}{x}} < \sqrt{-y} < 1$

③ $\frac{x}{y} > 1, -\frac{1}{y} > 1$ 이므로 $\sqrt{-\frac{x}{y^2}} > 1$

④ $\sqrt{-x} < 1$ 이므로 양변에 $\sqrt{xy}$ 를 곱하면 $\sqrt{-x^2y} < \sqrt{xy} < 1$

⑤ $\sqrt{-y} < 1$ 이므로 양변에 $\sqrt{xy}$ 를 곱하면 $\sqrt{-x^2y} < \sqrt{xy} < 1$

따라서 1 보다 큰 것은 ③뿐이다.

5. 두 수 5 와 9 사이에 있는 무리수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 가장 큰 수를 $\sqrt{a}$, 가장 작은 수를 $\sqrt{b}$ 라고 할 때, $a+b$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면? (단, n 은 자연수)

① 98 ② 100 ③ 102 ④ 104 ⑤ 106

해설

$5=\sqrt{25}$,
$9=\sqrt{81}$,
$a=80$,
$b=26$,
$\therefore a+b=106$

6. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 이고, $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(x)$ 이라고 한다. 100 이하의 자연수 n에 대하여 $S(n)$의 값이 자연수가 되는 n을 모두 고르면?

① 8　　② 15　　③ 35　　④ 50　　⑤ 99

해설

$S(n) = \left(\sqrt{2} - 1\right) + \left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right) + \left(\sqrt{4} - \sqrt{3}\right) + \ldots + \left(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}\right) = \sqrt{n+1} - 1$

① $n = 8$일 때, $S(n) = 3 - 1 = 2$

② $n = 15$일 때, $S(n) = 4 - 1 = 3$

③ $n = 35$일 때, $S(n) = 6 - 1 = 5$

④ $n = 50$일 때, $S(n) = \sqrt{51} - 1$

⑤ $n = 99$일 때, $S(n) = 10 - 1 = 9$

따라서 ①, ②, ③, ⑤가 답이다.

7. 연립방정식 $\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5\sqrt{6} \\ \sqrt{3}x - 2\sqrt{2}y = -2 \end{cases}$ 를 풀면?

① $x = \frac{17}{7}\sqrt{3},\ y = \frac{18}{7}\sqrt{2}$
② $x = \frac{18}{7}\sqrt{2},\ y = \frac{17}{7}\sqrt{3}$
③ $x = \frac{17}{7}\sqrt{2},\ y = \frac{18}{7}\sqrt{3}$
④ $x = \frac{18}{7}\sqrt{3},\ y = \frac{17}{7}\sqrt{2}$
⑤ $x = \frac{17}{7}\sqrt{3},\ y = \frac{18}{7}\sqrt{3}$

해설

$\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5\sqrt{6} \cdots ㉠ \\ \sqrt{3}x - 2\sqrt{2}y = -2 \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠ $\times 2\sqrt{2}$ + ㉡ $\times \sqrt{3}$ 을 하면

$$\begin{array}{rl} & 4x+2\sqrt{6}y=20\sqrt{3} \\ +) & 3x-2\sqrt{6}y=-2\sqrt{3} \\ \hline & 7x \qquad\quad =18\sqrt{3} \end{array}$$

$\therefore x = \frac{18}{7}\sqrt{3}$

㉡에 $x = \frac{18}{7}\sqrt{3}$ 을 대입하면

$\frac{54}{7} - 2\sqrt{2}y = -2,\ \ \sqrt{2}y = \frac{34}{7}$

$y = \frac{17}{7}\sqrt{2}$

8. $f(n)=\dfrac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$ 일 때, $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(8)$ 의 값은?

① 2　　② 3　　③ $2\sqrt{2}-1$
④ $2\sqrt{2}+1$　　⑤ $3\sqrt{2}$

해설
$f(n)=\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$이므로
(준식) $=\sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\cdots+\sqrt{9}-\sqrt{8}$
$=-1+3=2$

9. 기호 $< x >$ 를 x에 가장 가까운 정수라고 하자. 이 때, $< \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} >$ $+ < \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} >$ 의 값을 구하면?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$< x >$는 x 에 가장 가까운 정수이다.
$1 < \sqrt{2} < \sqrt{(1.5)^2} < 2$ 이므로 $< \sqrt{2} >= 1$
(주어진 식)

$$=< \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} >$$

$$+ < \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} >$$

$$=< 2-\sqrt{2} > + < 2+\sqrt{2} >$$

$$= 1+3=4 \quad (\because\ 1 < \sqrt{2} < 1.5)$$

10. $\sqrt{1.43}$ 의 값을 a 라 하고, $\sqrt{b}=1.105$ 일 때, a, b 의 값은?

수	0	1	2	3	$\cdots$
1.0	1.000	1.005	1.010	1.015	$\cdots$
1.1	1.049	1.054	1.058	1.063	$\cdots$
1.2	1.095	1.100	1.105	1.109	$\cdots$
1.3	1.140	1.145	1.149	1.153	$\cdots$
1.4	1.183	1.187	1.192	1.196	$\cdots$

① $a=1.000,\ b=1.13$
② $a=1.005,\ b=1.15$
③ $a=1.049,\ b=1.42$
④ $a=1.196,\ b=1.22$
⑤ $a=1.192,\ b=1.23$

해설

표에서 1.43 을 찾으면 1.196 이므로 $\sqrt{1.43}=1.196$ 이고, 제곱근의 값이 1.105 인 것을 찾으면 1.22 이므로 $\sqrt{1.22}=1.105$ 이다. 따라서 $a=1.196, b=1.22$ 이다.

11. $f(x)=4x+2$, $g(x)=6x^2-5x-4$ 에 대하여 $\dfrac{g(x)}{f(x)}=ax+b$ 로 나타내어질 때, $2ab$ 의 값을 구하면?

① -3 ② -6 ③ 3 ④ 6 ⑤ 12

해설

$g(x)=(ax+b)f(x)$ 이므로

$$6x^2-5x-4=(3x-4)(2x+1)$$
$$=\left(\frac{3}{2}x-2\right)(4x+2)$$
$$=\left(\frac{3}{2}x-2\right)f(x)$$

$\therefore a=\dfrac{3}{2},\ b=-2$

$\therefore\ 2ab=-6$

12. $x^2 + Ax + 12 = (x+a)(x+b)$ 일 때, 다음 중 상수 A 의 값이 될 수 없는 것은?(단, a, b 는 정수)

① 8 ② -13 ③ -8 ④ -7 ⑤ 1

해설

$ab = 12$가 되는 경우

$(\pm1, \pm12), (\pm2, \pm6), (\pm3, \pm4)$

$A = a + b$이므로

A가 될 수 있는 수는 $\pm13, \pm8, \pm7$

13. $x^3+y-x-x^2y$을 인수분해 하였을 때, 일차식인 인수들의 합은?

① $2x-y+1$ ② $x-y-2$ ③ $3x-y+2$
④ $2x-y$ ⑤ $3x-y$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^3-x+y-x^2y \\ &= x\left(x^2-1\right)-y\left(x^2-1\right) \\ &= \left(x^2-1\right)(x-y) \\ &= (x+1)(x-1)(x-y)\end{aligned}$$

$\therefore\ x+1+x-1+x-y=3x-y$

14. $x^2 - 2xz + z^2 - y^2$ 을 인수분해하면?

① $(x+y+z)(x-y+z)$ ② $(x+y+z)(x-y-z)$
③ $(x-y+z)(x-y-z)$ ④ $(x+y-z)(x-y+z)$
⑤ $(x+y-z)(x-y-z)$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 2xz + z^2 - y^2 &= (x-z)^2 - y^2 \\ &= (x-z+y)(x-z-y) \end{aligned}$$

15. 부피가 x^3+x^2y-x-y 인 직육면체의 밑면의 가로와 세로의 길이가 각각 $x-1, x+1$ 일 때, 이 직육면체의 높이를 구하면?

① $x+y$ ② $x-y^2$ ③ x^2+y
④ $x+y^2$ ⑤ $x-y$

해설

x^3+x^2y-x-y
$=x^2(x+y)-(x+y)$
$=(x+y)(x+1)(x-1)$ 이다.
따라서 직육면체의 높이는 $x+y$ 이다.