1. 가로의 길이가 72cm, 세로의 길이가 108cm 인 직사각형 모양의 벽이 있다. 이 벽을 가능한 한 큰 정사각형 모양의 타일로 가득 채우려고 한다. 이때, 타일의 한 변의 길이는?

① 6 cm ② 12 cm ③ 18 cm ④ 24 cm ⑤ 36 cm

해설

가장 큰 정사각형 모양의 타일의 한 변의 길이는 72, 108 의 최대공약수 : 36

2. 우리 반 수학 선생님은 18일에 한 번씩 노트 검사를 하고, 27일에 한 번씩 쪽지 시험을 친다. 오늘 쪽지 시험과 노트 검사를 동시에 했다면, 며칠 후 다시 쪽지 시험과 노트 검사를 동시에 하게 되는가?

① 9일 후 ② 45일 후 ③ 54일 후
④ 124일 후 ⑤ 162일 후

해설

18일마다 한 번씩 노트 검사를 하고, 27일마다 한 번씩 쪽지시험을 친다고 하였으므로 18과 27의 최소공배수인 54일 후 다시 동시에 검사를 하게 된다.

3. 고속버스 터미널에서 대전행 버스는 10 분마다 한 대씩, 광주행 버스는 15 분마다, 여수행 버스는 18 분마다 한 대씩 출발한다. 세 버스가 오전 9 시에 동시에 출발했을 때, 바로 다음으로 동시에 출발하는 시각은?

① 오전 9 시 30 분　　② 오전 10 시

③ 오전 10 시 30 분　　④ 오후 9 시

⑤ 오후 9 시 30 분

해설

10 , 15 , 18 의 최소공배수를 구한다.

$$\begin{array}{r|rrr} 5 & 10 & 15 & 18 \\ \hline 2 & 2 & 3 & 18 \\ \hline 3 & 1 & 3 & 9 \\ \hline & 1 & 1 & 3 \end{array}$$

$\therefore 5 \times 2 \times 3 \times 1 \times 1 \times 3 = 90$

따라서 오전 9 시부터 90 분 후인 오전 10 시 30 분에 동시에 출발한다.

4. 가로의 길이가 16 cm , 세로의 길이가 20 cm 인 직사각형을 겹치지 않게 빈틈없이 붙여서 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 정사각형의 한 변의 길이는?

① 30 cm ② 40 cm ③ 50 cm ④ 60 cm ⑤ 80 cm

해설

정사각형의 한 변의 길이는 16 과 20 의 공배수이어야 하고, 가장 작은 정사각형을 만들려면 한 변의 길이는 16 과 20 의 최소공배수이어야 한다. 따라서 정사각형의 한 변의 길이는 80 cm 이다.

$$\begin{array}{r|rr} 4 & 16 & 20 \\ \hline & 4 & 5 \end{array}$$

5. 가로, 세로의 길이와 높이가 각각 12cm , 20cm , 6cm 인 벽돌이 있다. 이들을 같은 방향으로 빈틈없이 쌓아서 가능한 한 작은 정육면체를 만들 때, 이러한 정육면체 중 가장 작은 것의 한 모서리의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 60 cm

해설

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 12 & 20 & 6 \\ \hline 2 & 6 & 10 & 3 \\ \hline 3 & 3 & 5 & 3 \\ \hline & 1 & 5 & 1 \end{array}$$

정육면체의 한 모서리의 길이는 12 , 20 , 6 의 최소공배수 $2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60(\mathrm{cm})$ 이다.

6. 소인수분해를 이용하여 다음 수들의 최소공배수와 최대공약수를 알맞게 짝지은 것을 골라라.

45, 60, 90

① 최대공약수 : 15 , 최소공배수 : 90

② 최대공약수 : 15 , 최소공배수 : 180

③ 최대공약수 : 30 , 최소공배수 : 180

④ 최대공약수 : 45 , 최소공배수 : 90

⑤ 최대공약수 : 45 , 최소공배수 : 180

해설

$$\begin{array}{l} 45 = \phantom{2^2 \times{}} 3^2 \times 5 \\ 60 = 2^2 \times 3 \phantom{{}^2} \times 5 \\ \underline{90 = 2 \phantom{{}^2} \times 3^2 \times 5} \\ \phantom{90 = {}} 2^2 \times 3^2 \times 5 \end{array}$$

최대공약수 : $3 \times 5 = 15$

최소공배수 : $2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$

7. 다음 수들의 최대공약수와 최소공배수를 소수의 거듭제곱을 써서 나타낸 것으로 옳은 것은?

$2\times3^2\times5$, $2\times3\times7$

① 최대공약수 : 2×3 , 최소공배수 : $2\times3\times5\times7$

② 최대공약수 : 2×3 , 최소공배수 : $2\times3^2\times5\times7$

③ 최대공약수 : $2\times3^2\times5$, 최소공배수 : $2\times3\times5\times7$

④ 최대공약수 : $2\times3\times7$, 최소공배수 : $2\times3^2\times5\times7$

⑤ 최대공약수 : $2\times3^2\times5\times7$, 최소공배수 : 2×3

해설

$$\begin{array}{l} 2\times3^2\times5 \\ \underline{2\times3 \qquad \times7} \\ 2\times3^2\times5\times7=630 \end{array}$$

최대공약수 : 2×3
최소공배수 : $2\times3^2\times5\times7$

8. 두 자연수의 최대공약수가 13, 최소공배수가 40 일 때, 두 수의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 520

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G, 최소공배수를 L 이라 하면 $A \times B = L \times G$ 이므로

$A \times B = 13 \times 40$ 이다.

$\therefore\ A \times B = 520$

9. 똑같은 크기의 정사각형 모양의 천을 꿰매어 가로, 세로의 길이가 각각 120cm, 180cm 인 식탁보를 만들려고 한다. 가능한 한 큰 정사각형 조각을 이용해 만들려고 할 때, 정사각형 조각의 한 변의 길이는?

① 12 cm　② 15 cm　③ 30 cm　④ 45 cm　⑤ 60 cm

해설

꿰매려는 정사각형 모양의 천의 한 변의 길이는 120 과 180 의 공약수이다.
그런데 가능한 한 큰 정사각형 모양의 천을 꿰맨다고 했으므로 한 변의 길이는 120 과 180 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 120 & 180 \\ \hline 2 & 60 & 90 \\ \hline 3 & 30 & 45 \\ \hline 5 & 10 & 15 \\ \hline & 2 & 3 \end{array} \quad \therefore 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60(\mathrm{cm})$$

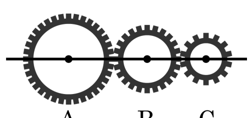
10. 아름이와 다운이는 각각 8 일, 12 일 간격으로 같은 장소에서 봉사활동을 하고 있다. 4 월 5 일에 함께 봉사활동을 하였다면 다음에 처음으로 봉사활동을 함께 하는 날은 몇 월 며칠인가?

① 4 월 29 일　② 4 월 30 일　③ 4 월 28 일
④ 5 월 1 일　⑤ 5 월 3 일

해설

$8 = 2^3,\ 12 = 2^2 \times 3$ 이다.
8 과 12 의 최소공배수는 $2^3 \times 3 = 24$ 이다.
24 일 후인 29 일에 다음에 처음으로 봉사활동을 함께 한다.

11. 다음 그림과 같이 서로 맞물려 돌아가는 세 톱니바퀴 A, B, C 의 톱니의 수는 각각 36 개, 24 개, 14 개이다.
세 톱니바퀴가 돌아 원래 모양이 되려면 톱니바퀴 A 는 몇 번 회전해야 하는지 구하여라.



▶ 답: 번

▷ 정답: 14번

해설

세 톱니바퀴가 원래 모양이 되기까지 돌아간 톱니의 개수는 36, 24, 14 의 최소공배수인 504 개이므로, 톱니바퀴 A 는 $504 \div 36 = 14$(번) 회전해야 한다.

12. 서로 맞물려 돌아가는 두 톱니바퀴 A, B의 톱니의 수는 각각 48개, 32개이다. 톱니가 같은 이에서 처음으로 다시 맞물리기 위해 톱니바퀴 A, B가 각 각 회전해야 하는 수를 a, b라 할 때 $a+b$의 값은?

① 3　　② 4　　③ 5　　④ 6　　⑤ 7

해설

두 톱니바퀴가 원래 모양이 되기까지 돌아간 톱니의 개수는 48과 32의 최소공배수인 96이므로 톱니바퀴 A는 $96 \div 48 = 2$(번) 회전해야 하고, 톱니바퀴 B는 $96 \div 32 = 3$(번) 회전해야 하므로 $a+b=2+3=5$

13. 두 수 $2^2 \times 3^3$ 과 A 의 최대공약수가 $2^2 \times 3^2$, 최소공배수가 $2^3 \times 3^3 \times 7$ 일 때, 자연수 A 의 값은?

① 500 ② 502 ③ 504 ④ 506 ⑤ 508

해설

$A \times 2^2 \times 3^3 = 2^2 \times 3^2 \times 2^3 \times 3^3 \times 7$

$\therefore A = 504$

14. 두 자연수의 곱이 720 이고 최대공약수가 6 일 때, 두 수의 최소공배수를 구하여라.

▶ 답：

▷ 정답： 120

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수)×(최소공배수) 이므로
$720 = 6 \times$ (최소공배수)
따라서 최소공배수는 120 이다.

15. 두 수 $2\times3\times5$, A 의 최대공약수가 2×3, 최소공배수가 $2^3\times3^2\times5\times7$ 일 때, A 를 구하면?

① 2×3^2　② $2^2\times3^2$　③ $2\times3\times7$
④ $2^2\times3^2\times7$　⑤ $2^3\times3^2\times7$

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G, 최소공배수를 L 이라 하면 $A\times B=L\times G$ 이므로
$(2\times3\times5)\times A=(2\times3)\times(2^3\times3^2\times5\times7)=2^4\times3^3\times5\times7$ 이다.
$\therefore\ A=2^3\times3^2\times7$

16. 두 분수 $\frac{75}{n}$, $\frac{90}{n}$ 을 자연수로 만드는 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답: ______ 개

▷ 정답: 4개

해설

$\frac{75}{n}$, $\frac{90}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 은 75 와 90 의 공약수이다.
75 와 90 의 최대공약수가 15 이므로 n 은 1, 3, 5, 15 이다.

17. $\frac{24}{n}$ 와 $\frac{40}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 들을 모두 합하면?

① 8 ② 12 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

n 은 24, 40 의 공약수이고, 공약수는 최대공약수의 약수이다.
24 와 40 의 최대공약수는 8 이고,
8 의 약수는 1, 2, 4, 8 이므로
따라서 합은 $1+2+4+8=15$ 이다.

18. 어떤 공장의 한 기계에 세 톱니바퀴 A, B, C 가 서로 맞물려 있다. 톱니바퀴 A, B, C 의 톱니 수는 각각 24, 18, 36 개이다. 이때, 세 톱니바퀴가 회전하여 다시 원위치에 오는 세 톱니바퀴의 회전수를 각각 a, b, c 라 할 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

24 와 18, 36 의 최소공배수에 처음으로 다시 맞물린다.
$24 = 2^3 \times 3$, $18 = 2 \times 3^2$, $36 = 2^2 \times 3^2$
최소공배수는 $2^3 \times 3^2 = 72$
톱니바퀴 A 는 $72 \div 24 = 3$(바퀴) $= a$
톱니바퀴 B 는 $72 \div 18 = 4$(바퀴) $= b$
톱니바퀴 C 는 $72 \div 36 = 2$(바퀴) $= c$ 이다.
$\therefore\ a+b+c = 3+4+2 = 9$

19. 서로 맞물려 도는 톱니바퀴 ㉠과 ㉡이 있다. ㉠의 톱니 수는 20, ㉡의 톱니 수는 15일 때, 이 톱니가 같은 이에서 다섯 번째로 다시 맞물리는 것은 ㉡이 몇 바퀴 돈 후인가?

① 16 바퀴　② 18 바퀴　③ 20 바퀴
④ 21 바퀴　⑤ 24 바퀴

해설

20 와 15 의 최소공배수는 60 이다.
같은 지점에 첫번째로 맞물릴 때까지 ㉡ 톱니바퀴는 $60 \div 15 = 4$ (바퀴) 회전하므로
다섯번째로 맞물릴때까지 바퀴 수는 $4 \times 5 = 20$ (바퀴) 이다.

20. 가로 12 cm, 세로 16 cm 인 직사각형 모양의 카드로 한 변의 길이가 2 m 보다 작은 정사각형을 만들 때, 만들 수 있는 가장 큰 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 192 cm

해설

정사각형의 한 변의 길이는 12 와 16 의 공배수 중 200 보다 작은 자연수이다. 12 와 16 의 최소공배수는 48 이고, 48 의 배수 중 200 보다 작은 자연수는 48, 96, 144, 192 이므로 정사각형의 한 변의 길이는 192 cm 이다.

21. a, b 의 최대공약수는 4 , 두 수의 곱이 96 일 때, (a, b) 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

a, b 의 최대공약수가 4 이므로
$a = 4x$, $b = 4y$ (x , y 는 서로소, $x < y$)라 하면
$4x \times 4y = 96$ 이다. 따라서 $x \times y = 6$
즉, (x , y)는 $(1, 6), (2, 3)$ 이므로 (a, b)는
$(4, 24), (8, 12)$ 이다.
따라서 2 개이다.

22. $\frac{12}{n}$, $\frac{56}{n}$, $\frac{32}{n}$ 를 자연수로 만드는 자연수 n 들을 모두 곱하면?

① 12 ② 10 ③ 8 ④ 7 ⑤ 6

해설

n 은 12, 56, 32 의 공약수, 공약수는 최대공약수의 약수이므로
12, 56, 32 의 최대공약수는 4 이다.
4 의 약수는 1, 2, 4 이다.
따라서 8 이다.

23. 화장실 바닥의 가로와 세로의 길이가 각각 300 cm, 270 cm인 화장실 벽의 적당한 높이에 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 띠처럼 둘러 붙이려고 한다. 타일을 쪼개지 않고 붙이려고 할 때, 가능한 타일의 한 변의 길이가 아닌 것은?

① 1 cm　② 2 cm　③ 4 cm　④ 5 cm　⑤ 10 cm

해설

타일의 한 변의 길이가 300과 270의 공약수이면 타일을 쪼개지 않고 붙일 수 있다.
$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$, $270 = 2 \times 3^3 \times 5$이므로
두 수의 최대공약수는 $2 \times 3 \times 5 = 30$이다.
따라서 타일의 한 변의 길이는 1 cm, 2 cm, 3 cm, 5 cm, 6 cm, 10 cm, 15 cm, 30 cm가 가능하다.

24. 1 층에서 A 층까지 운행하는 엘리베이터는 12 분마다, 1 층에서 B 층까지 운행하는 엘리베이터는 15 분마다, 1 층에서 C 층까지 운행하는 엘리베이터는 18 분마다 1 층에서 문이 열린다. 세 엘리베이터가 처음 동시에 1 층에서 출발한 순간부터 쉬지 않고 반복해서 운행한다고 했을 때, 세 엘리베이터가 1 층에서 5 번째로 동시에 문이 열린 순간까지 A 층까지 운행하는 엘리베이터와 B 층까지 운행하는 엘리베이터만 동시에 1 층에서 문이 열리는 횟수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 회

▷ 정답 : 8 회

해설

12, 15, 18 의 최소공배수는 180 이다.
처음에 같이 열리므로 5 번째 같이 열리는 시간은 720 분 후이다.
12 와 15 의 최소공배수는 60 이므로,
(A 층까지 운행하는 엘리베이터와 B 층까지 운행하는 엘리베이터만 동시에 1 층에서 열리는 횟수)$= \frac{720}{60} - \frac{720}{180} = 8$ (회)

25. 24 , 36 , x 세 자연수의 최대공약수가 12 일 때, 최소공배수 360 일 때 세 자연수의 합을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

▷ 정답 : 180

해설

$24 = 2^3 \times 3$, $36 = 2^2 \times 3^2$, $x = 2^2 \times 3 \times n$ 또는 $x = 2^3 \times 3 \times n$,
$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 $n = 5$ 이다.
$\rightarrow x = 60,\ x = 120$
$\therefore$(세 자연수의 합)$= 120,\ 180$