

1. 이차방정식 $3x^2 + 3x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 에서 두 근을 α, β 라고 할 때,

두 근의 합은 $-\frac{b}{a}$, 두 근의 곱은 $\frac{c}{a}$ 이므로

$\alpha + \beta = -1, \alpha\beta = -\frac{1}{3}$ 이다.

$$\therefore \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-1}{-\frac{1}{3}} = 3$$

2. 이차방정식 $x^2 - 16x + a = 0$ 의 해가 $x = 8 \pm \sqrt{59}$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$x = 8 \pm \sqrt{64 - a}$$

$$\therefore a = 5$$

3. 이차방정식 $0.3x^2 - 0.4x = 0.6$ 을 풀면?

- ① $x = \frac{2 \pm \sqrt{11}}{3}$ ② $x = \frac{1 \pm \sqrt{22}}{3}$ ③ $x = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{2}$
④ $x = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{3}$ ⑤ $x = \frac{2 \pm \sqrt{23}}{3}$

해설

$0.3x^2 - 0.4x = 0.6$ 의 각 항에 10 을 곱하면 $3x^2 - 4x - 6 = 0$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 3 \times (-6)}}{3} = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{3}$$

4. $(x+y)(x+y-6)-16=0$ 일 때, $x+y$ 의 값들의 합은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$x+y=A$ 라고 하면

$$A(A-6)-16=0$$

$$A^2-6A-16=0$$

$$(A-8)(A+2)=0$$

$$\therefore x+y=8 \text{ 또는 } x+y=-2$$

따라서 $x+y$ 의 값들의 합은 $8+(-2)=6$ 이다.

5. 이차방정식 $2x^2 + 6x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{2}{\alpha} + \frac{2}{\beta}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

근과 계수의 관계로부터

$$\alpha + \beta = -3, \quad \alpha\beta = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{2}{\alpha} + \frac{2}{\beta} = \frac{2(\alpha + \beta)}{\alpha\beta} = \frac{-6}{-\frac{1}{2}} = 12$$

6. 이차방정식 $x^2 - 10x + k = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3 일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

두 근을 2α , 3α 라고 하면, $2\alpha + 3\alpha = 5\alpha = 10$

$\therefore \alpha = 2$

$2\alpha \times 3\alpha = 6\alpha^2 = k$

$\therefore k = 24$

7. 다음은 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= 0 \\ x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \\ x^2 + \frac{b}{a}x + \textcircled{1} &= -\frac{c}{a} + \textcircled{1} \\ (x + \textcircled{2})^2 &= \textcircled{3} \\ x &= \textcircled{4} \pm \textcircled{5} \end{aligned}$$

- ① $\frac{b^2}{4a^2}$ ② $\frac{b}{2a}$ ③ $\frac{b^2 - 4ac}{2a}$
 ④ $-\frac{b}{2a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

해설

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= 0 \leftarrow \text{양변을 } a \text{ 로 나눈다.} \\ x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \leftarrow \text{양변에 } \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} \text{ 을 더한다.} \\ x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} &= -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} \\ \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \\ x &= -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ \therefore \textcircled{3} \text{ 이 잘못되었다.} \end{aligned}$$

8. 이차방정식 $(x+1)(x-3) - \frac{x^2+1}{4} = 3(x-1)$ 의 근은?

① $x=0$ 또는 $x=\frac{20}{3}$

② $x=\frac{5\pm 2\sqrt{53}}{6}$

③ $x=\frac{10\pm 2\sqrt{53}}{3}$

④ $x=\frac{5\pm \sqrt{103}}{6}$

⑤ $x=\frac{10\pm \sqrt{103}}{3}$

해설

$$(x^2 - 2x - 3) - \frac{x^2 + 1}{4} = 3x - 3$$

$$4x^2 - 20x - x^2 - 1 = 0$$

$$3x^2 - 20x - 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{10 \pm \sqrt{103}}{3}$$

9. 이차방정식 $x^2 + (1 - k)x + 1 = 0$ 이 중근을 가질 때의 상수 k 의 값 중 작은 값이 이차방정식 $ax^2 - 2x + a^2 - 4 = 0$ 의 한 근일 때, 음수 a 의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$x^2 + (1 - k)x + 1 = 0 \text{ 에서}$$

$$D = a^2 - 2k - 3 = 0$$

$$k = -1, 3$$

$$ax^2 - 2x + a^2 - 4 = 0 \text{ 에 } x = -1 \text{ 을 대입하면}$$

$$a^2 + a - 2 = 0$$

$$a = -2, 1$$

$$\therefore a = -2 (\because a < 0)$$

10. 이차방정식 $x^2 - 2x - k = 0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $(1-k)x^2 - kx - 6 = 0$ 의 두 근의 합은?

- ① -2 ② -1 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} D &= (-2)^2 - 4 \times (-k) = 4 + 4k = 0 \\ \therefore k &= -1 \\ 2x^2 + x - 6 &= 0, (2x - 3)(x + 2) = 0 \\ x &= \frac{3}{2} \text{ 또는 } x = -2 \\ \therefore \text{두 근의 합} &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

11. 다음 방정식 중에서 중근을 갖지 않는 것은?

① $x^2 - 4x + 4 = 0$

② $x^2 + 3x + \frac{9}{4} = 0$

③ $x^2 = x - 1$

④ $x^2 = x - \frac{1}{4}$

⑤ $x^2 - 6x = -9$

해설

③ $D = 1 - 4 < 0$ $\therefore$ 근이 없다.

12. 이차방정식 $2x^2 - 8x + 1 + k = 0$ 이 중근을 가질 때, k 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$\frac{D}{4} = 16 - 2 - 2k = 0, \quad k = 7$$

13. 이차방정식 $2x^2 + (a - 1)x + b = 0$ 의 두 근의 합이 4 , 곱이 6 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

근과 계수의 관계에 의하여

$$-\frac{(a-1)}{2} = 4 \text{ 이므로 } a = -7$$

$$\frac{b}{2} = 6 \text{ 이므로 } b = 12 \text{ 이다.}$$

따라서 $a + b = -7 + 12 = 5$ 이다.

14. 이차방정식 $3x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근의 합과 곱을 차례대로 나열한 것은?

① $-4, -1$

② $2\sqrt{7}, \frac{5}{9}$

③ $2\sqrt{7}, 1$

④ $\frac{4}{3}, \frac{1}{3}$

⑤ $\frac{4}{3}, -\frac{1}{3}$

해설

근과 계수의 관계에 의하여

두 근의 합은 $-\frac{(-4)}{3} = \frac{4}{3}$, 두 근의 곱은 $\frac{1}{3}$ 이다.

15. 이차방정식 $x^2 - 2x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = -2$ 이므로

$$\begin{aligned}\therefore \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} &= \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} \\ &= \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} \\ &= \frac{2^2 + 4}{-2} = -4\end{aligned}$$

16. 이차방정식 $x^2 + 3ax - 2a = 0$ 을 일차항의 계수와 상수항을 바꾸어 풀었더니 한 근이 -3 이었다. 이때, 올바른 근을 구하면?

- ① $x = 1$ 또는 2
② $x = -1$ 또는 -2
③ $x = 1$ 또는 -3
④ $x = -1$ 또는 -3
⑤ $x = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2}$ 또는 $\frac{-3 - \sqrt{17}}{2}$

해설

일차항의 계수와 상수항을 바꾸어 놓은 식은 $x^2 - 2ax + 3a = 0$
그때의 해가 $x = -3$ 이므로 대입하면
 $9 + 6a + 3a = 0$
 $\therefore a = -1$
따라서 이차방정식은
 $x^2 - 3x + 2 = 0, (x - 2)(x - 1) = 0$
 $\therefore x = 2$ 또는 $x = 1$

17. 이차방정식 $x^2 - 3x - 5 = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때, $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 5 인 이차방정식은?

① $5x^2 + x - 3 = 0$

② $5x^2 - x - 3 = 0$

③ $5x^2 + 3x - 1 = 0$

④ $5x^2 - 3x - 1 = 0$

⑤ $5x^2 - 5x - 1 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = -5$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{3}{-5} = -\frac{3}{5}$$

$$\frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{-5} = -\frac{1}{5}$$

$$\therefore x^2 + \frac{3}{5}x - \frac{1}{5} = 0$$

$$\therefore 5x^2 + 3x - 1 = 0$$

18. 서로 다른 실수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c = 0$ 일 때, 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근의 개수를 구하면?

- ㉠ 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.
- ㉡ 중근을 갖는다.
- ㉢ 근이 존재하지 않는다.
- ㉣ 모든 실수에 대해서 만족한다.
- ㉤ 알 수 없다.

해설

방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 판별식 $D = b^2 - 4ac$ 에 $b = -a - c$ 를 대입하면 $D = (-a - c)^2 - 4ac = a^2 - 2ac + c^2 = (a - c)^2 \geq 0$ $a \neq c, a - c \neq 0$ 이므로 $(a - c)^2 > 0$ 이다.
따라서 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 은 서로 다른 두 개의 실근을 가진다.

19. 이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$ 의 근이 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 60$

해설

$$4x^2 - 32x + k + 4 = 0$$

$$4(x^2 - 8x) = -k - 4$$

$$4(x^2 - 8x + 16) = -k - 4 + 64$$

$$4(x - 4)^2 = -k + 60$$

증근을 가져야 하므로 $-k + 60 = 0$, $k = 60$ 이다.

20. 이차방정식 $x^2 - ax + 2b = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면, $x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 두 근은 $\alpha - 1, \beta - 1$ 이다.
이 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = a, \alpha\beta = 2b$
 $x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 두 근이 $\alpha - 1, \beta - 1$ 이므로
 $\alpha - 1 + \beta - 1 = 2, \alpha + \beta = 4$
 $\therefore a = 4$
 $(\alpha - 1)(\beta - 1) = \alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1 = -4$
 $2b - 4 + 1 = -4, 2b = -1$
 $\therefore b = -\frac{1}{2}$
 $\therefore a \times b = 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -2$

21. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 2$ 또는 $x = -4$ 일 때, A 의 값은?

① 6

② -6

③ 7

④ -8

⑤ -7

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$$2 \times (-4) = A$$

$$\therefore A = -8$$

22. 이차방정식 $x^2 - 8x - A = 0$ 의 두 근의 합이 B 이고, 곱이 5 일 때, A, B 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = -5$

▷ 정답 : $B = 8$

해설

근과 계수의 관계에 의하여

$$8 = B$$

$-A = 5$ 이므로 $A = -5$ 이다.

23. 이차방정식 $ax^2 + bx + 5 = 0$ 의 한 근이 $\frac{1}{\sqrt{5}-2}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

한 근이 $\frac{1}{\sqrt{5}-2} = \sqrt{5}+2$ 이므로 다른 한 근은 $-\sqrt{5}+2$

근과 계수와의 관계에서

$$-\frac{b}{a} = (\sqrt{5}+2) + (-\sqrt{5}+2) = 4, \frac{5}{a} = (\sqrt{5}+2)(-\sqrt{5}+2) = -1$$

$$\therefore a = -5$$

$$\therefore b = -4a = (-4) \times (-5) = 20$$

$$\therefore a + b = -5 + 20 = 15$$

24. 이차방정식 $4x^2 - kx + 9 = 0$ 이 중근을 가질 때, 두 양의 정수 $k, k-5$ 를 두 근으로 하는 이차방정식 A 는? (단, A 의 이차항의 계수는 1 이다.)

① $x^2 + 19x + 84 = 0$

② $x^2 - 19x - 84 = 0$

③ $x^2 - 84x + 19 = 0$

④ $x^2 - 19x + 84 = 0$

⑤ $x^2 - 20x + 84 = 0$

해설

$4x^2 - kx + 9 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$k^2 - 4 \times 4 \times 9 = 0$$

$$k = 12 \quad (\because k > 0)$$

따라서 두 근은 12, 7

$$\therefore (x - 12)(x - 7) = 0$$

$$\therefore x^2 - 19x + 84 = 0$$

25. 이차방정식 $x^2 + ax + 3a = 0$ 이 정수근을 가질 때, a 값들의 합을 구하여라. (단, a 는 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$x^2 + ax + 3a = 0$ 에서 $x = \frac{-a \pm \sqrt{a^2 - 12a}}{2}$

x 는 정수이므로 $a^2 - 12a = k^2$

$a^2 - 12a + 36 = k^2 + 36$

$(a - 6)^2 = k^2 + 36$

$(a - 6)^2 - k^2 = 36$

$(a - 6 + k)(a - 6 - k) = 36$

$(a - 6 + k) + (a - 6 - k) = 2a - 12 = 2(a - 6)$

곱이 36 이고 합이 짝수인 순서쌍을 나타내면

$a-6+k$	18	6	2	-2	-6	-18
$a-6-k$	2	6	18	-18	-6	-2
$2(a-6)$	20	12	20	-20	-12	-20
a	16	12	16	-4	0	-4

따라서 a 의 값의 합은 $16 + 12 + (-4) + 0 = 24$ 이다.