

1. 9000 을 소인수분해 했을 때, 소인수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$9000 = 2^3 \times 3^2 \times 5^3$ 에서 소인수는 2, 3, 5 이므로 합은 $2+3+5 = 10$

2. $3^2 \times 5 \times 7^x$ 의 약수의 개수가 72 의 약수의 개수와 같을 때, 자연수 x 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 72 의 약수의 개수 :

$(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)

$3^2 \times 5 \times 7^x$ 의 약수의 개수 :

$(2 + 1) \times (1 + 1) \times (x + 1) = 12$ (개)

$\therefore x = 1$

3. 두 자연수의 최소공배수가 24 일 때, 두 수의 공배수 중 100 이하인 것을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

▷ 정답 : 48

▷ 정답 : 72

▷ 정답 : 96

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로 최소공배수인 24 의 배수들 중 100 이하인 수를 찾는다.

4. $\frac{28}{5}$ 과 $\frac{35}{8}$ 의 어느 것에 곱하여도 자연수가 되는 분수 중 가장 작은 수는?

- ① $\frac{32}{7}$ ② $\frac{36}{7}$ ③ $\frac{40}{7}$ ④ $\frac{41}{7}$ ⑤ $\frac{43}{7}$

해설

구하는 기약 분수를 $\frac{a}{b}$ 로 놓으면

$a = 40, b = 7$ 이므로 $\frac{a}{b} = \frac{40}{7}$

5. 다음 중 12 의 배수는?

① 90

② 126

③ 288

④ 352

⑤ 1498

해설

12 의 배수는 4 와 3 의 공배수이다.

6. 다음 1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 그 수 자신만을 약수로 가지는 수가 아닌 것은?

① 7 ② 11 ③ 13 ④ 17 ⑤ 27

해설

1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 그 수 자신만을 약수로 가지는 수는 소수이다.
따라서 소수가 아닌 수는 27 이다.

7. 다음은 창완이와 지혜의 대화이다. 안에 알맞은 수를 모두 써넣어라.

창완 : 드디어 구했어! 지혜야!
지혜 : 무엇을 구했는데?
창완 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 20이 답이야.
지혜 : 그럼 그 두 수의 공약수도 모두 구할 수 있겠네?
창완 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
지혜 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
창완 : 그렇지! 그럼 공약수는 이구나.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 20

해설

창완 : 드디어 구했어! 지혜야!
지혜 : 무엇을 구했는데?
창완 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 20이 답이야.
지혜 : 그럼 그 두 수의 공약수도 모두 구할 수 있겠네?
창완 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
지혜 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
창완 : 그렇지! 그럼 공약수는 1, 2, 4, 5, 10, 20 이구나.

$20 = 2^2 \times 5$ 이고, 2^2 의 약수는 1, 2, 2^2 , 5의 약수는 1, 5 이므로 이들을 각각 곱하면 20의 약수는 1, 2, 4, 5, 10, 20이다.

8. $3 \times \square$, $7 \times \square$, $4 \times \square$ 의 세 자연수의 최소공배수가 1092 일 때, $\square$ 안에 알맞은 수는?

- ① 2 ② 5 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$3 \times \square$

3

$7 \times \square$

7

$4 \times \square$

4

$\times 3 \times 7 \times 4 = 1092$

$= 13$

9. 두 수 15 과 20 의 공배수 중 400 이하인 것의 개수는?

- ① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

15 와 20 의 공배수는 최소공배수인 60 의 배수이므로, 400 이하의 60 의 배수는
60, 120, 180, 240, 300, 360 으로 총 6개이다.

10. 지은이와 지연이가 운동장 한 바퀴를 도는데 각각 15 분, 18 분이 걸린다. 이와 같은 속력으로 출발점을 동시에 출발하여 같은 방향으로 운동장을 둘 때, 지은이와 지연이는 몇 분 후 처음으로 출발점에서 다시 만나게 되는가?

① 30 분 ② 50 분 ③ 60 분 ④ 80 분 ⑤ 90 분

해설

15 와 18 의 최소공배수는 90 이므로 두 사람은 90 분 후 처음으로 출발점에서 다시 만난다.

11. 세 자연수 7, 8, 9 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 2 인 세 자리 자연수 중에서 가장 작은 수는?

- ① 498 ② 500 ③ 502 ④ 504 ⑤ 506

해설

7, 8, 9 의 최소공배수는 504 이므로 구하는 수는 $504 + 2 = 506$ 이다.

12. 45에 어떤 자연수를 곱하여 어떤 수의 제곱이 되게 하려고 한다. 곱해야 할 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$45 = 3^2 \times 5$$

따라서 제곱이 되려면 5를 곱해야 한다.

13. 자연수 a 의 약수의 개수를 $N(a)$ 로 나타낼 때 $N(600) \times N(a) = 96$ 인 자연수 a 중에서 가장 작은 수를 구하면?

① 4

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 12

해설

$$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2 \text{ 이므로 } N(600) = 4 \times 2 \times 3 = 24$$

$$24 \times N(a) = 96 \quad \therefore N(a) = 4$$

약수의 개수가 4 개인 가장 작은 자연수는

$6 = 2 \times 3$ 이다.

14. 세 자연수의 비가 $2:3:5$ 이고, 최소공배수가 240 일 때, 세 자연수의 합은?

① 16 ② 24 ③ 40 ④ 80 ⑤ 120

해설

세 자연수를 $2 \times x$, $3 \times x$, $5 \times x$ 라 하면

$$\begin{array}{r} x \overline{) 2 \times x \quad 3 \times x \quad 5 \times x} \\ \underline{2 \quad 3 \quad 5} \end{array}$$

$x \times 2 \times 3 \times 5 = 240$ 이므로 $x = 8$

따라서, 세 자연수는 16, 24, 40 이므로

세 자연수의 합은 $16 + 24 + 40 = 80$ 이다.

15. 어느 반의 여학생 수는 36 명이고 남학생 수는 45 명이다. 봉사활동을 하기 위해 여학생 a 명과 남학생 b 명씩을 한 조로 나누려고 한다. 이때 되도록 많은 조로 나누어서 나누어진 조의 수를 c 라 할 때, $2a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

c 는 36 과 45 의 최대공약수이므로 $c = 9$,
 $a = 36 \div 9 = 4$, $b = 45 \div 9 = 5$
따라서 $2a - b + c = 8 - 5 + 9 = 12$

16. 1 에서 100 까지 자연수를 다음과 같이 연속한 세 개의 수씩 묶어 차례로 늘어놓았다. 이 때, 세 수의 합이 12 의 배수인 것은 모두 몇 쌍인가?

$(1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), \cdots, (98, 99, 100)$

- ① 19 쌍 ② 24 쌍 ③ 30 쌍 ④ 32 쌍 ⑤ 36 쌍

해설

세 수는 $n-1, n, n+1$ 로 이루어져 있으므로 세 수의 합은 $3 \times n$, 12 의 배수가 되기 위해서 n 은 4 의 배수가 되어야 한다. 즉 가운데 수가 4 의 배수인 쌍의 갯수는 $96 = 4 \times 24$ 개이다.

17. 자연수 $360 \times n$ 이 자연수의 제곱이 된다고 할 때, n 이 될 수 있는 모든 수의 합을 구하여라.(단, n 은 160 미만의 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 140

해설

$$360 \times n = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times n = m^2 \text{ 이라 하면}$$

$$\text{가장 작은 } n = 2 \times 5$$

따라서 n 이 될 수 있는 160 미만의 수는

$$2 \times 5 = 10$$

$$2 \times 5 \times 2^2 = 40$$

$$2 \times 5 \times 3^2 = 90$$

$$\therefore 10, 40, 90$$

$$\therefore 10 + 40 + 90 = 140$$

18. 자연수 $2^3 \times A$ 의 약수의 개수가 12 개일 때, 가장 작은 두 자리 자연수 A 를 구하여라.

- ① 11
- ② 12
- ③ 13
- ④ 14
- ⑤ 15

해설

$12 = 12 \times 1 = 6 \times 2 = 4 \times 3$
(1) $12 = 12 \times 1 = (11 + 1)$ 일 때,
 $2^3 \times A = 2^{11} \quad \therefore A = 2^8 = 256$
그러나 $2^8 = 256$ 은 두 자리 수가 아니다.
(2) $12 = 6 \times 2 = (5 + 1) \times (1 + 1)$ 일 때,
 $2^3 \times A = 2^5 \times (2\text{가 아닌 소수}) = 2^3 \times (2^2 \times (2\text{가 아닌 소수}))$
 $\therefore A = 12, 20, 28, 44, 52, \dots$
(3) $12 = 4 \times 3 = (3 + 1) \times (2 + 1)$ 일 때,
 $2^3 \times A = 2^3 \times (2\text{가 아닌 소수})^2$
 $\therefore A = 9, 25, 49, 121, \dots$
따라서 가장 작은 두 자리 자연수 A 는 12 이다.

19. 다음 조건을 모두 만족하는 자연수 n 중 가장 작은 수를 구하여라.

- (1) n 은 5 의 배수인 세 자리 자연수이다.
- (2) n 과 168 의 최대공약수는 24 이다.
- (3) n 을 15 로 나누면 어떤 자연수의 제곱수가 된다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 240

해설

- (1) n 은 5 의 배수인 세 자리 자연수이다. $\rightarrow n$ 은 5 의 인수를 가진다.
- (2) n 과 168 의 최대공약수는 24 이다.
 $168 = 2^3 \times 3 \times 7$, $24 = 2^3 \times 3 \rightarrow n$ 은 $2^3 \times 3$ 을 인수로 가지고 7 은 인수로 가지지 않는다.
- (3) n 을 15 로 나누면 어떤 자연수의 제곱수가 된다.
 $15 = 3 \times 5 \rightarrow n$ 은 인수 3, 5 의 지수가 홀수이고 나머지 인수의 지수는 짝수인 수이다.
 $\therefore n$ 중 가장 작은 수 $= 2^4 \times 3 \times 5 = 240$

20. 600을 자연수 a 로 나누면 b^2 이 된다고 할 때, 가능한 $\frac{a}{b}$ 의 값 중 두 번째로 큰 값은? (단, b 는 자연수)

- ① $\frac{1}{2}$
- ② 600
- ③ 300
- ④ 150
- ⑤ 75

해설

$$\frac{600}{a} = \frac{2^3 \times 3 \times 5^2}{a}$$

가 제곱수이어야 하므로

$$a = 2 \times 3 \times p^2 (p \text{는 자연수})$$

꼴의 600의 약수이다.

$a = 2 \times 3 \times 1^2 = 6$ 일 때,

$$\frac{600}{6} = 100 = 10^2 \quad \therefore b = 10$$

$a = 2 \times 3 \times 2^2 = 24$ 일 때,

$$\frac{600}{24} = 25 = 5^2 \quad \therefore b = 5$$

$a = 2 \times 3 \times 5^2 = 150$ 일 때,

$$\frac{600}{150} = 4 = 2^2 \quad \therefore b = 2$$

$a = 2^3 \times 3 \times 5^2 = 600$ 일 때,

$$\frac{600}{600} = 1^2 \quad \therefore b = 1$$

$\frac{6}{10} < \frac{24}{5} < \frac{150}{2} < 600$ 이므로

$\frac{a}{b}$ 의 값 중 두 번째로 큰 값은 $\frac{150}{2} = 75$