1. 삼차방정식 $x^3 + 27 = 0$ 의 모든 근의 합은?

① 0　　② 1　　③ 2　　④ 3　　⑤ 4

해설

$x^3 + 3^3 = 0,\ (x+3)(x^2 - 3x + 9) = 0$

$\therefore x = -3,\ \dfrac{3 \pm 3\sqrt{3}i}{2}$

합 : $-3 + \dfrac{3 + 3\sqrt{3}i}{2} + \dfrac{3 - 3\sqrt{3}i}{2} = 0$

해설

$x^3 + 27 = 0$ 에서 x^2 의 계수가 0 이므로 근과 계수와의 관계에 의해 세 근의 합은 0

2. 연립방정식

$$\begin{cases} 2x + ay = 10 \\ x - y = b \end{cases}$$

의 해가 $x = 2,\ y = -3$일 때, $a + b$의 값은?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$x = 2,\ y = -3$을
두 방정식
$2x + ay = 10,\ x - y = b$에 대입하면
모두 성립시키므로 $4 - 3a = 10$
$\therefore\ a = -2$
$2 - (-3) = b$
$\therefore\ b = 5$
$\therefore\ a + b = 3$

3. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ 에서
$x^2 = t$ 로 놓으면
$t^2 - 13t + 36 = 0$, $(t-4)(t-9) = 0$
$\therefore\ t = 4$ 또는 $t = 9$
(i) $t = 4$ 일 때, $x^2 = 4$
$\therefore\ x = \pm 2$
(ii) $t = 9$ 일 때, $x^2 = 9$
$\therefore\ x = \pm 3$
따라서 모든 해의 합은
$(-2) + 2 + (-3) + 3 = 0$

4. x에 대한 삼차방정식 $x^3+3x^2-kx-5=0$의 한 근이 -1일 때, 상수 k의 값은?

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

$x^3+3x^2-kx-5=0$의 한 근이 -1이므로 $x=-1$을 대입하면

$(-1)^3+3(-1)^2-k(-1)-5=0$

$\therefore\ k=3$

5. 다음 중 $1+i$가 하나의 근이며 중근을 갖는 사차방정식은?

① $(x^2-2x+2)(x^2-2x+1)$

② $(x^2-2x+2)(x-1)(x+1)$

③ $(x^2-1)(x^2-2x-1)$

④ $(x^2+1)(x-1)(x+1)$

⑤ $(x^2+1)(x^2-2x+1)$

해설

한 근이 $1+i$이면
다른 한 근은 $1-i$이다.
$\therefore\ \{x-(1+i)\}\{x-(1-i)\}=0$
$\Rightarrow\quad x^2-2x+2=0$
주어진 조건에 맞는 방정식 :
$(x^2-2x+2)(x-\alpha)^2=0$
$\therefore$ ①이 조건에 맞다

6. 연립방정식 $\begin{cases} x^2-y^2=2 \\ x-y=1 \end{cases}$ 의 해를 순서쌍 (x, y)으로 나타내면?

① $(2, 1)$ ② $(\sqrt{2}+1, \sqrt{2})$ ③ $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$

④ $(\sqrt{3}, 1)$ ⑤ $\left(\frac{5}{3}, \frac{2}{3}\right)$

해설

$\begin{cases} x^2-y^2=2 \ \cdots \ ㉠ \\ x-y=1 \ \cdots \ ㉡ \end{cases}$

㉡을 $y=x-1$로 변형하여

㉠에 대입하면

$x^2-(x-1)^2=x^2-x^2+2x-1=2$

$2x=3$

$\therefore \ x=\frac{3}{2}, \ y=\frac{1}{2}$

7. $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ 에서 xy의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\begin{cases} x-y=1 & \cdots ㉠ \\ x^2+y^2=5 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $x=y+1$을 ㉡에 대입하면,

$(y+1)^2+y^2=5$

$y^2+y-2=0$

$(y+2)(y-1)=0$

$\therefore\ y=-2$ 또는 $y=1$

$y=-2$를 ㉠에 대입하면 $x=-1$

$y=1$을 ㉡에 대입하면 $x=2$

$\therefore\ xy=2$

8. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y에 대하여 $x+y$ 값이 될 수 <u>없는</u> 것은?

① $3\sqrt{2}$　② 4　③ $-3\sqrt{2}$

④ -4　⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$

$(x-y)(x-2y)$

$\Rightarrow \quad (x-y)(x-2y) = 0$

$\Rightarrow \quad x = y$ 또는 $x = 2y$

ⅰ) $x = y$

$x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$

$x = \pm 2 \quad \Rightarrow \quad y = \pm 2$

ⅱ) $x = 2y$

$x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$

$y = \pm\sqrt{2} \quad \Rightarrow \quad x = \pm 2\sqrt{2}$

$x + y = (4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2})$

9. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x^2 - xy + y^2 = 3 \end{cases}$ 의 해를 $x = a,\ y = b$ 라 할 때, ab 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^2 + y^2 = 5 \ \cdots$ ㉠

$x^2 - xy + y^2 = 3 \ \cdots$ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면 $5 - xy = 3$, $xy = 2$

$\therefore\ ab = 2$

10. 방정식 $x(x+2)(x+4)(x+6)+15=0$ 을 풀면?

① $x=-2$ 또는 $x=-3$ 또는 $x=-2\pm\sqrt{3}$

② $x=2$ 또는 $x=4$ 또는 $x=-3$ 또는 $x=-5$

③ $x=-2\pm\sqrt{5}$ 또는 $x=-1\pm\sqrt{6}$

④ $x=-3\pm\sqrt{5}i$ 또는 $x=-2\pm\sqrt{6}i$

⑤ $x=-1$ 또는 $x=-5$ 또는 $-3\pm\sqrt{6}$

해설

$x(x+6)=x^2+6x$

$(x+2)(x+4)=x^2+6x+8$

$x^2+6x=X$ 로 놓으면

$x(x+2)(x+4)(x+6)+15=0$

$X(X+8)+15=0,$

$X^2+8X+15=0$

$(X+3)(X+5)=0$

$\therefore\ X=-3, X=-5$

㉠ : $X=-3 \Rightarrow\ x^2+6x+3=0,$

$x=-3\pm\sqrt{9-3}=-3\pm\sqrt{6}$

㉡ : $X=-5 \Rightarrow\ x^2+6x+5=0,$

$(x+5)(x+1)=0,\ x=-1,-5$

11. 어떤 정육면체의 밑변의 가로의 길이를 1 cm줄이고, 세로의 길이와 높이를 각각 2 cm, 3 cm씩 늘였더니 이 직육면체의 부피가 처음 정육면체의 부피의 $\frac{5}{2}$ 배가 되었다. 처음 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라. (단, 정육면체 한 변의 길이는 유리수이다.)

▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 2 cm

해설

정육면체의 한 변의 길이가 x cm라 하면

조건으로부터 $(x-1)(x+2)(x+3)=\frac{5}{2}x^3$,

$x^3+4x^2+x-6=\frac{5}{2}x^3$,

$\frac{3}{2}x^3-4x^2-x+6=0$ 에서

$3x^3-8x^2-2x+12=0$을 풀면 $x=2(\text{cm})$

12. 다음 연립방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ xy = 12 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x + y = u$, $xy = v$ 로 놓으면 주어진 연립방정식은

$$\begin{cases} u^2 - 2v = 25 \\ v = 12 \end{cases}$$

$\therefore\ u = \pm 7,\ v = 12$

따라서, 주어진 연립방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{cases} x + y = 7 & \cdots ㉢ \\ xy = 12 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

또는 $\begin{cases} x + y = -7 & \cdots ㉣ \\ xy = 12 & \cdots ㉡ \end{cases}$

(i) ㉢, ㉡에서 $x,\ y$ 는 이차방정식 $t^2 - 7t + 12 = 0$ 의 두 근이므로 $x = 3,\ y = 4$ 또는 $x = 4,\ y = 3$

(ii) ㉣, ㉡에서 $x,\ y$ 는 이차방정식 $t^2 + 7t + 12 = 0$ 의 두 근이므로 $x = -3,\ y = -4$ 또는 $x = -4,\ y = -3$

(i), (ii)로부터 구하는 모든 해의 합은 0

13. 다음 연립방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$\begin{cases} x+y=-3 \\ xy=-4 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

x, y 는 t 에 대한 이차방정식 $t^2+3t-4=0$ 의 두 근이므로

$(t-1)(t+4)=0$ 에서

$t=1$ 또는 $t=-4$

따라서, 구하는 해는

$\begin{cases} x=1 \\ y=-4 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-4 \\ y=1 \end{cases}$

$\therefore\ 1+(-4)+(-4)+1=-6$

14. 연립방정식 $\begin{cases} xy + x + y = 5 \\ x^2 + xy + y^2 = 7 \end{cases}$ 을 만족하는 순서쌍 $(x,\ y)$ 의 개수는?

① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$x + y = u,\ xy = v$ 라 하면

$\begin{cases} u + v = 5 & \cdots ㉠ \\ u^2 - v = 7 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면

$u^2 - (5 - u) = 7$

$u^2 + u - 12 = 0$

$(u + 4)(u - 3) = 0$

$\therefore\ u = -4$ 또는 $u = 3$

(i) $u = -4,\ v = 9$, 즉 $x + y = -4,\ xy = 9$ 일 때, $x,\ y$ 는 $t^2 + 4t + 9 = 0$ 의 두 근이므로 $t = -2 \pm \sqrt{5}i$

따라서, $x = -2 \pm \sqrt{5}i,\ y = -2 \mp \sqrt{5}i$ 이므로 (복부호 동순)

$(-2 + \sqrt{5}i,\ -2 - \sqrt{5}i),\ (-2 - \sqrt{5}i,\ -2 + \sqrt{5}i)$

(ii) $u = 3,\ v = 2$, 즉 $x + y = 3,\ xy = 2$ 일때, $x,\ y$ 는 $t^2 - 3t + 2 = 0$ 의 두 근이므로

$(t - 1)(t - 2) = 0$

$\therefore\ t = 1$ 또는 $t = 2$

따라서, $x = 1,\ y = 2$ 또는 $x = 2,\ y = 1$ 이므로 $(1,\ 2),\ (2,\ 1)$

(i), (ii)에서 구하는 순서쌍의 개수는 4 개이다

15. 연립방정식 $\begin{cases} xy+x+y=-5 \cdots\cdots ① \\ x^2+xy+y^2=7 \cdots\cdots ② \end{cases}$ 을 만족하는 x, y에 대해 $x+y$의 최댓값을 M, 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값을 구하면?

① 0　② 1　③ -1　④ 2　⑤ -2

해설

$x+y=u,\ xy=v$ 로 놓으면
①은 $u+v=-5 \cdots\cdots$ ③
②는 $u^2-v=7 \cdots\cdots$ ④
③, ④에서 v 를 소거하면
$u^2+u-2=0$
$\therefore\ (u-1)(u+2)=0$
$u=1$ 일 때, $v=-6$ 이므로
$t^2-t-6=0$ 에서 $t=-2,\ 3$
$u=-2$ 일 때, $v=-3$ 이므로
$t^2+2t-3=0$ 에서 $t=1,\ -3$
따라서, 구하는 근은
$\begin{cases} x=-2 \\ y=3 \end{cases}$ $\begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases}$ $\begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases}$ $\begin{cases} x=-3 \\ y=1 \end{cases}$
$\therefore\ M=1,\ \ m=-2\ \therefore\ M+m=-1$

16. x 에 대한 두 이차방정식 $x^2+2x+k=0$, $x^2+kx+2=0$이 단 한 개의 공통근을 가질 때, k의 값은?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

공통근을 α 라 하면
$\alpha^2+2\alpha+k=0$ 이고 $\alpha^2+k\alpha+2=0$ 이므로
$\alpha^2+2\alpha+k=\alpha^2+k\alpha+2$
$(2-k)\alpha+(k-2)=0$
따라서 $\alpha=1$ 이고
$1+2+k=0$ 이므로 $k=-3$

17. 삼차방정식 $x^3+2x^2+3x+4=0$의 세 근을 α, β, γ라 할 때, $\dfrac{\beta+\gamma}{\alpha}+\dfrac{\gamma+\alpha}{\beta}+\dfrac{\alpha+\beta}{\gamma}$의 값을 구하면?

① $-\dfrac{1}{2}$ ② $-\dfrac{3}{4}$ ③ -1 ④ $-\dfrac{3}{2}$ ⑤ -2

해설

삼차 방정식의 근과 계수의 관계에서

$\alpha+\beta+\gamma=-2$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=3$, $\alpha\beta\gamma=-4$

$\beta+\gamma=-2-\alpha$, $\gamma+\alpha=-2-\beta$, $\alpha+\beta=-2-\gamma$를 이용하면

(주어진 식)$=\dfrac{-2-\alpha}{\alpha}+\dfrac{-2-\beta}{\beta}+\dfrac{-2-\gamma}{\gamma}$

$=-2\left(\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}+\dfrac{1}{\gamma}\right)-3$

$=-2\left(\dfrac{\beta\gamma+\alpha\gamma+\alpha\beta}{\alpha\beta\gamma}\right)-3=-\dfrac{3}{2}$

18. 계수가 실수인 사차방정식 $x^4+2x^3+ax^2+bx+15=0$의 한 근이 $1+2i$일 때, 나머지 세 근 중 실근의 합은?

① -4　　② -3　　③ 0　　④ 3　　⑤ 4

해설

두 허근은 $1+2i$, $1-2i$ 나머지 두 실근을 α,β라 하면
네 근의 합 : $(1+2i)+(1-2i)+\alpha+\beta=-2$
$\therefore$ 두 실근의 합 : $\alpha+\beta=-4$

19. 삼차방정식 $x^3-5x^2+ax+b=0$의 한 근이 $1+\sqrt{2}$일 때, 다른 두 근을 구하면? (단, a, b는 유리수)

① $1-\sqrt{2}$, 2　② $-1+\sqrt{2}$, -3　③ $1-\sqrt{2}$, 3
④ $1-\sqrt{2}$, -3　⑤ $-1+\sqrt{2}$, 3

해설

한 근이 $1+\sqrt{2}$이면 다른 한 근은 $1-\sqrt{2}$이다.
삼차방정식의 근과 계수와의 관계에 의해 세근의 합은 5이므로
$\therefore\ 1+\sqrt{2}+(1-\sqrt{2})+\alpha=5,\quad \alpha=3$
$\therefore$ 다른 두 근은 $3, 1-\sqrt{2}$

20. $a,\ b$가 유리수일 때, $x = 1 + \sqrt{2}$가 $x^3 - 3x^2 + ax + b = 0$의 근이 된다. 이 때, $a^2 + b^2$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

유리계수 방정식이므로 $1 + \sqrt{2}$가 근이면 $1 - \sqrt{2}$도 근이다.
주어진 방정식의 세 근을 $1 + \sqrt{2},\ 1 - \sqrt{2},\ \alpha$라 하면
$(1 + \sqrt{2}) + (1 - \sqrt{2}) + \alpha = 3$ ……㉠
$(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) + \alpha(1 + \sqrt{2}) + \alpha(1 - \sqrt{2}) = a$……㉡
$\alpha(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = -b$ ……㉢
㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면 $a = 1,\ b = 1$

21. 계수가 유리수인 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 한근이 $2-\sqrt{3}$일 때, $\frac{c-b}{a}$의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

계수가 유리수인 이차방정식에서 $2-\sqrt{3}$이 근이면 $2+\sqrt{3}$도 근이므로

근과 계수의 관계에 의하여 $-\frac{b}{a}=\left(2+\sqrt{3}\right)+\left(2-\sqrt{3}\right)=4$

$\frac{c}{a}=\left(2+\sqrt{3}\right)\left(2-\sqrt{3}\right)=1$

$\therefore\ \frac{c-b}{a}=\frac{c}{a}+\left(-\frac{b}{a}\right)=1+4=5$

22. x에 대한 삼차방정식 $x^3 - ax^2 + 5x - b = 0$의 한 근이 $1 + \sqrt{2}$ 일 때, 유리수 a, b의 합 $a + b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x^3 - ax^2 + 5x - b = 0$ 의 한 근이 $1 + \sqrt{2}$ 이므로 다른 한 근을 $1 - \sqrt{2}$, 나머지 한 근을 β라 하면

$\left(1 + \sqrt{2}\right)\left(1 - \sqrt{2}\right) + \left(1 + \sqrt{2}\right)\beta + \left(1 - \sqrt{2}\right)\beta = 5$

$-1 + 2\beta = 5,\ 2\beta = 6 \quad \therefore\ \beta = 3$

따라서, $a = \left(1 + \sqrt{2}\right) + \left(1 - \sqrt{2}\right) + 3 = 5$

$b = \left(1 + \sqrt{2}\right) \cdot \left(1 - \sqrt{2}\right) \cdot 3 = -3$이므로

$a + b = 5 + (-3) = 2$

23. 삼차방정식 $2x^3+px^2+qx-5=0$ 의 한 근이 $1-2i$ 일 때 $p+q$ 의 값은?(단, p, q 는 실수)

① 7　　② -7　　③ 6　　④ -6　　⑤ 11

해설

한 근이 $1-2i$ 이므로 다른 두 근을 $1+2i, \alpha$ 라 하면 세 근의 곱:

$(1-2i)(1+2i)\alpha = \frac{5}{2}$

$\therefore\ \alpha = \frac{1}{2}$

세 근의 합: $-\frac{p}{2} = (1-2i)+(1+2i)+\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$

$\therefore\ p=-5$

두근끼리 곱의 합 : $\frac{q}{2} = (1-2i)(1+2i)+(1-2i+1+2i)\cdot\frac{1}{2} = 6$

$\therefore\ q=12$

$\therefore\ p+q=7$

해설

한 근이 $1-2i$ 이므로 다른 한 근은 $1+2i$

근과 계수의 관계에서 $x^2-2x+5=0$

나머지 일차식을 $2x+a$ 라고 하면

$2x^3+px^2+qx-5=(2x+a)(x^2-2x+5)$ 에서

$a=-1$ 이므로 대입하여 정리하면

$p=-5,\ q=12$

$\therefore\ p+q=7$

24. 계수가 실수인 삼차방정식 $x^3 + ax^2 + bx - 4 = 0$ 의 한 근이 $1 - i$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -1　② 0　③ 1　④ 2　⑤ 3

해설

세 근을 $1 - i, 1 + i, \gamma$ 라 하면

$(1 - i)(1 + i)\gamma = 4$, $2\gamma = 4$, $\gamma = 2$

$a = -(1 - i + 1 + i + 2) = -4$

$b = (1 - i)(1 + i) + (1 + i)2 + 2(1 - i) = 6$

$\therefore\ a + b = 2$

25. 삼차방정식 $x^3 = 1$의 한 허근을 ω라 할 때, 다음<보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $\overline{\omega}$는 ω의 켤레복소수이다.)

보기

㉠ $\omega + \dfrac{1}{\omega} = -1$　　　㉡ $\omega^2 + \overline{\omega}^2 = 1$

㉢ $(\omega + 1)(\overline{\omega} + 1) = 1$

① ㉠　　② ㉠, ㉡　　③ ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉢　　⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$x^3 = 1,$

$x^3 - 1 = 0,$

$(x-1)(x^2+x+1) = 0$

$w^2 + w + 1 = 0 \quad \cdots①$

$\overline{w}^2 + \overline{w} + 1 = 0 \cdots②$

㉠ ① 식을 w로 나누면 $w + \dfrac{1}{w} = -1$

㉡ $x^2 + x + 1 = 0$의 두 근 $w, \overline{w}$

$w + \overline{w} = -1, \ w\overline{w} = 1$

$w^2 + \overline{w^2} = (w + \overline{w})^2 - 2w\overline{w} = 1 - 2 = -1$

㉢ $(w+1)(\overline{w}+1)$

$= w\overline{w} + w + \overline{w} + 1 = 1 - 1 + 1 = 1$

$\therefore$ ㉠, ㉢ 맞음

26. $x^3-1=0$의 한 허근을 ω라 할 때, $\omega^3+\overline{\omega}^3$의 값을 구하면? (단, $\overline{\omega}$는 ω의 켤레복소수이다.)

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$x^3-1=(x-1)(x^2+x+1)=0$

$x=1$ 또는 $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$

$\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$를 ω라 하면

$\overline{\omega}=\dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2}$

$\therefore\ \omega^3=1,\ \overline{\omega}^3=1,\ \omega^3+\overline{\omega}^3=2$

27. $x^2 - x + 1 = 0$ 일 때, x^{180} 의 값을 구하면?

① 180 ② -180 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$x^2 - x + 1 = 0$ 양변에

$(x+1)$ 을 곱하면, $x^3 + 1 = 0$

$x^3 = -1 \Rightarrow x^{180} = (x^3)^{60} = (-1)^{60} = 1$

28. 허수 w가 $\omega^3 = 1$을 만족할 때, $\omega + \omega^2 + \omega^3 + \omega^4 + \omega^5$ 의 값은?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

$$w^3 = 1 \Rightarrow \quad (\omega - 1)(\omega^2 + \omega + 1) = 0$$
$$\Rightarrow \quad \omega^2 + \omega + 1 = 0, \omega^3 = 1$$

$\therefore \omega + \omega^2 + \omega^3 + \omega^4 + \omega^5$
$= \omega + \omega^2 + 1 + \omega + \omega^2$
$= (\omega^2 + \omega + 1) + \omega^2 + \omega = -1$

29. $x^3 = 1$ 의 한 허근이 ω 일 때, $\omega^{10} + \omega^5 + 1$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$w^3 = 1$,
$x^3 - 1 = 0$
$\Rightarrow$ $(x-1)(x^2+x+1) = 0$ 의 한 허근이 ω
$\Rightarrow w^2 + w + 1 = 0$
$\omega^{10} + \omega^5 + 1 = (w^3)^3 w + w^2 \cdot w^3 + 1$
$= w^2 + w + 1$
$= 0$

30. x, y가 연립방정식 $\begin{cases} x^2 + 4xy + y^2 = 10 \\ x - y = 2 \end{cases}$ 를

만족시킬 때, $(x+y)^2$ 의 값을 구하면?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 10

해설

$(x-y)^2 = 4$에서

$$\begin{cases} x^2 - 2xy + y^2 = 4 & \cdots ㉠ \\ x^2 + 4xy + y^2 = 10 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉡ − ㉠ : $6xy = 6$,

$\therefore\ xy = 1$

$$\begin{aligned} \therefore\ (x+y)^2 &= (x-y)^2 + 4xy \\ &= 4 + 4 \cdot 1 = 8 \end{aligned}$$

해설

실제로 연립방정식을 풀면,

$x = y + 2$를 ㉡에 대입하면

$(y+2)^2 + 4y(y+2) + y^2 = 10$

$6y^2 + 12y - 6 = 0,\ y^2 + 2y - 1 = 0$

근의 공식을 이용하면,

$\therefore\ y = -1 \pm \sqrt{2},\ x = 1 \pm \sqrt{2}$(복호동순)

$$\begin{aligned} \therefore\ (x+y)^2 &= ((1 \pm \sqrt{2}) + (-1 \pm \sqrt{2}))^2 \\ &= (\pm 2\sqrt{2})^2 = 8 \end{aligned}$$