1. 삼차방정식 $x^3 + 27 = 0$ 의 모든 근의 합은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$x^3 + 3^3 = 0, (x + 3)(x^2 - 3x + 9) = 0$$

$$\therefore x = -3, \frac{3 \pm 3\sqrt{3}i}{2}$$

$$\text{합} : -3 + \frac{3 + 3\sqrt{3}i}{2} + \frac{3 - 3\sqrt{3}i}{2} = 0$$

해설

$x^3 + 27 = 0$ 에서 x^2 의 계수가 0이므로 근과 계수와의 관계에 의해 세 근의 합은 0

2. 연립방정식

$$\begin{cases} 2x + ay = 10 \\ x - y = b \end{cases}$$

의 해가 $x = 2$, $y = -3$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$x = 2$, $y = -3$ 을

두 방정식

$2x + ay = 10$, $x - y = b$ 에 대입하면

모두 성립시키므로 $4 - 3a = 10$

$$\therefore a = -2$$

$$2 - (-3) = b$$

$$\therefore b = 5$$

$$\therefore a + b = 3$$

3. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0 \text{에서}$$

$$x^2 = t \text{로 놓으면}$$

$$t^2 - 13t + 36 = 0, (t-4)(t-9) = 0$$

$$\therefore t = 4 \text{ 또는 } t = 9$$

$$(i) t = 4 \text{일 때, } x^2 = 4$$

$$\therefore x = \pm 2$$

$$(ii) t = 9 \text{일 때, } x^2 = 9$$

$$\therefore x = \pm 3$$

따라서 모든 해의 합은

$$(-2) + 2 + (-3) + 3 = 0$$

4. x 에 대한 삼차방정식 $x^3 + 3x^2 - kx - 5 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 상수 k 의 값은?

① -5

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 3

해설

$x^3 + 3x^2 - kx - 5 = 0$ 의 한 근이 -1 이므로 $x = -1$ 을 대입하면

$$(-1)^3 + 3(-1)^2 - k(-1) - 5 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

5. 다음 중 $1+i$ 가 하나의 근이며 중근을 갖는 사차방정식은?

① $(x^2 - 2x + 2)(x^2 - 2x + 1)$

② $(x^2 - 2x + 2)(x - 1)(x + 1)$

③ $(x^2 - 1)(x^2 - 2x - 1)$

④ $(x^2 + 1)(x - 1)(x + 1)$

⑤ $(x^2 + 1)(x^2 - 2x + 1)$

해설

한 근이 $1+i$ 이면

다른 한 근은 $1-i$ 이다.

$$\therefore \{x - (1+i)\} \{x - (1-i)\} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 2 = 0$$

주어진 조건에 맞는 방정식:

$$(x^2 - 2x + 2)(x - \alpha)^2 = 0$$

$\therefore$ ①이 조건에 맞다

6. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - y^2 = 2 \\ x - y = 1 \end{cases}$ 의 해를 순서쌍 (x, y) 으로 나타내면?

① $(2, 1)$

② $(\sqrt{2} + 1, \sqrt{2})$

③ $(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$

④ $(\sqrt{3}, 1)$

⑤ $(\frac{5}{3}, \frac{2}{3})$

해설

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 2 \dots \textcircled{㉠} \\ x - y = 1 \dots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉡을 $y = x - 1$ 로 변형하여

㉠에 대입하면

$$x^2 - (x - 1)^2 = x^2 - x^2 + 2x - 1 = 2$$

$$2x = 3$$

$$\therefore x = \frac{3}{2}, y = \frac{1}{2}$$

7. $\begin{cases} x - y = 1 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$ 에서 xy 의 값을 구하면?

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$\begin{cases} x - y = 1 & \dots \textcircled{A} \\ x^2 + y^2 = 5 & \dots \textcircled{B} \end{cases}$$

①에서 $x = y + 1$ 을 ②에 대입하면,

$$(y + 1)^2 + y^2 = 5$$

$$y^2 + y - 2 = 0$$

$$(y + 2)(y - 1) = 0$$

$$\therefore y = -2 \text{ 또는 } y = 1$$

$$y = -2 \text{를 } \textcircled{A} \text{에 대입하면 } x = -1$$

$$y = 1 \text{을 } \textcircled{B} \text{에 대입하면 } x = 2$$

$$\therefore xy = 2$$

8. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $x + y$ 값이 될 수 없는 것은?

① $3\sqrt{2}$

② 4

③ $-3\sqrt{2}$

④ -4

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$$

$$(x - y)(x - 2y)$$

$$\Rightarrow (x - y)(x - 2y) = 0$$

$$\Rightarrow x = y \text{ 또는 } x = 2y$$

i) $x = y$

$$x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$$

$$x = \pm 2 \Rightarrow y = \pm 2$$

ii) $x = 2y$

$$x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$$

$$y = \pm \sqrt{2} \Rightarrow x = \pm 2\sqrt{2}$$

$$x + y = (4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2})$$

9. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x^2 - xy + y^2 = 3 \end{cases}$ 의 해를

$x = a, y = b$ 라 할 때, ab 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$x^2 + y^2 = 5 \quad \dots \text{㉠}$$

$$x^2 - xy + y^2 = 3 \quad \dots \text{㉡}$$

㉠을 ㉡에 대입하면 $5 - xy = 3, xy = 2$

$$\therefore ab = 2$$

10. 방정식 $x(x+2)(x+4)(x+6) + 15 = 0$ 을 풀면?

① $x = -2$ 또는 $x = -3$ 또는 $x = -2 \pm \sqrt{3}$

② $x = 2$ 또는 $x = 4$ 또는 $x = -3$ 또는 $x = -5$

③ $x = -2 \pm \sqrt{5}$ 또는 $x = -1 \pm \sqrt{6}$

④ $x = -3 \pm \sqrt{5}i$ 또는 $x = -2 \pm \sqrt{6}i$

⑤ $x = -1$ 또는 $x = -5$ 또는 $-3 \pm \sqrt{6}$

해설

$$x(x+6) = x^2 + 6x$$

$$(x+2)(x+4) = x^2 + 6x + 8$$

$$x^2 + 6x = X \text{ 로 놓으면}$$

$$x(x+2)(x+4)(x+6) + 15 = 0$$

$$X(X+8) + 15 = 0,$$

$$X^2 + 8X + 15 = 0$$

$$(X+3)(X+5) = 0$$

$$\therefore X = -3, X = -5$$

$$\textcircled{\ominus} : X = -3 \Rightarrow x^2 + 6x + 3 = 0,$$

$$x = -3 \pm \sqrt{9-3} = -3 \pm \sqrt{6}$$

$$\textcircled{\omin�} : X = -5 \Rightarrow x^2 + 6x + 5 = 0,$$

$$(x+5)(x+1) = 0, x = -1, -5$$

11. 어떤 정육면체의 밑변의 가로 길이를 1 cm 줄이고, 세로의 길이와 높이를 각각 2 cm, 3 cm 씩 늘였더니 이 직육면체의 부피가 처음 정육면체의 부피의 $\frac{5}{2}$ 배가 되었다. 처음 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라. (단, 정육면체 한 변의 길이는 유리수이다.)

▶ 답: cm

▷ 정답: 2cm

해설

정육면체의 한 변의 길이가 x cm라 하면

$$\text{조건으로부터 } (x-1)(x+2)(x+3) = \frac{5}{2}x^3,$$

$$x^3 + 4x^2 + x - 6 = \frac{5}{2}x^3,$$

$$\frac{3}{2}x^3 - 4x^2 - x + 6 = 0 \text{ 에서}$$

$$3x^3 - 8x^2 - 2x + 12 = 0 \text{ 을 풀면 } x = 2(\text{cm})$$

12. 다음 연립방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ xy = 12 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x + y = u$, $xy = v$ 로 놓으면 주어진 연립방정식은

$$\begin{cases} u^2 - 2v = 25 \\ v = 12 \end{cases}$$

$$\therefore u = \pm 7, v = 12$$

따라서, 주어진 연립방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{cases} x + y = 7 \quad \dots \textcircled{\ominus} \\ xy = 12 \quad \dots \textcircled{\omin�} \end{cases}$$

$$\text{또는 } \begin{cases} x + y = -7 \quad \dots \textcircled{\omin�} \\ xy = 12 \quad \dots \textcircled{\omin�} \end{cases}$$

(i) $\textcircled{\omin�}$, $\textcircled{\omin�}$ 에서 x, y 는 이차방정식 $t^2 - 7t + 12 = 0$ 의 두 근이
므로 $x = 3, y = 4$ 또는 $x = 4, y = 3$

(ii) $\textcircled{\omin�}$, $\textcircled{\omin�}$ 에서 x, y 는 이차방정식 $t^2 + 7t + 12 = 0$ 의 두 근이
므로 $x = -3, y = -4$ 또는 $x = -4, y = -3$

(i), (ii)로부터 구하는 모든 해의 합은 0

13. 다음 연립방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$\begin{cases} x + y = -3 \\ xy = -4 \end{cases}$$

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

x, y 는 t 에 대한 이차방정식 $t^2 + 3t - 4 = 0$ 의 두 근이므로
 $(t - 1)(t + 4) = 0$ 에서

$t = 1$ 또는 $t = -4$

따라서, 구하는 해는

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -4 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} x = -4 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\therefore 1 + (-4) + (-4) + 1 = -6$$

14. 연립방정식 $\begin{cases} xy + x + y = 5 \\ x^2 + xy + y^2 = 7 \end{cases}$ 을 만족하는 순서쌍 (x, y) 의 개수는?

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$x + y = u, xy = v$ 라 하면

$$\begin{cases} u + v = 5 & \dots \textcircled{1} \\ u^2 - v = 7 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

①을 ②에 대입하면

$$u^2 - (5 - u) = 7$$

$$u^2 + u - 12 = 0$$

$$(u + 4)(u - 3) = 0$$

$$\therefore u = -4 \text{ 또는 } u = 3$$

(i) $u = -4, v = 9$, 즉 $x + y = -4, xy = 9$ 일 때, x, y 는 $t^2 + 4t + 9 = 0$ 의 두 근이므로 $t = -2 \pm \sqrt{5}i$

따라서, $x = -2 \pm \sqrt{5}i, y = -2 \mp \sqrt{5}i$ 이므로 (복부호 동순)
 $(-2 + \sqrt{5}i, -2 - \sqrt{5}i), (-2 - \sqrt{5}i, -2 + \sqrt{5}i)$

(ii) $u = 3, v = 2$, 즉 $x + y = 3, xy = 2$ 일 때, x, y 는 $t^2 - 3t + 2 = 0$ 의 두 근이므로

$$(t - 1)(t - 2) = 0$$

$$\therefore t = 1 \text{ 또는 } t = 2$$

따라서, $x = 1, y = 2$ 또는 $x = 2, y = 1$ 이므로
 $(1, 2), (2, 1)$

(i), (ii)에서 구하는 순서쌍의 개수는 4개이다

15. 연립방정식 $\begin{cases} xy + x + y = -5 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ x^2 + xy + y^2 = 7 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대해

$x+y$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ -1

④ 2

⑤ -2

해설

$x + y = u, xy = v$ 로 놓으면

①은 $u + v = -5 \cdots \cdots \textcircled{3}$

②는 $u^2 - v = 7 \cdots \cdots \textcircled{4}$

③, ④에서 v 를 소거하면

$$u^2 + u - 2 = 0$$

$$\therefore (u - 1)(u + 2) = 0$$

$u = 1$ 일 때, $v = -6$ 이므로

$t^2 - t - 6 = 0$ 에서 $t = -2, 3$

$u = -2$ 일 때, $v = -3$ 이므로

$t^2 + 2t - 3 = 0$ 에서 $t = 1, -3$

따라서, 구하는 근은

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -3 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\therefore M = 1, m = -2 \therefore M + m = -1$$

16. x 에 대한 두 이차방정식 $x^2 + 2x + k = 0$, $x^2 + kx + 2 = 0$ 이 단 한 개의 공통근을 가질 때, k 의 값은?

① -3

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

공통근을 α 라 하면

$\alpha^2 + 2\alpha + k = 0$ 이고 $\alpha^2 + k\alpha + 2 = 0$ 이므로

$$\alpha^2 + 2\alpha + k = \alpha^2 + k\alpha + 2$$

$$(2 - k)\alpha + (k - 2) = 0$$

따라서 $\alpha = 1$ 이고

$$1 + 2 + k = 0 \text{ 이므로 } k = -3$$

17. 삼차방정식 $x^3 + 2x^2 + 3x + 4 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 할 때,
 $\frac{\beta + \gamma}{\alpha} + \frac{\gamma + \alpha}{\beta} + \frac{\alpha + \beta}{\gamma}$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{1}{2}$

② $-\frac{3}{4}$

③ -1

④ $-\frac{3}{2}$

⑤ -2

해설

삼차 방정식의 근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta + \gamma = -2, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 3, \alpha\beta\gamma = -4$$

$\beta + \gamma = -2 - \alpha, \gamma + \alpha = -2 - \beta, \alpha + \beta = -2 - \gamma$ 를 이용하면

$$(\text{주어진 식}) = \frac{-2 - \alpha}{\alpha} + \frac{-2 - \beta}{\beta} + \frac{-2 - \gamma}{\gamma}$$

$$= -2 \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma} \right) - 3$$

$$= -2 \left(\frac{\beta\gamma + \alpha\gamma + \alpha\beta}{\alpha\beta\gamma} \right) - 3 = -\frac{3}{2}$$

18. 계수가 실수인 사차방정식 $x^4 + 2x^3 + ax^2 + bx + 15 = 0$ 의 한 근이 $1 + 2i$ 일 때, 나머지 세 근 중 실근의 합은?

① -4

② -3

③ 0

④ 3

⑤ 4

해설

두 허근은 $1 + 2i$, $1 - 2i$ 나머지 두 실근을 α, β 라 하면

네 근의 합 : $(1 + 2i) + (1 - 2i) + \alpha + \beta = -2$

$\therefore$ 두 실근의 합 : $\alpha + \beta = -4$

19. 삼차방정식 $x^3 - 5x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 + \sqrt{2}$ 일 때, 다른 두 근을 구하면? (단, a, b 는 유리수)

① $1 - \sqrt{2}, 2$

② $-1 + \sqrt{2}, -3$

③ $1 - \sqrt{2}, 3$

④ $1 - \sqrt{2}, -3$

⑤ $-1 + \sqrt{2}, 3$

해설

한 근이 $1 + \sqrt{2}$ 이면 다른 한 근은 $1 - \sqrt{2}$ 이다.

삼차방정식의 근과 계수와의 관계에 의해 세근의 합은 5이므로

$$\therefore 1 + \sqrt{2} + (1 - \sqrt{2}) + \alpha = 5, \quad \alpha = 3$$

$\therefore$ 다른 두 근은 $3, 1 - \sqrt{2}$

20. a, b 가 유리수일 때, $x = 1 + \sqrt{2}$ 가 $x^3 - 3x^2 + ax + b = 0$ 의 근이 된다. 이 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

유리계수 방정식이므로 $1 + \sqrt{2}$ 가 근이면 $1 - \sqrt{2}$ 도 근이다.

주어진 방정식의 세 근을 $1 + \sqrt{2}, 1 - \sqrt{2}, \alpha$ 라 하면

$$(1 + \sqrt{2}) + (1 - \sqrt{2}) + \alpha = 3 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) + \alpha(1 + \sqrt{2}) + \alpha(1 - \sqrt{2}) = a \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\alpha(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = -b \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면 $a = 1, b = 1$

21. 계수가 유리수인 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 한근이 $2 - \sqrt{3}$ 일 때, $\frac{c-b}{a}$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

계수가 유리수인 이차방정식에서 $2 - \sqrt{3}$ 이 근이면 $2 + \sqrt{3}$ 도 근이므로

$$\text{근과 계수의 관계에 의하여 } -\frac{b}{a} = (2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) = 4$$

$$\frac{c}{a} = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 1$$

$$\therefore \frac{c-b}{a} = \frac{c}{a} + \left(-\frac{b}{a}\right) = 1 + 4 = 5$$

22. x 에 대한 삼차방정식 $x^3 - ax^2 + 5x - b = 0$ 의 한 근이 $1 + \sqrt{2}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$x^3 - ax^2 + 5x - b = 0$ 의 한 근이 $1 + \sqrt{2}$ 이므로 다른 한 근을 $1 - \sqrt{2}$, 나머지 한 근을 β 라 하면

$$(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) + (1 + \sqrt{2})\beta + (1 - \sqrt{2})\beta = 5$$

$$-1 + 2\beta = 5, 2\beta = 6 \quad \therefore \beta = 3$$

$$\text{따라서, } a = (1 + \sqrt{2}) + (1 - \sqrt{2}) + 3 = 5$$

$$b = (1 + \sqrt{2}) \cdot (1 - \sqrt{2}) \cdot 3 = -3 \text{이므로}$$

$$a + b = 5 + (-3) = 2$$

23. 삼차방정식 $2x^3 + px^2 + qx - 5 = 0$ 의 한 근이 $1 - 2i$ 일 때 $p + q$ 의 값은?(단, p, q 는 실수)

① 7

② -7

③ 6

④ -6

⑤ 11

해설

한 근이 $1 - 2i$ 이므로 다른 두 근을 $1 + 2i, \alpha$ 라 하면 세 근의 곱:

$$(1 - 2i)(1 + 2i)\alpha = \frac{5}{2}$$

$$\therefore \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\text{세 근의 합: } -\frac{p}{2} = (1 - 2i) + (1 + 2i) + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\therefore p = -5$$

$$\text{두근끼리 곱의 합: } \frac{q}{2} = (1 - 2i)(1 + 2i) + (1 - 2i + 1 + 2i) \cdot \frac{1}{2} = 6$$

$$\therefore q = 12$$

$$\therefore p + q = 7$$

해설

한 근이 $1 - 2i$ 이므로 다른 한 근은 $1 + 2i$

근과 계수의 관계에서 $x^2 - 2x + 5 = 0$

나머지 일차식을 $2x + a$ 라고 하면

$2x^3 + px^2 + qx - 5 = (2x + a)(x^2 - 2x + 5)$ 에서

$a = -1$ 이므로 대입하여 정리하면

$$p = -5, q = 12$$

$$\therefore p + q = 7$$

24. 계수가 실수인 삼차방정식 $x^3 + ax^2 + bx - 4 = 0$ 의 한 근이 $1 - i$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

세 근을 $1 - i, 1 + i, \gamma$ 라 하면

$$(1 - i)(1 + i)\gamma = 4, 2\gamma = 4, \gamma = 2$$

$$a = -(1 - i + 1 + i + 2) = -4$$

$$b = (1 - i)(1 + i) + (1 + i)2 + 2(1 - i) = 6$$

$$\therefore a + b = 2$$

25. 삼차방정식 $x^3 = 1$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, 다음 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $\bar{\omega}$ 는 ω 의 켈레복소수이다.)

보기

㉠ $\omega + \frac{1}{\omega} = -1$

㉡ $\omega^2 + \bar{\omega}^2 = 1$

㉢ $(\omega + 1)(\bar{\omega} + 1) = 1$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$x^3 = 1,$$

$$x^3 - 1 = 0,$$

$$(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$w^2 + w + 1 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$\bar{w}^2 + \bar{w} + 1 = 0 \cdots \textcircled{2}$$

㉠ ① 식을 w 로 나누면 $w + \frac{1}{w} = -1$

㉡ $x^2 + x + 1 = 0$ 의 두 근 $w, \bar{w}$

$$w + \bar{w} = -1, w\bar{w} = 1$$

$$w^2 + \bar{w}^2 = (w + \bar{w})^2 - 2w\bar{w} = 1 - 2 = -1$$

㉢ $(w + 1)(\bar{w} + 1)$

$$= w\bar{w} + w + \bar{w} + 1 = 1 - 1 + 1 = 1$$

$\therefore$ ㉠, ㉢ 맞음

26. $x^3 - 1 = 0$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, $\omega^3 + \bar{\omega}^3$ 의 값을 구하면? (단, $\bar{\omega}$ 는 ω 의 켈레복소수이다.)

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \text{ 를 } \omega \text{ 라 하면}$$

$$\bar{\omega} = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$$

$$\therefore \omega^3 = 1, \bar{\omega}^3 = 1, \omega^3 + \bar{\omega}^3 = 2$$

27. $x^2 - x + 1 = 0$ 일 때, x^{180} 의 값을 구하면?

① 180

② -180

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$x^2 - x + 1 = 0$ 양변에

$(x + 1)$ 을 곱하면, $x^3 + 1 = 0$

$x^3 = -1 \Rightarrow x^{180} = (x^3)^{60} = (-1)^{60} = 1$

28. 허수 w 가 $w^3 = 1$ 을 만족할 때, $w + w^2 + w^3 + w^4 + w^5$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}w^3 = 1 &\Rightarrow (\omega - 1)(\omega^2 + \omega + 1) = 0 \\ &\Rightarrow \omega^2 + \omega + 1 = 0, \omega^3 = 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \omega + \omega^2 + \omega^3 + \omega^4 + \omega^5 \\ &= \omega + \omega^2 + 1 + \omega + \omega^2 \\ &= (\omega^2 + \omega + 1) + \omega^2 + \omega = -1\end{aligned}$$

29. $x^3 = 1$ 의 한 허근이 ω 일 때, $\omega^{10} + \omega^5 + 1$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$w^3 = 1,$$

$$x^3 - 1 = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x^2+x+1) = 0 \text{의 한 허근이 } \omega$$

$$\Rightarrow w^2 + w + 1 = 0$$

$$\omega^{10} + \omega^5 + 1 = (w^3)^3 w + w^2 \cdot w^3 + 1$$

$$= w^2 + w + 1$$

$$= 0$$

30. x, y 가 연립방정식 $\begin{cases} x^2 + 4xy + y^2 = 10 \\ x - y = 2 \end{cases}$ 를

만족시킬 때, $(x + y)^2$ 의 값을 구하면?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 10

해설

$(x - y)^2 = 4$ 에서

$$\begin{cases} x^2 - 2xy + y^2 = 4 & \dots \textcircled{㉠} \\ x^2 + 4xy + y^2 = 10 & \dots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$$\textcircled{㉡} - \textcircled{㉠} : 6xy = 6,$$

$$\therefore xy = 1$$

$$\begin{aligned} \therefore (x + y)^2 &= (x - y)^2 + 4xy \\ &= 4 + 4 \cdot 1 = 8 \end{aligned}$$

해설

실제로 연립방정식을 풀면,

$x = y + 2$ 를 $\textcircled{㉡}$ 에 대입하면

$$(y + 2)^2 + 4y(y + 2) + y^2 = 10$$

$$6y^2 + 12y - 6 = 0, y^2 + 2y - 1 = 0$$

근의 공식을 이용하면,

$$\therefore y = -1 \pm \sqrt{2}, x = 1 \pm \sqrt{2} (\text{복호동순})$$

$$\begin{aligned} \therefore (x + y)^2 &= ((1 \pm \sqrt{2}) + (-1 \pm \sqrt{2}))^2 \\ &= (\pm 2\sqrt{2})^2 = 8 \end{aligned}$$