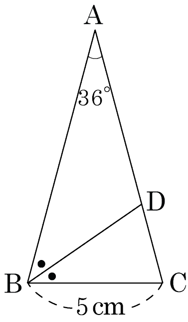
1. 다음 그림은 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle A = 36°$, $\overline{BC} = 5\,\text{cm}$ 인 이등변삼각형 ABC 이다. $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\cos 72°$ 의 값은?



① $\dfrac{\sqrt{5}-1}{5}$　② $\dfrac{\sqrt{5}-2}{5}$　③ $\dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$
④ $\dfrac{\sqrt{5}-2}{4}$　⑤ $\dfrac{\sqrt{5}-3}{4}$

해설

$\angle ABC = \angle ACB = \angle BDC = \dfrac{180° - 36°}{2} = 72°$,

$\overline{BC} = \overline{BD} = \overline{AD} = 5\ (\text{cm})$

$\overline{CD} = x\ (\text{cm})$ 라 하면 $\overline{AC} = \overline{AB} = 5 + x\ (\text{cm})$

$\triangle ABC \backsim \triangle BCD$ ($\because$ AA 닮음)이므로

$\overline{BC} : \overline{AC} = \overline{CD} : \overline{BD} \Rightarrow 5 : 5 + x = x : 5$

$x^2 + 5x = 25$

$x^2 + 5x - 25 = 0$

$\therefore\ x = \dfrac{-5 + \sqrt{125}}{2} = \dfrac{-5 + 5\sqrt{5}}{2}$ ($\because\ x > 0$)

$\overline{AC} = \overline{AB} = 5 + \left(\dfrac{-5 + 5\sqrt{5}}{2}\right) = \dfrac{5 + 5\sqrt{5}}{2}$

$\therefore\ \cos 78° = \dfrac{\frac{5}{2}}{\frac{5 + 5\sqrt{5}}{2}} = \dfrac{5}{5 + 5\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$

2. $\tan A = \dfrac{1}{2}$ 일 때, $\dfrac{\cos^2 A - \cos^2(90° - A)}{1 + 2\cos A \times \cos(90° - A)}$ 의 값은?

① $\dfrac{1}{2}$ ② $\dfrac{1}{3}$ ③ $\dfrac{1}{4}$ ④ $\dfrac{1}{6}$ ⑤ $\dfrac{1}{9}$

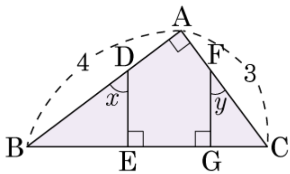
해설

$\cos(90° - A) = \sin A$

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ 이므로

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= \frac{\cos^2 A - \sin^2 A}{\cos^2 A + 2\cos A \times \sin A + \sin^2 A} \\
&= \frac{(\cos A + \sin A)(\cos A - \sin A)}{(\cos A + \sin A)^2} \\
&= \frac{\cos A - \sin A}{\cos A + \sin A} \quad (\because \ \cos A + \sin A \neq 0) \\
&= \frac{1 - \dfrac{\sin A}{\cos A}}{1 + \dfrac{\sin A}{\cos A}} = \frac{1 - \tan A}{1 + \tan A} \\
&= \frac{1}{3}
\end{aligned}
$$

3. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DE} \perp \overline{BC}$, $\overline{FG} \perp \overline{BC}$ 일 때, $\sin x - \cos y$ 의 값은?



① -1 ② 3 ③ 0 ④ 2 ⑤ -2

해설

$\overline{BC} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$

$\triangle ABC$와 $\triangle EBD$에서

$\angle B$는 공통, $\angle BAC = \angle BED = 90°$이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle EBD$(AA 닮음)

따라서 $\angle x = \angle C$이므로 $\sin x = \sin C = \frac{4}{5}$

$\triangle ABC$와 $\triangle GFC$에서 $\angle C$는 공통,

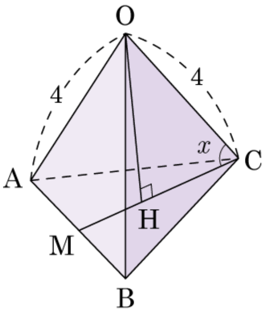
$\angle BAC = \angle FGC = 90°$이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle GFC$(AA 닮음)

따라서 $\angle y = \angle B$ 이므로 $\cos y = \cos B = \frac{4}{5}$ 이다.

$\therefore \sin x - \cos y = \frac{4}{5} - \frac{4}{5} = 0$

4. 다음 그림과 같이 모서리의 길이가 4 인 정사면체의 한 꼭지점 O 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H 라 하고, $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 중점을 M 이라 하자. $\angle\mathrm{OCH} = x$ 라 할 때, $\tan x$ 의 값은?



① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$

④ $\sqrt{3}$ ⑤ $3\sqrt{3}$

해설

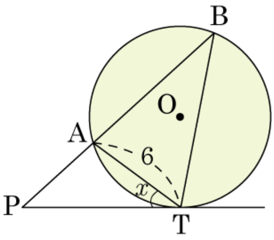
$$\overline{\mathrm{CM}} = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\overline{\mathrm{CH}} = 2\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$\overline{\mathrm{OH}} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{32}{3}} = \frac{4\sqrt{6}}{3}$$

$$\therefore\ \tan x = \frac{\overline{\mathrm{OH}}}{\overline{\mathrm{CH}}} = \frac{\frac{4\sqrt{6}}{3}}{\frac{4\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{2}$$

5. 다음 그림과 같이 원 O 에서 $\overrightarrow{\mathrm{PT}}$ 는 접선이고, $\overline{\mathrm{AT}} = 6$, $\tan x = \dfrac{3}{4}$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?



① 3 ② 4 ③ 5

④ 6 ⑤ 7

해설

$\tan x = \dfrac{3}{4}$ 이므로 $\sin x = \dfrac{3}{5}$ 이다.

원 O 의 반지름을 r 이라 하면, $x = \angle \mathrm{ABT}$ 이므로

$\sin x = \dfrac{6}{2r} = \dfrac{3}{5}$ 이므로 원의 반지름은 5 이다.

6. $\sqrt{(\cos A - \sin A)^2} + \sqrt{(\sin A + \cos A)^2} = \sqrt{2}$ 일 때, $\tan A$ 의 값은? (단, $0° \le A \le 45°$)

① $2\sqrt{2}$ ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 1 ⑤ 0

해설

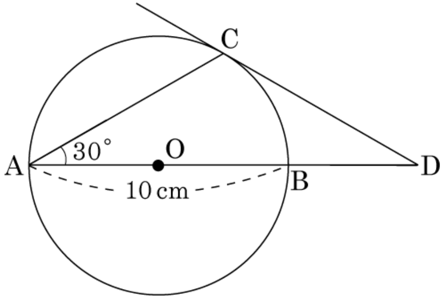
$0° \le A \le 45°$에서 $\cos A - \sin A \ge 0$이므로

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (\cos A - \sin A) + (\sin A + \cos A)\\ &= 2\cos A = \sqrt{2}\end{aligned}$$

즉, $\cos A = \dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ 에서 $\angle A = 45°$

$\therefore\ \tan A = \tan 45° = 1$

7. 다음 그림과 같이 선분 AB 를 지름으로 하는 원 O 위의 한 점 C 에서의 접선과 지름 AB 의 연장선과의 교점을 D 라 한다. $\overline{AB} = 10\,\text{cm}$, $\angle BAC = 30°$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이는?



① 3cm ② 3.5cm ③ 4cm

④ 4.5cm ⑤ 5cm

해설

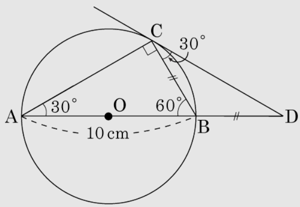
점 B 와 C 를 이으면 $\angle BCD = \angle BAC = 30°$

$\angle ACB = 90°$ 이므로 $\angle ABC = 60°$

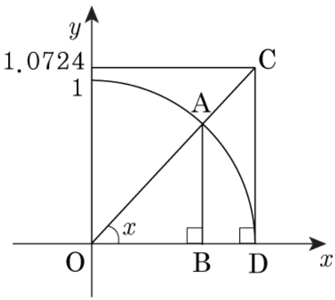
$\triangle CBD$ 에서

$\angle BDC = \angle ABC - \angle BCD = 60° - 30° = 30°$

$\therefore \overline{BD} = \overline{BC} = 10\sin 30° = 10 \times \dfrac{1}{2} = 5(\,\text{cm})$



8. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 다음 표를 이용하여 $\overline{\mathrm{BD}}$의 길이를 구하면?



〈삼각비의 표〉

x	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
43°	0.6820	0.7314	0.9325
44°	0.6947	0.7193	0.9657
45°	0.7071	0.7071	1.0000
46°	0.7193	0.6947	1.0355
47°	0.7314	0.6821	1.0724

① 0.2807　② 0.3179　③ 0.6821

④ 0.7314　⑤ 0.9657

해설

$\tan x = \overline{\mathrm{CD}} = 1.0724$

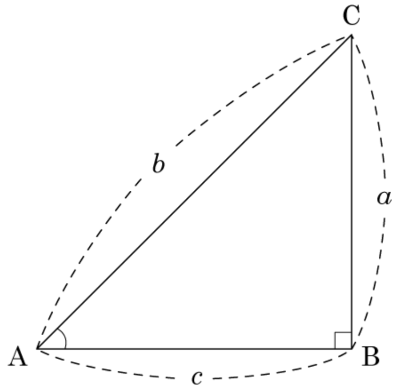
$\therefore x = 47°$

$\overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{OD}} - \overline{\mathrm{OB}}$ 이므로

$\overline{\mathrm{OB}} = \cos x = \cos 47°$

$\therefore \overline{\mathrm{BD}} = 1 - 0.6821 = 0.3179$

9. 다음 직각삼각형 ABC에서 참고할 때, 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle A$와 b를 알 때, $a = b\sin A$, $c = b\cos A$이다.

② $\angle A$와 c를 알 때, $a = c\tan A$, $b = \dfrac{c}{\cos A}$이다.

③ $\angle A$와 a를 알 때, $b = \dfrac{a}{\sin A}$, $c = \dfrac{a}{\tan A}$이다.

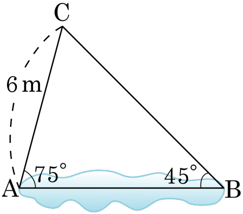
④ 두 변의 길이 a, c와 끼인각 $\angle$B를 알 때, 삼각형의 넓이는 $\dfrac{1}{2}ac\cos B$이다.

⑤ 두 변의 길이 b, c와 끼인각 $\angle A$를 알 때, 삼각형의 넓이는 $\dfrac{1}{2}bc\sin A$이다.

해설

두 변의 길이 a, c와 끼인각 $\angle B$를 알 때, 삼각형의 넓이 $S = \dfrac{1}{2}ac\sin B$

10. 다음 그림과 같은 호수의 폭 $\overline{AB}$ 를 구하기 위하여 호수의 바깥쪽에 점 C 를 정하고 필요한 부분을 측량하였더니 $\overline{AC}=6\text{m}$, $\angle BAC=75°$, $\angle ABC=45°$ 였다. 이 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



① $2\sqrt{5}$ ② $3\sqrt{5}$ ③ $2\sqrt{6}$

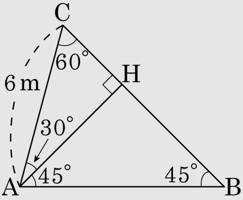
④ $3\sqrt{6}$ ⑤ $4\sqrt{6}$

해설

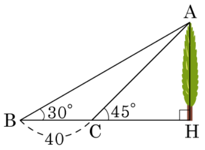
점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\triangle ACH$ 에서 $\overline{AH}=\overline{AC}\sin 60°=6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}\,(\text{m})$

따라서 $\triangle ABH$ 에서

$\overline{AB}=\dfrac{\overline{AH}}{\sin 45°}=3\sqrt{3}\times\sqrt{2}=3\sqrt{6}\,(\text{m})$ 이다.



11. 다음 그림에서 나무의 높이는?



① $10(\sqrt{3}-1)$　② $10(\sqrt{3}+1)$　③ $10(3+\sqrt{3})$

④ $20(\sqrt{3}-1)$　⑤ $20(\sqrt{3}+1)$

해설

나무의 높이 $\overline{AH}$ 를 x 라 하면

$\overline{CH}=x, \overline{BH}=x+40$

$\overline{AH}:\overline{BH}=x:x+40=1:\sqrt{3}$

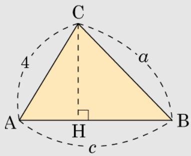
$\sqrt{3}x=x+40 \Leftrightarrow (\sqrt{3}-1)x=40$

$$\therefore x=\frac{40}{\sqrt{3}-1}=20(\sqrt{3}+1)$$

12. $\triangle$ABC 에서 $2\sin\mathrm{A} = \sqrt{3}$, $3\sin\mathrm{B} = \sqrt{3}$, $b = 4$ 일 때, 이 삼각형의 넓이는 $a\sqrt{3} + b\sqrt{2}$ 이다. 이때, 유리수 a, b에 대하여 $a+b$ 의 값은? (단, $0° < A < 90°$)

① -11 ② -1 ③ 1 ④ 8 ⑤ 11

해설



$\dfrac{a}{\sin\mathrm{A}} = \dfrac{b}{\sin\mathrm{B}}$ 이므로 $a = b\sin\mathrm{A} \times \dfrac{1}{\sin\mathrm{B}} = 4 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times \dfrac{3}{\sqrt{3}} = 6$ 이다.

또한, $\overline{\mathrm{CH}} = \mathrm{b}\sin\mathrm{A} = 4 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$ 이다.

$\overline{\mathrm{AH}} = \sqrt{\overline{\mathrm{AC}}^2 - \overline{\mathrm{CH}}^2} = \sqrt{16-12} = 2$,

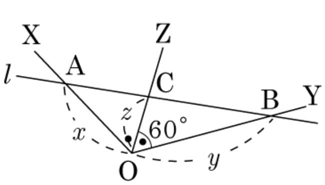
$\overline{\mathrm{BH}} = \sqrt{\overline{\mathrm{BC}}^2 - \overline{\mathrm{CH}}^2} = \sqrt{36-12} = 2\sqrt{6}$

따라서 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AH}} + \overline{\mathrm{BH}} = 2 + 2\sqrt{6}$ 이므로 $\triangle$ABC 의 넓이 S 를 구하면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}\overline{\mathrm{AB}} \cdot \overline{\mathrm{CH}} \\ &= \frac{1}{2}(2 + 2\sqrt{6}) \times 2\sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{3} + 6\sqrt{2} \end{aligned}$$

$\therefore a + b = 2 + 6 = 8$

13. 세 점 A, B, C 는 세 직선 $\overleftrightarrow{OX}$, $\overleftrightarrow{OY}$, $\overleftrightarrow{OZ}$ 가 직선 l 과 만나는 점이다. $\angle AOC = \angle BOC = 60°$ 이고, $\overline{OA} = x$, $\overline{OB} = y$, $\overline{OC} = z$ 라고 할 때, x, y, z 사이의 관계식을 골라라.



① $z = xy$ ② $\dfrac{1}{z} = \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y}$ ③ $z = x + y$

④ $z = \dfrac{1}{xy}$ ⑤ $\dfrac{1}{z} = \dfrac{xy}{x+y}$

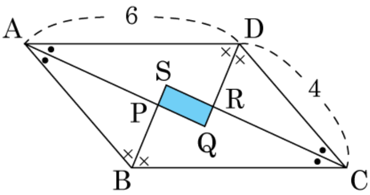
해설

$$\triangle AOB = \frac{1}{2}xy\sin(180° - 120°)$$
$$= \frac{1}{2}xz\sin 60° + \frac{1}{2}yz\sin 60°$$

$$\therefore \frac{1}{2}xy \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}xz \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}yz \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

따라서 $xy = (x+y)z$ 에서 xyz 를 양변에 나누어주면 $\dfrac{1}{z} = \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y}$ 이다.

14. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 ∠D 가 ∠A 의 크기의 2 배일 때,
네 각의 이등분선이 만드는 사각형 PQRS 의 넓이가 $a\sqrt{b}$ 이다. $a+b$ 의 값은?(단, b는 최소의 자연수)



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

∠A = ∠C = 60°, ∠B = ∠D = 120° 이므로 □PQRS 는 직사각형이다.

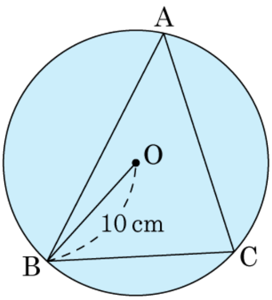
$\overline{PS} = \overline{BS} - \overline{BP} = 6 \cdot \cos 60° - 4 \cdot \cos 60° = 2 \times \frac{1}{2} = 1$

$\overline{PQ} = \overline{AQ} - \overline{AP} = 6a \times \cos 30° - 4 \times \cos 30° = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

$\therefore S = \overline{PS} \times \overline{PQ} = \sqrt{3}$ 이다.

따라서 $a+b = 1+3 = 4$ 이다.

15. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$: 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$: 5.0pt$\overset{\frown}{CA}$ $= 5 : 3 : 4$ 이고, 외접원 O 의 반지름은 10cm 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① $15\left(5+\sqrt{3}\right)\,\mathrm{cm}^2$
② $20\left(5+\sqrt{3}\right)\,\mathrm{cm}^2$
③ $25\left(3+\sqrt{3}\right)\,\mathrm{cm}^2$
④ $30\left(5+\sqrt{3}\right)\,\mathrm{cm}^2$
⑤ $32\left(5+\sqrt{3}\right)\,\mathrm{cm}^2$

해설

5.0pt$\overset{\frown}{AB}$: 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$: 5.0pt$\overset{\frown}{CA}$ $= 5 : 3 : 4$ 이므로 $\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 4 : 5$ 이다.

$\angle A = \dfrac{3}{12} \times 180\,° = 45\,°$

$\angle B = \dfrac{4}{12} \times 180\,° = 60\,°$

$\angle C = \dfrac{5}{12} \times 180\,° = 75\,°$

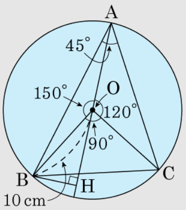
$\Rightarrow \angle BOC = 90\,°,\ \angle COA = 120\,°,\ \angle AOB = 150\,°$

$\triangle AOB = \dfrac{1}{2} \times \overline{OA} \times \overline{BH}$ ($\overline{BH}$는 삼각형의 높이)

$\overline{BH} = 10\sin 30\,°\,\mathrm{cm}$ 이므로 $\triangle AOB = \dfrac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \dfrac{1}{2} = 25$

같은 방법으로 $\triangle AOC = \dfrac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \sin 60\,° = 25\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

$,\triangle BOC = \dfrac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \sin 90\,° = 50(\mathrm{cm}^2)$



따라서$\triangle ABC = \triangle AOB + \triangle AOC + \triangle BOC = 75 + 25\sqrt{3} = 25(3+\sqrt{3})(\mathrm{cm}^2)$ 이다.