1. 다음 수들을 소수로 나타낼 때 순환하지 않는 무한소수가 되는 것은?

① $0.\dot{6}+\sqrt{3}$ ② $\dfrac{3}{\sqrt{4}}$ ③ $\sqrt{0.25}$

④ $\dfrac{1}{3}$ ⑤ $\sqrt{\dfrac{9}{4}}$

해설

② $\dfrac{3}{2}$ ③ $\dfrac{1}{2}$ ④ $\dfrac{1}{3}=0.3333\cdots$ ⑤ $\dfrac{3}{2}$

2. 다음 보기에서 옳은 것의 개수는?

보기

㉠ 모든 무한소수는 무리수이다.

㉡ 0 이 아닌 모든 유리수는 무한소수 또는 유한소수로 나타낼 수 있다.

㉢ -100 은 $\sqrt{10000}$ 의 제곱근이다.

㉣ 음이 아닌 수의 제곱근은 반드시 2개가 있고, 그 절댓값은 같다.

㉤ $\sqrt{25} = \pm 5$

㉥ 모든 유리수는 유한소수이다.

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

㉠ 무한소수는 순환하는 무한소수(유리수)와 순환하지 않는 무한소수(무리수)로 나뉜다.
㉢ $\sqrt{10000} = 100$ 의 제곱근은 ± 10 이다.
㉣ 0 의 제곱근은 0 뿐이므로 1 개다.
㉤ $\sqrt{25} = 5$
㉥ 유리수 중 순환소수는 무한소수이다.

3. $x > \frac{2}{3}$ 이고, $\sqrt{4x^2-12x+9} + \sqrt{9x^2-12x+4} = x+1$ 일 때, 만족하는 x의 값의 개수를 구하여라.

$\frac{3}{4},\ 1,\ \frac{5}{4},\ 2,\ \frac{5}{2}$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$\sqrt{4x^2-12x+9} + \sqrt{9x^2-12x+4}$
$= \sqrt{(2x-3)^2} + \sqrt{(3x-2)^2}$
$= |2x-3| + 3x - 2$
$= x+1$ 이므로

$|2x-3| = (x+1) - (3x-2) = -2x+3$ 이다.

즉, $x \le \frac{3}{2}$ 이다.

따라서 만족하는 x의 값은 $\frac{3}{4}, 1, \frac{5}{4}$ 의 3개이다.

4. $a^3 - 3a^2 - a + 3$ 이 a 의 계수가 1 인 세 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 세 일차식의 합을 구하면?

① $3(1-a)$ ② $3(a-2)$ ③ $3a-3$

④ $3a-1$ ⑤ a^3-3

해설

$a^2(a-3)-(a-3) = (a^2-1)(a-3)$

$= (a+1)(a-1)(a-3)$

따라서 세 일차식의 합은

$(a+1)+(a-1)+(a-3) = 3a-3$ 이다.

5. 다음 식 $ax - ay - bx + by$를 인수분해하면?

① $(x-y)(a-b)$ ② $(x-y)(a+b)$

③ $(x+y)(a-b)$ ④ $(x+y)(a+b)$

⑤ $-(x-y)(a+b)$

해설

(준식)$= a(x-y) - b(x-y) = (x-y)(a-b)$

6. 다음 중 $x^8 - 1$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$ ② $x^2 - 1$ ③ $x^4 - 1$

④ $x^6 - 1$ ⑤ $x^8 - 1$

해설

$x^8 - 1 = (x^4 - 1)(x^4 + 1)$

$= (x^2 - 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1)$

$= (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1)$

7. $65 \times 63 + 66 \times 66 - 66 \times 64 - 64 \times 64$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 164 ③ 131 ④ 132 ⑤ 140

해설

$(64+1) \times (64-1) + 66 \times (66-64) - 64^2$

$= 64^2 - 1 + 66 \times 2 - 64^2$

$= 132 - 1 = 131$

8. $y = 2x^2$ 의 그래프 위의 두 점 $A(2,\ p)$, $B(q,\ 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은?(단, $q < 0$)

① $y = 2x - 3$ ② $y = -2x + 3$ ③ $y = 2x + 4$

④ $y = -2x + 4$ ⑤ $y = 2x - 4$

해설

$(2,\ p)$ 를 $y = 2x^2$ 에 대입하면 $p = 2 \times 2^2 = 8$

$(q,\ 2)$ 를 대입하면 $2 = 2q^2$, $q^2 = 1$ $\therefore q = \pm 1$

그런데 $q < 0$ 이므로 $q = -1$

$(2,\ 8)$, $(-1,\ 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은

$$(\text{기울기}) = \frac{8-2}{2-(-1)} = \frac{6}{3} = 2$$

$y = 2x + b$ 에 $(2,\ 8)$ 을 대입하면 $8 = 2 \times 2 + b$ $\therefore$ $b = 4$

따라서 구하는 식은 $y = 2x + 4$ 이다.

9. 다음 보기는 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프의 특징을 적은 것이다. 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ 꼭짓점이 원점이고, y축에 대하여 대칭이다.

㉡ $y = -3x^2$ 의 그래프와 x축에 대해 대칭이다.

㉢ 아래로 볼록하며, $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.

㉣ y의 값의 범위는 $y \geq 0$이다.

㉤ $x < 0$인 범위에서 x가 증가하면 y도 증가한다.

① ㉠
② ㉠, ㉡
③ ㉠, ㉡, ㉢
④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣
⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 다음의 기본성질을 갖는다.
꼭짓점은 $(0, 0)$, 대칭축은 y축, 즉 $x = 0$, $a > 0$이면 아래로 볼록,
$a < 0$이면 위로 볼록
$|a|$이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.
$y = -ax^2$ 과 x축에 대하여 대칭.
㉣ 아래로 볼록이고 꼭짓점이 원점이므로 $y \geq 0$
이상의 성질에서 볼 때, ㉠, ㉡, ㉢, ㉣은 옳다.
㉤ 아래로 볼록하고 축이 $x = 0$이므로
$x > 0$일 때, x가 증가하면 y도 증가한다.
$\therefore$ 옳지 않다.

10. 다음은 이차함수 $y=(x+3)^2-1$에 대한 설명이다. 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(-3,\ -1)$이다.

② 축의 방정식은 $x=-3$이다.

③ x축과의 교점은 $(-4,\ 0)$, $(-2,\ 0)$이다.

④ $x>-3$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

⑤ $y=x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼 y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이다.

해설

④ $x>-3$일 때는 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

11. 다음 중 옳은 것은?

① (무리수) + (유리수) = (무리수)

② (무리수) × (무리수) = (무리수)

③ (유리수) ÷ (무리수) = (무리수)

④ (무리수) + (무리수) = (무리수)

⑤ (유리수) × (무리수) = (무리수)

해설

② $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$: 유리수

③ $\frac{0}{\sqrt{3}} = 0$: 유리수

④ $\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0$: 유리수

⑤ $0 \times \sqrt{3} = 0$: 유리수

12. 다음 두 수 6 과 15 사이에 있는 정수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 이 무리수인 n 의 개수는?

① 11 개 ② 10 개 ③ 9 개 ④ 8 개 ⑤ 7 개

해설

$7 \sim 14$ 까지의 정수 중 $3^2 = 9$ 제외.

$7, 8, 10, 11, 12, 13, 14$ (7 개)

13. $x,\ y > 0$ 이고, $\sqrt{\frac{6}{x}} \times \sqrt{3x^2} \times \sqrt{18x} = 90$, $y = x + 2$ 일 때, $3\sqrt{7} \times \frac{1}{\sqrt{y}} \times \sqrt{y-3}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$\sqrt{\frac{6}{x}} \times \sqrt{3x^2} \times \sqrt{18x} = 90$

$\sqrt{\frac{6}{x} \times 3x^2 \times 18x} = 90$

$\sqrt{18^2 \times x^2} = 90$

$18x = 90$

$\therefore x = 5$

$y = x + 2$ 이므로 $\therefore y = 7$

$\therefore 3\sqrt{7} \times \frac{1}{\sqrt{y}} \times \sqrt{y-3} = 3\sqrt{7} \times \frac{1}{\sqrt{7}} \times \sqrt{4}$

$= 3 \times 2 = 6$ 이다.

14. $\sqrt{5} \times 3\sqrt{a} = 15$, $\sqrt{3} \times \sqrt{b} = 6$, $\sqrt{2.43} = c\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a, b, c 의 곱 abc 의 값은?

① 60 ② 54 ③ $\frac{54}{5}$ ④ $3\sqrt{6}$ ⑤ 1

해설

$3\sqrt{a} = \frac{15}{\sqrt{5}}$, $\sqrt{a} = \frac{15}{3\sqrt{5}} = \sqrt{5}$

$\therefore a = 5$

$\sqrt{b} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} = \sqrt{12}$

$\therefore b = 12$

$\sqrt{\frac{243}{100}} = \frac{9\sqrt{3}}{10} = c\sqrt{3}$

$\therefore c = \frac{9}{10}$

$\therefore abc = 5 \times 12 \times \frac{9}{10} = 54$

15. $x^3+y^3=3(x^2-xy+y^2)$, $x^2+y^2=6$ 일 때, x^4-y^4 의 값을 구하여라. (단, $x>y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $18\sqrt{3}$

해설

$x^4-y^4=(x^2+y^2)(x+y)(x-y)$

$x^3+y^3=(x+y)(x^2-xy+y^2)=3(x^2-xy+y^2)$ 이므로

$\therefore\ x+y=3$

$x^2+y^2=6$ 과 $x+y=3$ 에서

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$

$6=3^2-2xy$

$\therefore\ xy=\frac{3}{2}$

$x^2+y^2=6$ 과 $xy=\frac{3}{2}$ 에서

$x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$

$6=(x-y)^2+3$

$\therefore\ x-y=\sqrt{3}\ (\because\ x>y)$

$\therefore\ x^4-y^4=(x^2+y^2)(x+y)(x-y)$

$=6\times3\times\sqrt{3}=18\sqrt{3}$

16. 이차방정식 $x^2 - 3ax + 2 = 0$ 의 두 근의 비가 $1 : 2$ 가 되는 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

▷ 정답 : $a = -1$

해설

$x^2 - 3ax + 2 = 0$ 의 두 근을 t, $2t$ 이라고 할 때, 근과 계수와의 관계로부터 $t \times 2t = 2$, $t = \pm 1$

$t + 2t = 3t = 3a$,

$t = -1$ 일 때 $a = -1$

$t = 1$ 일 때 $a = 1$

$\therefore\ a = \pm 1$

17. 한 원 위에 $n+1$ 개의 점을 잡아 $n+1$ 각형을 만들었다. 새로 만든 도형의 대각선의 총 개수가 35 개 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$\frac{(n+1)(n-2)}{2} = 35$ 이므로

$n^2 - n - 72 = 0$

$(n+8)(n-9) = 0$

$\therefore n = 9 \ (\because n > 0)$

18. 놀이동산의 입장 요금을 $x\%$ 인상하면 입장객은 $0.8x\%$ 줄어든다고 한다. 요금을 올리기 전보다 수입이 10% 가 줄어들 때의 요금 인상률은?

① 40% ② 45% ③ 50% ④ 55% ⑤ 60%

해설

인상 전의 입장요금을 A 원, 입장객 수를 B 명, 요금 인상률을 $x\%$ 라 하면

인상 후의 요금은 $A\left(1+\frac{x}{100}\right)$ 원, 입장객 수는 $B\left(1-\frac{8x}{1000}\right)$ 명, 입장 수입은 $A\times B\times\left(1-\frac{10}{100}\right)$

$$A\left(1+\frac{x}{100}\right)\times B\left(1-\frac{8x}{1000}\right)=A\times B\times\left(1-\frac{10}{100}\right)$$

$$\left(1+\frac{x}{100}\right)\left(1-\frac{8x}{1000}\right)=\left(1-\frac{10}{100}\right)$$

$$x^2-25x+1250=0$$

$$(x-50)(x+25)=0$$

$x>0$ 이므로 $x=50$

19. 이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 0)$ 이 되도록 평행이동하면 점 $(k,\ 4)$ 를 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 3

▷ 정답: -5

해설

이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 0)$ 이 되도록 평행이동하면 $y = \frac{1}{4}(x+1)^2$ 이다. 점 $(k,\ 4)$ 를 지나므로 대입하면 $4 = \frac{1}{4}(k+1)^2$, $16 = (k+1)^2$, $k+1 = \pm 4$ 따라서 $k = 3,\ -5$ 이다.

20. 지면으로부터 45m 높은 곳에서 초속 40m 로 쏘아올린 물체의 x 초 후의 높이를 y m 라 할 때, $y = 45 + 40x - 5x^2$ 인 관계가 성립한다. 쏘아올린 물체가 다시 45m 지점을 지나는 시간은 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답 : 초 후

▷ 정답 : 8초 후

해설

$y = 45$ 를 대입하면

$45 = 45 + 40x - 5x^2$

$5x^2 - 40x = 0$

$x^2 - 8x = 0$

$x(x - 8) = 0$

$x = 0$ 또는 $x = 8$

따라서 45m 지점을 지나는 시간은 8 초 후이다.