

1. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 5 만큼, y 축의 방향으로 -6 만큼 평행이동하면 점 $(6, k)$ 을 지난다고 할 때, k 의 값은?

① 1

② -1

③ 3

④ -3

⑤ 5

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 y 축으로 q 만큼, x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x - p)^2 + q$ 이므로 함수의 식은 $y = 3(x - 5)^2 - 6$ 이다. 점 $(6, k)$ 를 지나므로 대입하면 $k = 3(6 - 5)^2 - 6$ 이므로 $k = -3$ 이다.

2. 다음 이차함수 중에서 꼭짓점이 제3 사분면에 있는 것은?

① $y = -(x - 2)^2 + 1$

② $y = (x - 1)^2 + 2$

③ $y = -(x - 2)^2 - 3$

④ $y = 2(x + 3)^2 - 5$

⑤ $y = -2(x + 3)^2 + 1$

해설

④ $(-3, -5)$ 이므로 제 3사분면에 있다.

3. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동시키면 점 $(p, -18)$ 을 지난다. p 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

▷ 정답 : 0

해설

$y = -2(x - 3)^2$ 에 점 $(p, -18)$ 대입

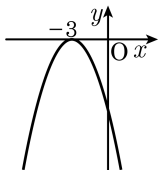
$$-18 = -2(p - 3)^2, (p - 3)^2 = 9,$$

$$p - 3 = \pm 3, p = 3 \pm 3,$$

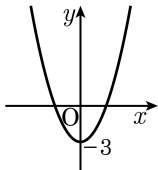
따라서 $p = 6$ 또는 $p = 0$ 이다.

4. 다음 중 $y = -\frac{2}{3}(x-3)^2$ 의 그래프는?

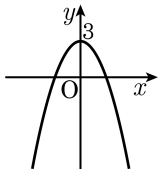
①



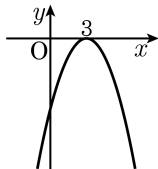
②



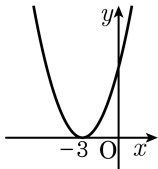
③



④



⑤



해설

x^2 의 계수 $-\frac{2}{3}$ 는 음수이므로 위로 볼록, 꼭짓점의 좌표는 $(3, 0)$ 이다.

5. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하였더니 점 $(a, 2)$ 를 지났다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

▷ 정답 : $a = 5$

해설

$y = \frac{1}{2}(x-3)^2$ 에 점 $(a, 2)$ 를 대입

$$2 = \frac{1}{2}(a-3)^2, (a-3)^2 = 4$$

$$a-3 = \pm 2$$

$$\therefore a = 1 \text{ 또는 } a = 5$$

6. 이차함수 $y = 5x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동시키면 점 $(1, a)$ 을 지난다. 이때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$y = 5(x + 1)^2$ 의 그래프가

점 $(1, a)$ 을 지나므로

$a = 5(1 + 1)^2$, $a = 20$ 이다.

7. 이차함수 $y = a(x+1)^2 + 3$ 의 그래프는 직선 $x = b$ 를 축으로 하고, 원점을 지날 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = a(x+1)^2 + 3$ 의 축의 방정식은 $x = -1$

$$\therefore b = -1$$

원점을 지난다고 했으므로 $0 = a(0+1)^2 + 3$

$$\therefore a = -3$$

$$\therefore ab = (-3) \times (-1) = 3$$

8. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x+2)^2$ 의 그래프에서 x 값이 증가함에 따라 y 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > 0$

② $x < 2$

③ $x > 2$

④ $x > -2$

⑤ $x < -2$

해설

꼭짓점이 $(-2, 0)$ 이고 위로 볼록한 그래프이다. $x < -2$ 일 때, x 가 증가하면 y 도 증가한다.

9. 다음 보기의 이차함수에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

보기

㉠ $y = -3(x+1)^2 + 1$

㉡ $y = 2x^2 - 1$

㉢ $y = \frac{1}{4}(x+1)^2$

㉣ $y = \frac{1}{3}x^2$

㉤ $y = \frac{2}{5}x^2 - 3$

① 위로 볼록한 포물선은 ㉠이다.

② 꼭짓점이 원점인 포물선은 ㉣이다.

③ 축의 방정식이 $x = 0$ 인 이차함수는 ㉠, ㉣이다.

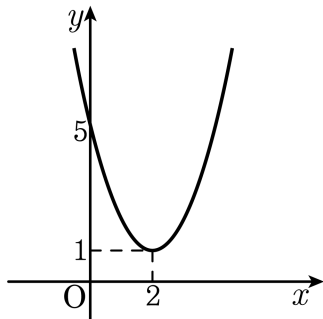
④ 폭이 가장 좁은 포물선은 ㉠이다.

⑤ 꼭짓점이 x 축 위에 있는 이차함수는 ㉢, ㉤이다.

해설

③ 축의 방정식이 $x = 0$ 인 이차함수는 ㉡, ㉣, ㉤ 이다.

10. 다음 그림은 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프이다. 이 포물선에 대한 설명 중 옳은 것은?



- ① 포물선의 꼭짓점의 좌표는 (1, 2) 이다.
- ② $y = (x - 2)^2 + 1$ 의 그래프이다.
- ③ 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.
- ④ $x < 2$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가한다.
- ⑤ y 의 값의 범위는 $y \leq 1$ 이다.

해설

- ① 포물선의 꼭짓점의 좌표는 (2, 1)
- ③ 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.
- ④ $x < 2$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소한다.
- ⑤ y 의 값의 범위는 $y \geq 1$

11. 이차함수 $y = 3x^2 - 6x + 7$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸었을 때, $a + p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 - 6x + 7 \\&= 3(x^2 - 2x + 1 - 1) + 7 \\&= 3(x^2 - 2x + 1) + 4 \\&= 3(x - 1)^2 + 4 \\ \therefore a &= 3, p = 1, q = 4 \\ \therefore a + p + q &= 3 + 1 + 4 = 8\end{aligned}$$

12. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x-1)^2 + 10$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼,
 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 $y = -\frac{1}{3}(x+4)^2 - 2$ 와
포개어졌다. pq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$\begin{aligned}y &= -\frac{1}{3}(x-1-p)^2 + 10 + q \\&= -\frac{1}{3}(x+4)^2 - 2\end{aligned}$$

$$-1-p=4, \quad p=-5$$

$$10+q=-2, \quad q=-12$$

$$\therefore pq=60$$

13. 다음 보기의 이차함수의 그래프 중 $y = -2x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포괄 수 있는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y = -2x^2 + 2$

㉡ $y = 2x^2 - 3$

㉢ $y = -2(x+1)^2$

㉤ $y = x^2 + 3x + 3 - 3(x-1)(x+1)$

㉥ $y = \frac{6x^2 - 2}{3}$

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉠, ㉡, ㉤

③ ㉠, ㉢, ㉤

④ ㉠, ㉢, ㉥

⑤ ㉠, ㉤, ㉥

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프에서 a 의 값이 같으면 평행 이동하여 두 이차 함수의 그래프를 완전히 포괄 수 있다.

따라서 $a = -2$ 인 것은 ㉠, ㉢, ㉤이다.

14. 이차함수 $y = 4x^2 + kx + 2$ 의 그래프의 꼭짓점이 $y = x - 1$ 의 그래프 위에 있고 $x > a$ 이면 y 의 값이 증가하고, $x < a$ 이면 y 의 값은 감소한다. 이 때 꼭짓점의 좌표를 구하여라. (단, $a < 0$)

① $(-1, -1)$

② $(-1, -2)$

③ $(1, 1)$

④ $(1, 2)$

⑤ $(1, 3)$

해설

축의 방정식이 $x = a$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표가 a 이다.

따라서 $(a, a-1)$ 을 지나므로 $y = 4(x-a)^2 + a - 1 = 4x^2 - 8ax + 4a^2 + a - 1$ 이고 $4a^2 + a - 1 = 2$ 이다.

따라서 $(4a-3)(a+1) = 0$ 이므로 $a = -1(a < 0)$ 이므로 꼭짓점은 $(-1, -2)$ 이다.

15. 이차함수 $y = x^2 - 2x + k - 1$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나기 위한 k 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k < 2$

해설

$$D/4 = (-1)^2 - (k - 1) > 0, 1 - k + 1 > 0 \therefore k < 2$$

16. $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x$ 의 그래프가 지나지 않는 곳은?

① 제 1 사분면

② 제 2 사분면

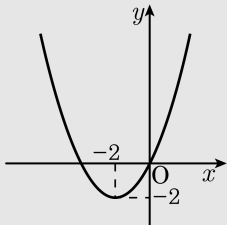
③ 제 3 사분면

④ 제 4 사분면

⑤ 원점

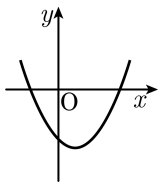
해설

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{2}x^2 + 2x \\&= \frac{1}{2}(x^2 + 4x + 4) - 2 \\&= \frac{1}{2}(x + 2)^2 - 2\end{aligned}$$

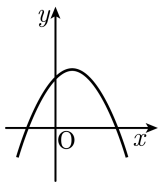


17. 다음 중 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 3$ 의 그래프로 적당한 것은?

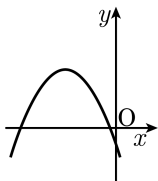
①



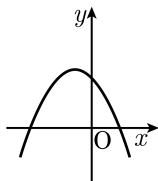
②



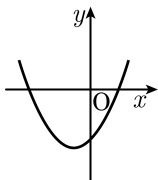
③



④



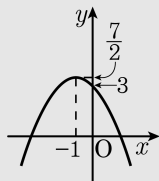
⑤



해설

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{2}(x^2 + 2x + 1) + \frac{1}{2} + \frac{6}{2} \\ &= -\frac{1}{2}(x+1)^2 + \frac{7}{2} \end{aligned}$$

꼭짓점 $\left(-1, \frac{7}{2}\right)$ 이고 y 절편이 3 인 그래프이다.



18. $y = k(k+3)x^2 + 2x^2 - 2x + k$ 에서 x 에 관한 이차함수일 때, 다음 중 상수 k 의 값이 될 수 없는 것을 모두 골라라.

㉠ 1

㉡ 2

㉢ 3

㉣ -1

㉤ -2

㉥ -3

▶ 답 :

▶ 답 :

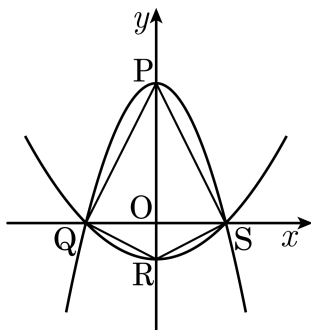
▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 의 형태에서 $a \neq 0$ 이어야 하므로 $k(k+3) + 2 \neq 0$, $k(k+3) \neq -2$ 이어야 한다. 따라서 $k \neq -1$, $k \neq -2$ 이다.

19. 함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동하고, $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그림을 나타낸 것이다. 이 때 다음 설명 중 옳은 것의 개수는?



㉠ 점 $P(0,4)$ 이고, 점 $R(0,-1)$ 이다.

㉡ 점 $Q(2,0)$ 이고, 점 $S(-2,0)$ 이다.

㉢ $\overline{QS} = 8$ 이다.

㉤ $\triangle PRS = 5$, $\triangle QPR = 8$ 이다.

㉥ $\square PQRS = 12$ 이다.

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = -x^2 + 4$

함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = \frac{1}{4}x^2 - 1$

$y = -x^2 + 4$ 에 $y = 0$ 을 대입하면 점 $Q(-2,0)$, $S(2,0)$ 이다.

$\overline{QS} = 4$

또, $P(0,4)$ 이고 $R(0,-1)$

$\triangle PRS = \triangle QPR = 5$

따라서 옳은 것은 ㉠이므로 1 개이다.

20. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(5, -2)$ 가 되도록 평행이동하면 점 $(k, -3)$ 을 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 곱하면?

① $\frac{1}{3}$

② $-\frac{1}{3}$

③ $\frac{74}{3}$

④ $-\frac{80}{3}$

⑤ -10

해설

$y = -3x^2$ 을 꼭짓점의 좌표가 $(5, -2)$ 가 되도록 평행이동하면
 $y = -3(x - 5)^2 - 2$ 이고

$y = -3(x - 5)^2 - 2$ 가 점 $(k, -3)$ 을 지나므로 대입하면 $-3 = -3(k - 5)^2 - 2$, $3k^2 - 30k + 74 = 0$ 이다.

상수 k 의 값의 곱은 $3k^2 - 30k + 74 = 0$ 의 두 근의 곱과 같으므로
 $\frac{74}{3}$ 이다.

21. 이차함수 $y = -3x^2 - 6x + 2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (a, b) 이고,
 y 축과의 교점의 y 좌표가 q 일 때, $\frac{a+b}{q}$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$y = -3x^2 - 6x + 2$ 의 식을 $y = a(x + p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면

$$y = -3(x^2 + 2x + 1 - 1) + 2$$

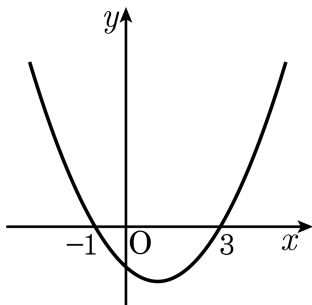
$$y = -3(x + 1)^2 + 5 \text{ 이므로}$$

i) 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 5) \therefore a = -1, b = 5$

ii) y 축과 만나는 점의 x 좌표는 0 이므로 $x = 0$ 을 대입하면
 $q = 2$

$$\text{따라서 } \frac{a+b}{q} = \frac{(-1)+5}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ 이다.}$$

22. 다음은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. <보기> 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?



보기

- ㉠ $b^2 - 4ac > 0$
- ㉡ $abc < 0$
- ㉢ $a - b + c < 0$
- ㉣ $9a + 3b + c > 0$
- ㉤ $a + b + c < 4a + 2b + c$

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$

축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab < 0$

$\therefore b < 0$

y 절편이 음수이므로 $c < 0$

㉠ x 축과의 교점이 2개이므로 $b^2 - 4ac > 0$

㉡ $abc > 0$

㉢ $x = -1$ 일 때, $y = a - b + c = 0$

㉣ $x = 3$ 일 때, $y = 9a + 3b + c = 0$

㉤ $x = 1$ 일 때, $y = a + b + c$, $x = 2$ 일 때, $y = 4a + 2b + c$,
 $a + b + c < 4a + 2b + c$

23. $y = 2(x-3)^2 - 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 , y 축의 방향으로 5 만큼 평행이동 한 이차함수의 그래프 위에 두 점 $A(2, 8)$, $B(a, b)$ 의 y 축에 대하여 대칭인 점을 각각 C , D 라 하고, 원점을 O 라 한다. $\triangle ABC$ 와 $\triangle BOD$ 의 넓이의 비가 $2 : a^2$ 일 때, a 의 값을 구하면?
(단, $0 < a < 2$)

$$\textcircled{1} \quad a = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2}$$

$$\textcircled{3} \quad a = \frac{-1 + \sqrt{10}}{2}$$

$$\textcircled{5} \quad a = \frac{2}{3}$$

$$\textcircled{2} \quad a = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$\textcircled{4} \quad a = \frac{-1 - \sqrt{10}}{2}$$

해설

$y = 2(x-3)^2 - 5$ 의 그래프를 평행이동하면 $y = 2x^2$ 이다. 점 $A(2, 8)$ 의 y 축에 대하여 대칭인 점 C 의 좌표는 $(-2, 8)$ 이고, 점 $B(a, b)$ 의 y 축에 대하여 대칭인 점 D 의 좌표는 $(-a, b)$ 이다. 이 때, $\triangle ABC$ 의 $\overline{AC}$ 를 밑변, 점 A, B 의 y 좌표의 차를 높이로

$$\text{하면 } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times (8 - b)$$

이 식에 $b = 2a^2$ 을 대입하면 ($\because (a, b)$ 는 $y = 2x^2$ 위의 점)

$$\frac{1}{2} \times 4 \times (8 - 2a^2) = 4(4 - a^2)$$

$$\text{또한, } \triangle BOD = \frac{1}{2} \times 2a \times 2a^2 = 2a^3$$

$\triangle ABC$ 와 $\triangle BOD$ 의 넓이의 비가 $2 : a^2$ 이므로 $4(4 - a^2) : 2a^3 = 2 : a^2$

$$\therefore a^2(4 - a^2) = a^3, a^2 + a - 4 = 0 \text{ 에서 } a = \frac{-1 \pm \sqrt{1+16}}{2} =$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\text{여기서 } 0 < a < 2 \text{ 이므로 } a = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

24. $f(-3) = 15$, $f(x^2) \cdot (x^2 + x + 3) = f(x)$ 를 만족하는 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(-9)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{125}{93}$

해설

$$f(x^2) \cdot (x^2 + x + 3) = f(x) \text{ 에서 } x = -3 \text{ 을 대입하면 } 9f(9) = f(-3) = 15$$

$$\therefore f(9) = \frac{5}{3}$$

따라서

$$f(x^2) \cdot (x^2 + x + 3) = f(x) \text{ 에서 } f(x^2) = \frac{f(x)}{(x^2 + x + 3)} \text{ 이고}$$

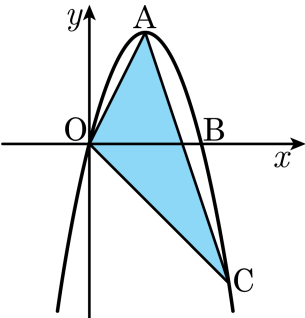
$$f(x^2) \cdot (x^2 - x + 3) = f(-x) \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} f(-x) &= f(x^2) \cdot (x^2 - x + 3) \\ &= \frac{f(x)}{(x^2 + x + 3)} \cdot (x^2 - x + 3) \end{aligned}$$

이 식에 $x = 9$ 를 대입하면

$$f(-9) = \frac{5}{93} \times 75 = \frac{125}{93} \text{ 이다.}$$

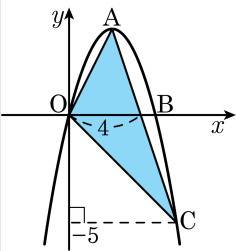
25. 이차함수 $y = -x^2 + 4x$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $\triangle AOB : \triangle OBC = 4 : 5$ 가 되는 점 C 의 좌표는? (단, 점 A 는 꼭짓점, 점 B 는 포물선과 x 축과의 교점, 점 C 는 포물선 위에 있는 4 사분면의 점이다.)



- ① (5, -5)
 ② (4, -3)
 ③ (6, -2)
- ④ (2, -8)
 ⑤ (3, -4)

해설

$y = -x^2 + 4x = -(x - 2)^2 + 4$ 이므로 꼭짓점 A(2,4)
 또한 $y = 0$ 일 때, $0 = -x^2 + 4x \Leftrightarrow x(x - 4) = 0$
 따라서 점 B(4,0) 이다. $\therefore \triangle AOB = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$
 $\triangle AOB : \triangle OBC = 4 : 5$ 이므로 $\triangle OBC$ 의 넓이는 10 이다.



$\triangle OBC$ 의 밑변을 $\overline{OB} = 4$ 라고 하면 높이는 5 가 된다. 즉 점 C 의 y 좌표가 -5 이다.
 점 C 의 x 좌표를 c 라고 하면 $-c^2 + 4c = -5$
 $c^2 - 4c - 5 = 0 \Leftrightarrow (c - 5)(c + 1) = 0, c > 0$ 이므로 $c = 5$
 $\therefore C(5, -5)$