1. 함수 $f : R \to R$ 에서 $f(x) = x^2 + x + 1$ 이다. $f(a) = 3$ 일 때, a 의 값은? (단, $a > 0$)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$a^2 + a + 1 = 3$
$a^2 + a - 2 = 0$
$(a + 2)(a - 1) = 0$
$a = -2$ 또는 $a = 1$
$\therefore a > 0$ 이므로 $a = 1$

2. 다음 중 y 가 x 에 관한 이차함수인 것은?

① 반지름의 길이가 x 인 원의 둘레의 길이 y
② 밑변의 길이가 4 , 높이가 x 인 삼각형의 넓이 y
③ 가로가 x , 세로가 10 인 직사각형의 넓이 y
④ 한 변의 길이가 x 인 정사각형의 넓이 y
⑤ 시간이 x , 속력이 40 일 때의 거리 y

해설
식으로 나타내면 다음과 같다.
① $y = 2\pi x$ (일차함수)
② $y = \frac{1}{2} \times 4 \times x = 2x$ (일차함수)
③ $y = 10x$ (일차함수)
④ $y = x^2$ (이차함수)
⑤ $y = 40x$ (일차함수)

3. $y=-\frac{1}{2}x^2+q$ 의 그래프가 점 $(-2,\ 1)$ 을 지날 때, 이 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① $(3,\ 0)$ ② $(0,\ 3)$ ③ $(-2,\ 0)$
④ $(0,\ -2)$ ⑤ $(-2,\ 1)$

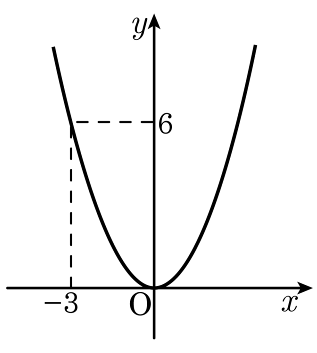
해설

$y=-\frac{1}{2}x^2+q$ 의 그래프가 점 $(-2,\ 1)$ 을 지나므로

$1=-\frac{1}{2}\times(-2)^2+q$, $q=3$

$\therefore\ y=-\frac{1}{2}x^2+3$

4. 다음 그림과 같이 y 가 x 의 제곱에 정비례하는 이차함수 $y=f(x)$ 에 대하여 $f(-3)=6$ 일 때, $f(-1)$ 의 값은?



① -2 ② $-\frac{3}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$f(x)=ax^2$ 에서 $f(-3)=6$ 이므로 $6=a\times(-3)^2$, $9a=6$, $a=\frac{2}{3}$ $\therefore\ f(x)=\frac{2}{3}x^2$

따라서 $f(-1)=\frac{2}{3}\times(-1)^2=\frac{2}{3}$ 이다.

5. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x+3)^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(-3,\ 0)$ 이다.

② $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 것이다.

③ 축의 방정식은 $x = -3$ 이다.

④ 점 $(1,\ -8)$ 을 지난다.

⑤ $x > -3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

$y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 것이다.

6. 이차함수 $y=-(x+3)^2-5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동시키면 꼭짓점이 $(-3,\ -1)$ 이 된다고 한다. 이 때, $m+n$ 의 값은?

① -1　② 2　③ -3　④ 4　⑤ 0

해설

이차함수의 꼭짓점 $(-3,\ -5)$를 x 축으로 m , y 축으로 n 만큼 평행이동한 점은 $(-3+m,\ -5+n)=(-3,\ -1)$ 이다.
$-3+m=-3,\ -5+n=-1$ 이므로 $m=0,\ n=4$ 이다.
따라서 $m+n=4$ 이다.

7. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > -4$ ② $x < -4$ ③ $x < 4$
④ $x > 4$ ⑤ $x > -5$

해설

$y = -x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 4 만큼 평행이동하면 $y = -(x-4)^2$
꼭짓점이 (4, 0) 이고 위로 볼록한 그래프이므로
$x < 4$ 인 범위에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

8. 이차함수 $y=(x-2)^2+1$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 다음, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동시킨 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① $(2,\ 2)$　② $(2,\ -1)$　③ $(2,\ 0)$

④ $(2,\ -2)$　⑤ $(2,\ 1)$

해설

$y=(x-2)^2+1$을 x 축에 대하여 대칭이동하면
$-y=(x-2)^2+1 \Leftrightarrow y=-(x-2)^2-1$
$y=-(x-2)^2-1$을 y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면
$y=-(x-2)^2-1+1 \Leftrightarrow y=-(x-2)^2$
$\therefore$ 꼭짓점의 좌표는 $(2,0)$

9. 다음 보기의 이차함수에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

보기

㉠ $y = -3(x+1)^2 + 1$　　㉡ $y = 2x^2 - 1$

㉢ $y = \frac{1}{4}(x+1)^2$　　㉣ $y = \frac{1}{3}x^2$

㉤ $y = \frac{2}{5}x^2 - 3$

① 위로 볼록한 포물선은 ㉠이다.

② 꼭짓점이 원점인 포물선은 ㉣이다.

③ 축의 방정식이 $x = 0$ 인 이차함수는 ㉠,㉣이다.

④ 폭이 가장 좁은 포물선은 ㉠이다.

⑤ 꼭짓점이 x 축 위에 있는 이차함수는 ㉢,㉣이다.

해설

③ 축의 방정식이 $x = 0$ 인 이차함수는 ㉡, ㉣,㉤ 이다.

10. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 $(4,\ 8)$, $\left(b,\ \frac{9}{2}\right)$ 를 지난다. 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수가 $(b,\ c)$ 를 지날 때, c 의 값은?(단, $b < 0$)

① -2 ② $-\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $-\frac{9}{2}$

해설

$y = ax^2$ 에 $(4,\ 8)$, $\left(b,\ \frac{9}{2}\right)$ 을 대입하면

$a = \frac{1}{2}$, $b = -3$ 이다.

이 이차함수와 x 축 대칭인 이차함수는

$y = -\frac{1}{2}x^2$ 이고 $(-3, c)$ 를 지나므로

$\therefore\ c = -\frac{9}{2}$

11. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{3}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고, $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, 음수 a 의 값의 범위는?

① $-\frac{3}{2} < a < 2$ ② $-\frac{3}{2} < a < -2$ ③ $\frac{3}{2} < a < 2$
④ $-2 < a < -\frac{3}{2}$ ⑤ $-2 < a < \frac{3}{2}$

해설

$\frac{3}{2} <| a |< 2$

$\frac{3}{2} < a < 2$ 또는 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이고, a 가 음수이므로 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이다.

12. $y = 2x^2$ 의 그래프 위의 두 점 $A(2,\ p)$, $B(q,\ 2)$를 지나는 직선의 방정식은?(단, $q < 0$)

① $y = 2x - 3$ ② $y = -2x + 3$ ③ $y = 2x + 4$

④ $y = -2x + 4$ ⑤ $y = 2x - 4$

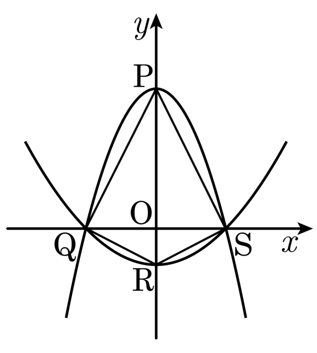
해설

$(2,\ p)$ 를 $y = 2x^2$ 에 대입하면 $p = 2 \times 2^2 = 8$
$(q,\ 2)$ 를 대입하면 $2 = 2q^2$, $q^2 = 1$에서 $q = \pm 1$
그런데 $q < 0$ 이므로 $q = -1$
$(2,\ 8)$, $(-1,\ 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은

$$(\text{기울기}) = \frac{8-2}{2-(-1)} = \frac{6}{3} = 2$$

$y = 2x + b$ 에 $(2,\ 8)$ 을 대입하면
$8 = 2 \times 2 + b \ \therefore\ b = 4$
따라서 구하는 식은 $y = 2x + 4$

13. 함수 $y=-x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동하고, $y=\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그림을 나타낸 것이다. 이 때 다음 설명 중 옳은 것의 개수는?



㉠ 점 $\mathrm{P}(0,4)$ 이고, 점 $\mathrm{R}(0,-1)$ 이다.
㉡ 점 $\mathrm{Q}(2,0)$ 이고, 점 $\mathrm{S}(-2,0)$ 이다.
㉢ $\overline{\mathrm{QS}}=8$ 이다.
㉣ $\triangle\mathrm{PRS}=5,\ \triangle\mathrm{QPR}=8$ 이다.
㉤ $\square\mathrm{PQRS}=12$ 이다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

함수 $y=-x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-x^2+4$

함수 $y=\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=\frac{1}{4}x^2-1$

$y=-x^2+4$ 에 $y=0$ 을 대입하면 점 $\mathrm{Q}(-2,0),\ \mathrm{S}(2,0)$ 이다.

$\overline{\mathrm{QS}}=4$

또, $\mathrm{P}(0,\ 4)$ 이고 $\mathrm{R}(0,\ -1)$

$\triangle\mathrm{PRS}=\triangle\mathrm{QPR}=5$

따라서 옳은 것은 ㉠이므로 1 개이다.

14. 이차함수 $y = 2(x+p)^2 + \frac{1}{2}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ a)$ 이고, 점 $\left(-\frac{1}{2},\ b\right)$ 를 지난다. 이 때, 상수 $a,\ b,\ p$ 의 곱 abp 의 값은?

① $\frac{11}{3}$ ② 13 ③ $-\frac{11}{3}$ ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ $-\frac{13}{2}$

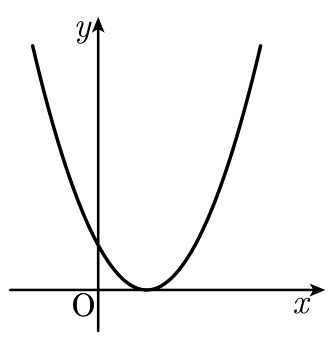
해설

$y = 2(x+p-1)^2 + \frac{1}{2}$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $\left(1-p,\ \frac{1}{2}\right)$ 이므로 $1-p=2,\ p=-1,\ \ a=\frac{1}{2}$ 이다.

$y = 2(x-2)^2 + \frac{1}{2}$ 의 좌표가 점 $\left(-\frac{1}{2},\ b\right)$ 를 지나므로 $b = 2\left(-\frac{1}{2}-2\right)^2 + \frac{1}{2},\ \ b = 13$ 이다.

$\therefore\ abp = \frac{1}{2} \times 13 \times (-1) = -\frac{13}{2}$

15. 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 이차함수 $y = p(x-q)^2 + a$ 의 그래프가 지나는 사분면을 모두 고르면?



① 제1, 2 사분면　　② 제3, 4 사분면

③ 제1, 2, 4 사분면　　④ 제2, 3, 4 사분면

⑤ 제1, 2, 3, 4 사분면

해설

이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 는 아래로 볼록하고, 꼭짓점 (p, q) 가 x 축 위에 있으므로 $a > 0$, $p > 0$, $q = 0$ 이다.
$y = p(x-q)^2 + a$ 의 그래프는 아래 그래프와 같다.
따라서 이차함수 $y = p(x-q)^2 + a$ 의 그래프가 지나는 사분면은 제1, 2 사분면이다.