

1. 좌표평면에서 두 점 A(7, 2), B(3, 5) 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

두 점 A(7, 2), B(3, 5) 사이의 거리는 $\overline{AB} = \sqrt{(3-7)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{16+9} = 5$

2. 세 꼭짓점 A(0, 0), B(-5, 5), C(2, 7) 인 $\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표는?

① (-1, 7)

② (-1, 4)

③ (-2, 1)

④ (2, -2)

⑤ (-4, -8)

해설

무게중심 구하는 공식을 이용한다.

$$\left(\frac{0 + (-5) + 2}{3}, \frac{0 + 5 + 7}{3} \right) = (-1, 4)$$

3. 기울기가 3 이고 점 $(-2, 3)$ 을 지나는 직선의 방정식이 $y = ax + b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하시오.(단, a, b 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

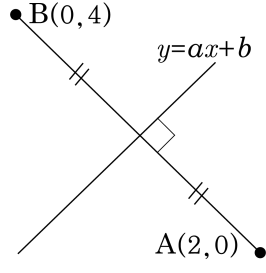
기울기가 3 이고 점 $(-2, 3)$ 을 지나는 직선의 방정식은

$$y = 3(x + 2) + 3 = 3x + 9$$

따라서 $a = 3, b = 9$

$$\therefore a + b = 12$$

4. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 수직이등분하는 직선 l 을 $y = ax + b$ 라 할 때, $a + b$ 의 값은?



- ① 4 ② 2 ③ 1 ④ -2 ⑤ -4

해설

$\overline{AB}$ 의 기울기는 $\frac{4-0}{0-2} = -2$ 이므로

구하는 직선의 기울기는 $\frac{1}{2}$ 이다.

또, $\overline{AB}$ 의 중점 M 은

$$M\left(\frac{2+0}{2}, \frac{0+4}{2}\right) = (1, 2)$$

따라서, 구하는 직선의 방정식은

$$y - 2 = \frac{1}{2}(x - 1) \therefore y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

$$\therefore a + b = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2$$

5. 점 $(4, 3)$ 과 직선 $5x - 12y + 3 = 0$ 사이의 거리를 d_1 , 점 $(4, 3)$ 과 직선 $12x + 5y - 50 = 0$ 사이의 거리를 d_2 라고 할 때, d_1 과 d_2 사이의 관계는?

- ① $d_1 = d_2$ ② $d_1 = d_2 + 1$ ③ $d_1 + 1 = d_2$
④ $d_1 = d_2 + 2$ ⑤ $d_1 + 2 = d_2$

해설

$$d_1 = \frac{|5 \cdot 4 - 12 \cdot 3 + 3|}{\sqrt{5^2 + (-12)^2}} = \frac{|-13|}{\sqrt{169}} = 1$$

$$d_2 = \frac{|12 \cdot 4 + 5 \cdot 3 - 50|}{\sqrt{12^2 + 5^2}} = \frac{|13|}{\sqrt{169}} = 1$$

따라서 $d_1 = d_2$

6. 두 점 $A(-1, 2)$, $B(a, b)$ 를 이은 선분 AB 를 $2:3$ 으로 외분하는 점의 좌표가 $(-13, 12)$ 일 때, a, b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$A(-1, 2)$, $B(a, b)$ 에서

선분 AB 를 $2:3$ 으로 외분하는 점은

$$\left(\frac{2a - 3 \cdot (-1)}{2 - 3}, \frac{2b - 3 \cdot 2}{2 - 3} \right)$$

$= (-2a - 3, -2b + 6) = (-13, 12)$ 이므로

$$-2a - 3 = -13, -2b + 6 = 12$$

$$\therefore a = 5, b = -3$$

7. A (4, 7), B (3, 2), C (5, 3), D (x, y)에 대하여 사각형 ABCD가 평행 사변형일 때, $y - x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

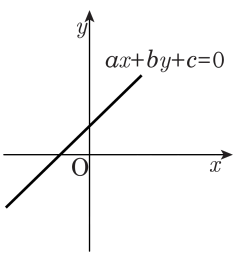
해설

$$\left(\frac{4+5}{2}, \frac{7+3}{2}\right) = \left(\frac{x+3}{2}, \frac{y+2}{2}\right)$$

$$\therefore x+3=9, y+2=10$$

$$\therefore x=6, y=8$$

8. 직선 $ax+by+c=0$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때 $cx+ay+b=0$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?



- ① 제1사분면
- ② 제2사분면
- ③ 제3사분면
- ④ 제4사분면
- ⑤ 제1사분면과 제3사분면

해설

$a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$ 이므로
주어진 직선의 방정식은 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$
기울기 : $-\frac{a}{b} > 0 \quad \therefore \frac{a}{b} < 0$
y 절편 : $-\frac{c}{b} > 0 \quad \therefore \frac{c}{b} < 0$
두 부등식에서 $\frac{a}{c} > 0$
마찬가지로 일차함수 $cx+ay+b=0$ 은
 $y = -\frac{c}{a}x - \frac{b}{a}$,
기울기 : $-\frac{c}{a} < 0$
y 절편 : $-\frac{b}{a} > 0$
이상에서 이 직선은 제3사분면을 지나지 않는다.

9. y 절편이 3이고, 직선 $2x + y - 1 = 0$ 에 수직인 직선의 방정식은?

- ① $y = -2x + 3$ ② $y = -\frac{1}{2}x - 3$ ③ $y = -x + 3$
④ $y = \frac{1}{2}x - 3$ ⑤ $y = \frac{1}{2}x + 3$

해설

두 직선이 수직일 조건은
가울기의 곱이 -1 일 때이다.
 $2x + y - 1 = 0$ 에서 $y = -2x + 1$
구하고자 하는 직선의 방정식을
 $y = mx + 3$ 이라면

$$m \times (-2) = -1, \therefore m = \frac{1}{2}$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x + 3$$

10. 두 점 A(3, 2), B(a, b)를 지나는 직선이 직선 $x + 2y - 3 = 0$ 과 직교하고, 그 교점은 선분 AB를 2 : 1로 내분한다. 이때, $3a + b$ 의 값은?

- ① 3
- ② 5
- ③ 7
- ④ 9
- ⑤ 10

해설

직선 AB의 기울기는 2이므로
 $\frac{b-2}{a-3} = 2$
 $b-2 = 2(a-3), b = 2a-4 \cdots \cdots \textcircled{1}$
 $\overline{AB}$ 를 2 : 1로 내분하는 점은
 $\left(\frac{2a+1 \cdot 3}{2+1}, \frac{2b+1 \cdot 2}{2+1}\right) = \left(\frac{2a+3}{3}, \frac{2b+2}{3}\right)$ 이고,
이 점은 직선 $x + 2y - 3 = 0$ 위에 있으므로
 $\frac{2a+3}{3} + 2 \frac{2b+2}{3} - 3 = 0,$
 $a + 2b - 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면
 $a = \frac{9}{5}, b = -\frac{2}{5}$
 $\therefore 3a + b = 5$

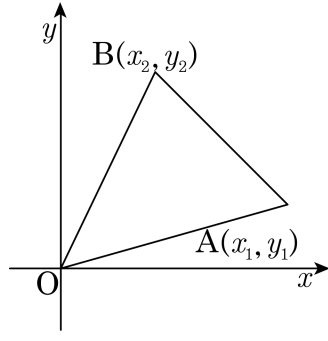
11. 두 직선 $y = x + 1$, $y = -2x + 4$ 의 교점과 점 $(-1, 3)$ 을 지나는 직선의 방정식은?

① $y = -\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$ ② $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ ③ $y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$
④ $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ ⑤ $y = \frac{1}{2}x + 3$

해설

$y = x + 1 \Leftrightarrow x - y + 1 = 0$
 $y = -2x + 4 \Leftrightarrow 2x + y - 4 = 0$ 에서
두 직선의 교점을 지나는 방정식은
 $(x - y + 1) + k(2x + y - 4) = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$
 $\textcircled{1}$ 이 점 $(-1, 3)$ 을 지나므로
 $(-1 - 3 + 1) + k \cdot \{2 \cdot (-1) + 3 - 4\} = 0$
 $\therefore k = -1$
따라서, $k = -1$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면
 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

12. 원점 $O(0, 0)$ 와 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 로 이루어진 삼각형 OAB 의 넓이는?



- ☒ ① $\frac{1}{2}|x_1y_2 - x_2y_1|$
 ☐ ② $\frac{1}{2}|x_1y_1 - x_2y_2|$
 ☐ ③ $\frac{1}{2}|x_1y_1 + x_2y_2|$
☐ ④ $\frac{1}{2}|x_1x_2 - y_1y_2|$
 ☐ ⑤ $\frac{1}{2}|x_1x_2 + y_1y_2|$

해설

$$\overline{OA} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$$

직선 OA 의 방정식은 $y = \frac{y_1}{x_1}x$

$$\therefore y_1x - x_1y = 0$$

점 $B(x_2, y_2)$ 에서

직선 $y_1x - x_1y = 0$ 까지의 거리 h 는

$$\frac{|y_1x_2 - x_1y_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}} \text{ 이다.}$$

$$\therefore \triangle OAB = \frac{1}{2} \cdot \overline{OA} \cdot h$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \cdot \frac{|y_1x_2 - x_1y_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}}$$

$$= \frac{1}{2}|x_1y_2 - x_2y_1|$$

13. 두 점 A(2, 3), B(6, 1)이 있다. 점 P가 x축 위에 있을 때, $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값을 구하면?

- ① 4 ② $4\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

해설

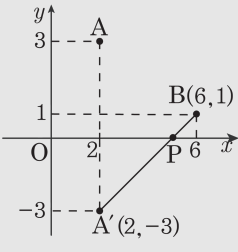
(2, 3)을 x축에 대해

대칭이동한 점을

A'(2, -3)라 하면

최단거리는 $\overline{A'B}$ 의 길이

$\therefore \sqrt{(2-6)^2 + (-3-1)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$



14. 세 점 A(2, 5), B(-1, 0), C(4, 1)을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 에서
 변 BC 위의 점 M에 대하여 $\triangle ABM = \triangle ACM$ 일 때, $\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2$ 의
 값은?

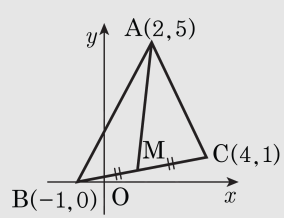
① 25 ② 27 ③ 29 ④ 31 ⑤ 33

해설

$\triangle ABM = \triangle ACM$ 이므로 $\overline{BM} = \overline{CM}$
 이다.

따라서 파포스의 정리에 의하여
 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2)$

$$\begin{aligned} \therefore \overline{AM}^2 + \overline{BM}^2 &= \frac{1}{2}(\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2) \\ &= \frac{1}{2}[\{(-1-2)^2 + (0-5)^2\} \\ &\quad + \{(4-2)^2 + (1-5)^2\}] \\ &= \frac{1}{2}(9 + 25 + 4 + 16) = 27 \end{aligned}$$



15. 두 점 A(-2, 3), B(1, 1)와 x축 위의 점 P에 대하여 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은?

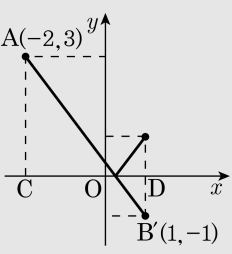
- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

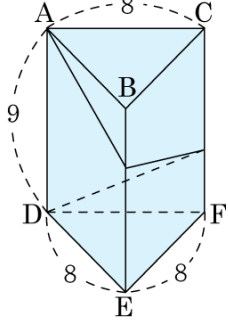
$\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 값이 최소가 되려면 점 B와 x축에 대한 대칭점을 B'이라 할 때, 세 점 A, P, B'이 한 직선 위에 있을 때이다. 그림에서처럼 점 B와 x축에 대한 대칭점은 B'(1, -1)이다.

그런데 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 가 최소가 되는 것은 세 점 A, P, B'이 한 직선 위에 놓일 때이다. 따라서 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은 $\overline{AB'}$ 이다.

$$\begin{aligned}\therefore \overline{AB'} &= \sqrt{\{1 - (-2)\}^2 + \{(-1) - 3\}^2} \\ &= \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\end{aligned}$$



16. 다음 그림과 같은 삼각기둥의 꼭짓점 A 에서 출발하여 모서리 BE, CF 를 순서대로 지나 꼭짓점 D 에 이르는 최단 거리를 구하여라.

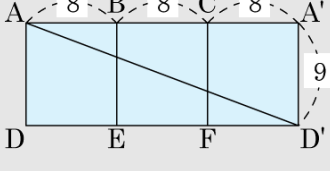


▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{73}$

해설

$$\overline{AD'} = \frac{\sqrt{24^2 + 9^2}}{\sqrt{576 + 81}} = \frac{\sqrt{657}}{\sqrt{657}} = 3\sqrt{73}$$



17. 직선 $(a-2)x-y-b+1=0$ 이 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 45° 이고, 점 $(1, 0)$ 을 지날 때, $a+b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = (a-2)x - b + 1$ 에서 기울기는

$$a-2 = \tan 45^\circ = 1$$

$$\therefore a = 3$$

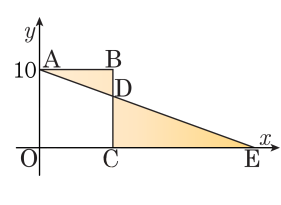
직선 $y = x - b + 1$ 이 점 $(1, 0)$ 을 지나므로

$$0 = 1 - b + 1$$

$$\therefore b = 2$$

$$\therefore a + b = 5$$

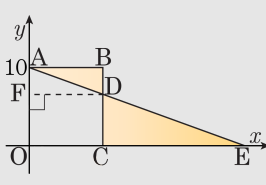
18. 다음 그림과 같은 정사각형 OABC 가 있다. 변 BC 위의 B,C 가 아닌 한 점 D 를 지나는 직선 AD 를 그을 때, 색칠된 부분의 넓이가 사다리꼴 OADC 의 넓이와 같다면 직선 AD 의 기울기는?



- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{1}{4}$ ④ $-\frac{1}{5}$ ⑤ $-\frac{1}{6}$

해설

다음 그림과 같이 점 D 에서
 y 축에 내린 수선의 발을 F 라 하면
 $\triangle ADB = \triangle AFD$ 이므로
 $\square OCDF = \triangle DCE$
 즉, $\overline{OC} \cdot \overline{CD} = \frac{1}{2} \overline{CE} \cdot \overline{CD}$
 $\therefore \overline{CE} = 2\overline{OC}$
 $E(30, 0)$ 이므로 직선 AD 의 기울기는 $-\frac{1}{3}$



19. 두 점 $(a, a+1)$ 과 $(a+1, a+2)$ 를 지나는 직선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 이 때 삼각형 OAB의 넓이는? (단, O는 원점이다.)

- ㉠ $\frac{1}{2}$ ㉡ 1 ㉢ $\frac{3}{2}$ ㉣ $\frac{1}{2}a$ ㉤ a

해설

두 점 $(a, a+1)$ 과 $(a+1, a+2)$ 를 지나는 직선의 기울기를 m 이라 하면

$$m = \frac{(a+2) - (a+1)}{(a+1) - a} = 1$$

따라서, 두 점을 지나는 직선의 방정식은

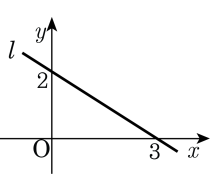
$$y - (a+1) = (x - a) \text{ 이다.}$$

즉, $y = x + 1$ 이다.

이 때, 두 점 A, B의 좌표는 A(-1, 0), B(0, 1) 이므로

$$\text{삼각형 OAB의 넓이는 } \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2}$$

20. 직선 l 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 다음
중이 직선 위의 점은?



- ① (0, 3)
- ② (2, 0)
- ③ (2, 1)
- ④ (6, -2)
- ⑤ (6, -1)

해설

주어진 직선 l 의 기울기는 $-\frac{2}{3}$, y 절편이 2이므로

직선 l 의 방정식은 $y = -\frac{2}{3}x + 2 \cdots \textcircled{1}$

따라서, $\textcircled{1}$ 을 만족하는 점은 (6, -2)이다.

21. 점 $(2, 4)$ 를 지나며 기울기가 음인 직선과 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 16 이다. 이 직선의 x 절편을 a , y 절편을 b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

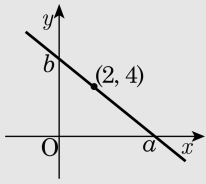
해설

구하는 직선의 방정식을 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 이 직선이 점 $(2, 4)$ 를 지나

므로

$$\frac{2}{a} + \frac{4}{b} = 1$$

$$\therefore 4a + 2b = ab \cdots \textcircled{㉠}$$



$\triangle ABC$ 의 넓이가 16 이므로

$$\frac{1}{2}ab = 16 \therefore ab = 32 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} \textcircled{㉡} \text{에서 } a = 4, b = 8, a + b = 12$$

22. 세 점 $(0, 2)$, $(3, -3)$, $(-3, a)$ 가 한 직선 위에 있도록 하는 a 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 7$

해설

세 점이 한 직선 위에 있으려면 기울기가 일치해야 한다.

$$\Rightarrow \frac{-3-2}{3-0} = \frac{a-(-3)}{-3-3}$$

$$\Rightarrow a = 7$$

23. 직선 $x + y - 6 = 0$ 과 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 두 직선 $y = mx$, $y = nx$ 에 의하여 삼등분 될 때, $m + n$ 의 값은?

- ① 1
- ② $\frac{3}{2}$
- ③ 2
- ④ $\frac{5}{2}$
- ⑤ 4

해설

다음 그림과 같이 직선 $y = -x + 6$ 과
두 직선 $y = mx$, $y = nx$ 의 교점을
각각 A, B 라 하면 두 점 (6, 0), (0, 6)
을 잇는 선분을 2 : 1로 내분하는 점이
A 이고, 1 : 2로 내분하는 점이 B 이다.
이 때, 두 점 A, B 의 좌표는

A $\left(\frac{2 \cdot 0 + 1 \cdot 6}{2 + 1}, \frac{2 \cdot 6 + 1 \cdot 0}{2 + 1}\right)$,

B $\left(\frac{1 \cdot 0 + 2 \cdot 6}{1 + 2}, \frac{1 \cdot 6 + 2 \cdot 0}{1 + 2}\right)$

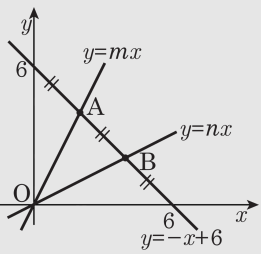
$\therefore A(2, 4), B(4, 2)$

따라서, 직선 $y = mx$ 는 점 (2, 4) 를 지나고,

직선 $y = nx$ 는 점 (4, 2) 를 지나므로

$m = 2, n = \frac{1}{2}$

$\therefore m + n = \frac{5}{2}$



24. 두 직선 $3x + 4y = 24$ 와 $3x + 4y = 4$ 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

두 직선이 평행하므로 한 직선의 임의의 점과 나머지 직선 사이의 거리를 구하면 된다.

$3x + 4y = 24$ 의 점 $(0, 6)$

$$\frac{|0 \times 3 + 6 \times 4 - 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 4$$

25. 직선 $3x - y - 3 = 0$ 위의 점 중에서 직선 $12x + 5y + 14 = 0$ 과의 거리가 2 인 점의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a + b$ 의 값은? (단 $a > 0$)

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

점 (a, b) 가 직선 $3x - y - 3 = 0$ 위에 있으므로

$$3a - b - 3 = 0 \quad \therefore b = 3a - 3$$

점 $(a, 3a - 3)$ 과 직선 $12x + 5y + 14 = 0$ 사이의

$$\text{거리가 2 이므로 } \frac{|12a + 5(3a - 3) + 14|}{\sqrt{12^2 + 5^2}} = 2,$$

$$\frac{|27a - 1|}{13} = 2, |27a - 1| = 26, 27a - 1 = \pm 26$$

$$\therefore a = 1 \text{ 또는 } a = -\frac{25}{27}$$

$a > 0$ 이므로 $a = 1, b = 0,$

$$\therefore a + b = 1$$