

1. $x^2y(-xy)^3$ 을 간단히 하면?

- ① $-x^4y^5$ ② xy^5 ③ $-x^5y^4$ ④ $-xy^5$ ⑤ x^2y^5

해설

$$x^2y(-xy)^3 = x^2y(-x^3y^3) = -x^5y^4$$

2. $x^4 - 6x^2 + 8$ 를 인수분해하면? (단, 유리수 범위에서 인수분해 하여라.)

① $(x^2 - 2)(x^2 - 4)$

② $(x^2 - 2)(x - 4)(x + 4)$

③ $(x^2 - 2)(x - 2)(x + 2)$

④ $(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})(x - 2)(x + 2)$

⑤ $(x^2 - \sqrt{2})(x - 2)(x + 2)$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 6x^2 + 8 &= (x^2)^2 - 6x^2 + 8 \\ &= (x^2 - 2)(x^2 - 4) \\ &= (x + 2)(x - 2)(x^2 - 2)\end{aligned}$$

해설

인수정리를 이용할 수 있다.

$$f(x) = x^4 - 6x^2 + 8$$

$$f(2) = 0, \quad f(-2) = 0,$$

즉, $(x - 2)(x + 2)$ 로 나누어 떨어지므로

조립제법을 써서 인수분해하면 된다.

3. $(3+i)(a+bi) = 1-3i$ 를 만족하는 실수 a, b 에 대하여 $a+b$ 를 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}(3+i)(a+bi) &= 1-3i \\ (3a-b) + (a+3b)i &= 1-3i \\ \therefore 3a-b &= 1, \quad a+3b = -3 \\ \Rightarrow a &= 0, \quad b = -1 \\ \therefore a+b &= -1\end{aligned}$$

4. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + a(a-1)x + 3a = 0$ 의 한 근이 1일 때, 다른 근은? (단, a 는 상수)

① -1 ② -3 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$x = 1$ 을 대입하면

$$1^2 + a(a-1) + 3a = 0$$

$$a^2 + 2a + 1 = (a+1)^2 = 0$$

$$\therefore a = -1$$

$$x^2 - 1 \cdot (-2)x - 3 = x^2 + 2x - 3$$

$$= (x+3)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = 1, -3 \quad \therefore x = -3$$

5. x 에 대한 항등식 $x^2 - 2x + 3 = a + b(x-1) + cx(x-1)$ 에서 a, b, c 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 2$

▷ 정답: $b = -1$

▷ 정답: $c = 1$

해설

계수비교법에 의하여

$$x^2 - 2x + 3 = a + b(x-1) + cx(x-1)$$

$$= cx^2 + (b-c)x + a-b$$

$$x^2 - 2x + 3 = cx^2 + (b-c)x + a-b \text{에서}$$

$$c = 1, b - c = -2, a - b = 3$$

연립하여 풀면

$$\therefore a = 2, b = -1, c = 1$$

6. 다항식 x^3+ax-8 을 x^2+4x+b 로 나눌 때, 나머지가 $3x+4$ 가 되도록 상수 $a+b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -7

해설

x^3+ax-8 을 x^2+4x+b 로 직접나눈 나머지는
 $(a-b+16)x+4b-8$
 $(a-b+16)x+4b-8=3x+4\cdots\cdots\text{㉠}$
㉠이 x 에 대한 항등식이므로,
 $a-b+16=3, 4b-8=4$
 $\therefore a=-10, b=3$
 $\therefore a+b=-7$

해설

$x^3+ax-8=(x^2+4x+b)(x+p)+3x+4$ 의 양변의 계수를 비교하여 $a=-10, b=3, p=-4$ 를 구해도 된다.

7. 다항식 $f(x)$ 를 두 일차식 $x-1$, $x-2$ 로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때, $f(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나눌 때 나머지는?

① $x+3$

② $-x+3$

③ $x-3$

④ $-x-3$

⑤ $-x+1$

해설

$f(x)$ 를 $x-1$, $x-2$ 로 나눈 나머지는 각각 2, 1이므로 $f(1)=2, f(2)=1$, 구하는 나머지를 $ax+b$ 라 하자.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2-3x+2)Q(x) + ax + b \\ &= (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

양변에 각각 $x=1$, $x=2$ 를 대입하면

$$f(1) = a + b = 2, \quad f(2) = 2a + b = 1$$

두 식을 연립하여 구하면 $a = -1, b = 3$

\therefore 구하는 나머지는 $-x+3$

8. 다음 중 $a^3 - b^2c - ab^2 + a^2c$ 의 인수인 것은?

① $a - b + c$

② $c - a$

③ $b + c$

④ $a - b$

⑤ $c - b + a$

해설

$$\begin{aligned} a^3 - b^2c - ab^2 + a^2c &= a^3 - ab^2 + a^2c - b^2c \\ &= a(a^2 - b^2) + (a^2 - b^2)c \\ &= (a - b)(a + b)(a + c) \end{aligned}$$

9. $x^3 - 4x^2 + x + 6$ 을 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x+c)$ 이다. $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 14

해설

$f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$ 이라 놓으면,
 $x = -1$ 일 때, $-1 - 4 - 1 + 6 = 0$
따라서, $f(x)$ 는 $(x+1)$ 로 나누어 떨어진다.
즉, $f(x)$ 는 $(x+1)$ 의 인수를 갖는다.
즉, $f(x) = (x+1)Q(x)$ 몫
 $Q(x)$ 는 조립제법으로 구한다.

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -4 & 1 & 6 \\ & & -1 & 5 & -6 \\ \hline & 1 & -5 & 6 & 0 \end{array}$$

$f(x) = (x^2 - 5x + 6)(x+1)$
 $\therefore f(x) = (x-3)(x-2)(x+1)$
 $\therefore a^2 + b^2 + c^2 = (-3)^2 + (-2)^2 + 1^2 = 14$

10. $x = 3 + \sqrt{3}i$, $y = 3 - \sqrt{3}i$ 일 때, $x^3 + y^3$ 의 값을 구하면?

- ① 0 ② 10 ③ 20 ④ -10 ⑤ -20

해설

$$\begin{aligned}x + y &= 6, \quad xy = 12 \\x^3 + y^3 &= (x + y)^3 - 3xy(x + y) \\&= 6^3 - 3 \cdot 12 \cdot 6 \\&= 0\end{aligned}$$

11. $2|x-1|+x-4=0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 2

▷ 정답: -2

해설

i) $x < 1$ 일 때,
 $-2(x-1) + (x-4) = 0$
 $\therefore x = -2$

ii) $x \geq 1$ 일 때,
 $2(x-1) + x - 4 = 0$
 $\therefore x = 2$

따라서 구하는 해는 $x = -2$ 또는 $x = 2$ 이다.

12. 이차방정식 $x^2 + (k-4)x + k-1 = 0$ 이 중근을 가지도록 상수 k 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

판별식을 D 라 하면,
 $D = 0$ 일 때 중근을 가지므로
 $D = (k-4)^2 - 4(k-1) = k^2 - 12k + 20 = 0$ 에서
 $(k-2)(k-10) = 0$
따라서, $k = 2, k = 10$ 이므로 k 의 값은 12이다.

13. $(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)$ 를 전개할 때, 각 항의 계수의 총합을 a , 상수항을 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

- ① 8 ② 15 ③ 24 ④ 36 ⑤ 47

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)(x+2)(x-3)(x+4) \\ &= (x^2+x-2)(x^2+x-12)(x^2+x=X(\text{치환})) \\ &= (X-2)(X-12) \\ &= X^2-14X+24 \\ &= (x^2+x)^2-14(x^2+x)+24 \\ &= x^4+2x^3-13x^2-14x+24 \\ \therefore a &= 1+2-13-14+24=0, b=24 \\ \therefore a+b &= 0+24=24 \end{aligned}$$

해설

- ㉠ 각 항 계수의 총합 구하기
 $x=1$ 대입, $a=0$
㉡ 상수항 구하기
 $x=0$ 대입, $b=24$

14. 두 복소수 $\alpha = a - 2i$, $\beta = 5 + bi$ 에 대하여 $\alpha + \bar{\beta} = 3 - 2i$ 를 만족하는 실수 a, b 의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a + b = -6$

해설

$$\begin{aligned}\alpha + \bar{\beta} &= 3 - 2i \\ (a - 2i) + (5 - bi) &= 3 + 2i \\ (a + 5) - (2 + b)i &= 3 + 2i \\ \therefore a = -2, b &= -4 \\ \therefore a + b &= -6\end{aligned}$$

15. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3k = 0$ 이 허근을 갖고, 동시에 $x^2 + 5x - 2k = 0$ 이 실근을 갖도록 하는 정수 k 의 개수를 구하면?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$2x^2 - 4x - 3k = 0$ 이 허근을 가질 조건은

$$\frac{D}{4} = 4 + 6k < 0$$

$$\therefore k < -\frac{2}{3} \quad \dots\dots \text{㉠}$$

$x^2 + 5x - 2k = 0$ 이 실근을 가질 조건은

$$D = 25 + 8k \geq 0$$

$$\therefore k \geq -\frac{25}{8} \quad \dots\dots \text{㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡에서 } -\frac{25}{8} \leq k < -\frac{2}{3}$$

따라서, 정수 $k = -3, -2, -1$

\therefore 정수 k 의 개수는 3개

16. 이차방정식 $x^2 - (k+1)x + k = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3일 때, 상수 k 의 값들의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

두 근을 2α , 3α 라 하면

$$2\alpha + 3\alpha = k + 1, (2\alpha)(3\alpha) = k \text{ 이므로,}$$

$$5\alpha = k + 1, 6\alpha^2 = k$$

이 두 식에서 α 를 소거하면

$$6\left(\frac{k+1}{5}\right)^2 = k \text{ 에서 } 6k^2 - 13k + 6 = 0$$

$$(2k-3)(3k-2) = 0 \therefore k = \frac{3}{2}, \frac{2}{3}$$

17. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근 α, β 에 대하여 $\alpha + \beta = 3$ 일 때, 방정식 $f(2x) = 0$ 의 두 근의 합을 구하면?

① $-2 + \sqrt{2}$

② $\frac{3}{2}$

③ $\frac{1}{2}$

④ 3

⑤ $-1 + \sqrt{3}$

해설

방정식 $f(2x) = 0$ 에서 $2x = t$ 로 놓으면

$$f(t) = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

①의 두 근이 $t = \alpha$ 또는 $t = \beta$ 이므로

$$2x = \alpha \text{에서 } x = \frac{\alpha}{2}, 2x = \beta \text{에서 } x = \frac{\beta}{2}$$

따라서 방정식 $f(2x) = 0$ 의 두 근의 합은

$$\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} = \frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{3}{2}$$

18. $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - \dots + 99^2$ 을 계산하여라.

① 99

② 100

③ 4950

④ 5050

⑤ 10000

해설

$$\begin{aligned} & 1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - \dots + 99^2 \\ &= 99^2 - 98^2 + 97^2 - 96^2 + \dots + 3^2 - 2^2 + 1^2 \\ &= (99^2 - 98^2) + (97^2 - 96^2) + \\ & \quad \dots + (3^2 - 2^2) + 1^2 \\ &= (99-98)(99+98) + (97-96)(97+96) + \dots + (3-2)(3+2) + 1 \\ &= (99+98) + (97+96) + \dots + (3+2) + 1 \\ &= 1 + 2 + 3 + \dots + 99 \\ &= (1+99) + (2+98) + \dots + (49+51) + 50 \\ &= 4950 \end{aligned}$$

19. $\alpha = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $\alpha^3 + 2\alpha^2 + 2\alpha + 5$ 의 값을 구하면?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \\ 2\alpha &= -1 + \sqrt{3}i \\ 2\alpha + 1 &= \sqrt{3}i \\ \text{양변을 제곱하여 정리하면} \\ \alpha^2 + \alpha + 1 &= 0 \\ \alpha^3 + 2\alpha^2 + 2\alpha + 5 & \\ &= \alpha(\alpha^2 + \alpha + 1) + (\alpha^2 + \alpha + 1) + 4 \\ &= 4\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \alpha + 1 = 0 \text{ 을 얻은 후 } \alpha^3 + 2\alpha^2 + 2\alpha + 5 \text{ 를 } \alpha^2 + \alpha + 1 \text{ 로} \\ \text{나누면} \\ \alpha^3 + 2\alpha^2 + 2\alpha + 5 & \\ &= (\alpha^2 + \alpha + 1)(\alpha + 1) + 4 \\ &= 4 (\because \alpha^2 + \alpha + 1 = 0)\end{aligned}$$

20. 방정식 $x^2+3x+1=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $(\alpha^2+5\alpha+1)(\beta^2-4\beta+1)$ 의 값은?

- ① -2 ② -4 ③ -8 ④ -14 ⑤ -17

해설

방정식 $x^2+3x+1=0$ 의 근이 α, β 이므로

$$\alpha^2+3\alpha+1=0, \beta^2+3\beta+1=0$$

$$\alpha^2+1=-3\alpha, \beta^2+1=-3\beta$$

$$\therefore (\alpha^2+5\alpha+1)(\beta^2-4\beta+1)$$

$$= (-3\alpha+5\alpha)(-3\beta-4\beta)$$

$$= -14\alpha\beta$$

근과 계수와의 관계에서 $\alpha\beta=1$ 이므로

$$(\text{주어진 식}) = -14$$