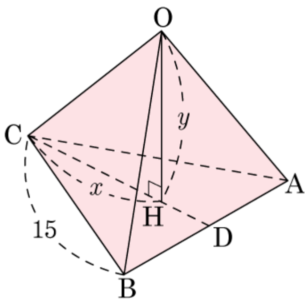
1. 한 변의 길이가 15 인 정삼각형으로 만들어진 정사면체의 꼭지점 O 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{OH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $5\sqrt{6}$

해설

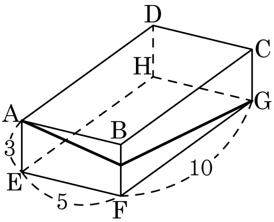
$$x = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 15 \times \frac{2}{3} = 5\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned}\overline{OH} &= \sqrt{15^2 - \left(5\sqrt{3}\right)^2} \\ &= \sqrt{225 - 75} \\ &= \sqrt{150} = 5\sqrt{6}\end{aligned}$$

해설

정사면체의 높이는 $\frac{\sqrt{6}}{3}a$ 이므로 $\frac{\sqrt{6}}{3} \times 15 = 5\sqrt{6}$

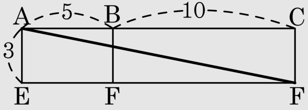
2. 다음 직육면체에서 꼭짓점 A에서 모서리 BF를 거쳐 점 G에 이르는 최단거리를 구하면?



① $\sqrt{243}$ ② $3\sqrt{26}$ ③ $2\sqrt{89}$ ④ $2\sqrt{41}$ ⑤ $5\sqrt{10}$

해설

$\overline{AG} = \sqrt{3^2+(5+10)^2} = \sqrt{9+225} = \sqrt{234} = 3\sqrt{26}$



3. 다음 중 삼각비의 값의 대소 관계로 옳은 것을 고르면?

① $\sin 20° > \sin 49°$

② $\sin 31° > \cos 31°$

③ $\sin 20° = \cos 30°$

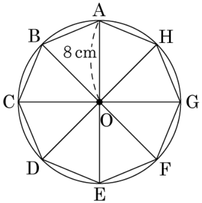
④ $\sin 45° > \cos 45°$

⑤ $\sin 23° < \cos 23°$

해설

$0° \leq x \leq 45°$ 인 범위에서 $\sin x < \cos x$ 이고, $x = 45°$ 일 때, $\sin x = \cos x < \tan x$ 이다.

4. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 8cm 인 원에 내접하는 정팔각형의 넓이를 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm^2

▷ **정답 :** $128\sqrt{2}\,cm^2$

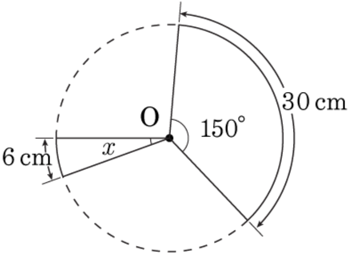
해설

$360° \div 8 = 45°$

($\triangle$AOH 의 넓이)$= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \sin 45°$이므로

(정팔각형의 넓이)$= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times 8 = 128\sqrt{2}\,(cm^2)$

5. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기는?



① 30° ② 35° ③ 40° ④ 45° ⑤ 50°

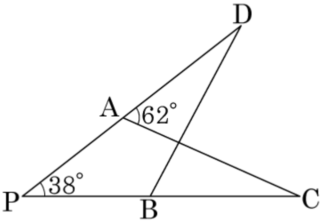
해설

$x : 150° = 6 : 30$

$30x = 900°$

$\therefore x = 30°$

6. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D 가 한 원 위에 있을 때, ∠ADB 의 크기를 구하여라.



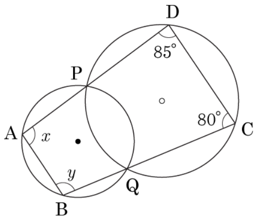
▶ 답 : ________ °

▷ 정답 : 24 °

해설

△APC에서 ∠ACP = 62° − 38° = 24°
네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로
∠ADB = ∠ACB = 24°

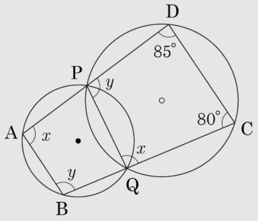
7. 다음 그림에서 $\angle PAB = x°, \angle ABQ = y°$ 라 할 때, $y - x$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

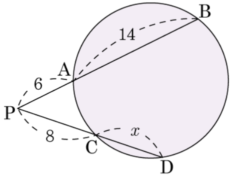


보조선 $\overline{PQ}$ 를 연결하면 내접하는 사각형의 성질에 의해 $\angle PAB = \angle PQC,\ \angle ABQ = \angle PDQ$

대각의 합 $x° + 85° = 180°,\ y° + 80° = 180°$ 이다.

$x° = 95°,\ y° = 100°\quad \therefore y - x = 100 - 95 = 5$

8. 다음 그림에서 x 의 길이를 구하면?



① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$ 이므로 $8\times(8+x)=6\times 20,\ x=7$

9. 다음 표는 동건이의 일주일동안 수학공부 시간을 조사하여 나타낸 것이다. 수학공부 시간의 평균은?

요일	일	월	화	수	목	금	토
시간	2	1	0	3	2	1	5

① 1시간　② 2시간　③ 3시간

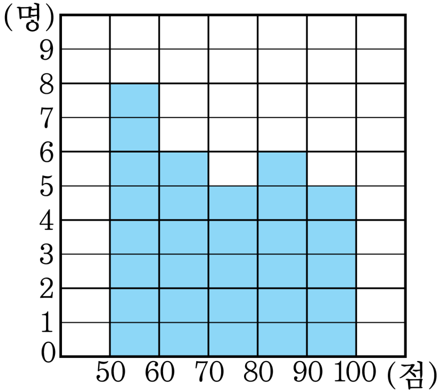
④ 4시간　⑤ 5시간

해설

$(\text{평균}) = \dfrac{\{(\text{변량})\text{의 총합}\}}{\{(\text{변량})\text{의 갯수}\}}$ 이므로

$\dfrac{2+1+0+3+2+1+5}{7} = \dfrac{14}{7} = 2(\text{시간})$ 이다.

10. 다음은 희종이네 반 학생 30 명의 수학 성적을 나타낸 히스토그램이다. 희종이네 반 학생들의 수학 성적의 분산과 표준편차를 차례대로 구하면?



① $\frac{53}{2}, \frac{\sqrt{106}}{2}$ ② $\frac{161}{2}, \frac{\sqrt{322}}{2}$ ③ $\frac{571}{3}, 4\sqrt{11}$
④ $\frac{628}{3}, \frac{2\sqrt{471}}{3}$ ⑤ $\frac{525}{4}, 5\sqrt{21}$

해설

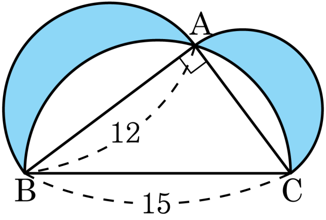
평균: $\frac{55\times8+65\times6+75\times5+85\times6}{30}+\frac{95\times5}{30}=73$

편차: $-18,\ -8,\ 2,\ 12,\ 22$

분산: $\frac{(-18)^2\times8+(-8)^2\times6+2^2\times5+12^2}{30}+\frac{6+22^2\times5}{30}=\frac{628}{3}$

표준편차: $\sqrt{\frac{628}{3}}=\frac{2\sqrt{471}}{3}$

11. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이는?



① 27 ② 54 ③ 81 ④ 100 ⑤ 108

해설

색칠한 부분의 넓이는 큰 반원 안 직각삼각형의 넓이와 같다.

직각삼각형의 나머지 한 변이 9 이므로 그 넓이는 $\frac{1}{2}\times12\times9=54$

따라서 넓이는 54 이다.

12. 한 변의 길이가 10 cm 인 정육각형의 넓이는 $a\sqrt{b}\,\text{cm}^2$ 이다. $\frac{a}{b}$ 를 구하시오. (단, b는 최소자연수이다.)

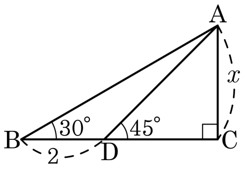
① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

해설

정육각형은 6 개의 정삼각형으로 이루어져 있으므로 $\frac{\sqrt{3}}{4}\times 10^2\times 6 = 150\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ 이다.

$\therefore\ \frac{a}{b} = \frac{150}{3} = 50$

13. 다음 그림에서 $\overline{BD} = 2$일 때, $\overline{BC}$의 길이는?



① $1+\sqrt{2}$　② $1+\sqrt{3}$

③ $2+\sqrt{3}$　④ $3+\sqrt{3}$

⑤ $4+\sqrt{3}$

해설

$\overline{AC} = x$라 하면

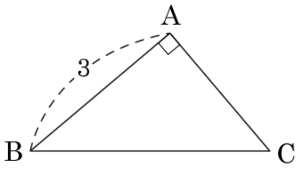
$1 : \sqrt{3} = x : x+2$

$\sqrt{3}x = x+2$

$(\sqrt{3}-1)x = 2,\ x = \dfrac{2}{\sqrt{3}-1} = \sqrt{3}+1$ 이다.

따라서 $\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{DC} = 3+\sqrt{3}$ 이다.

14. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\cos C = \frac{1}{2}$ 이고 $\overline{AB}$ 가 3 일 때, △ABC 의 둘레의 길이는?



① $3(1+\sqrt{3})$ ② $3(2+\sqrt{3})$ ③ $3(2-\sqrt{3})$

④ $3(2+\sqrt{5})$ ⑤ $3(3-\sqrt{5})$

해설

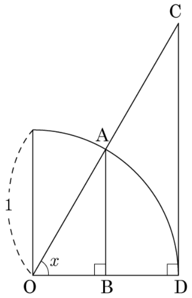
$\cos C = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{1}{2}$ 이므로 $\sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan C = \sqrt{3}$ 이다.

$3 = \overline{AC}\tan C = \overline{AC} \times \sqrt{3} = 3,\ \overline{AC} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$ 이고,

피타고라스 정리에 의해 $\overline{BC} = \sqrt{3^2 + (\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{3}$ 이다.

따라서 삼각형 ABC 의 둘레의 길이는 $3+\sqrt{3}+2\sqrt{3} = 3+3\sqrt{3} = 3(1+\sqrt{3})$ 이다.

15. 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 $\tan x$ 를 나타내는 선분은?



① $\overline{AB}$　② $\overline{CD}$　③ $\overline{OB}$　④ $\overline{OD}$　⑤ $\overline{BD}$

해설

$\overline{OD}=1$, $\triangle COD$ 에서 $\tan x = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \overline{CD}$

$\therefore \tan x = \overline{CD}$

16. 다음 표를 이용하여
$(\tan 44° + \cos 46° - 2\sin 45°) \times 10000$ 의 값을 구하여라.

각도	sin	cos	tan
44°	0.6947	0.7193	0.9657
45°	0.7071	0.7071	1.0000
46°	0.7193	0.6947	1.0355

① 246 ② 967 ③ 1760 ④ 2462 ⑤ 3240

해설

$\tan 44° = 0.9657$

$\cos 46° = 0.6947$

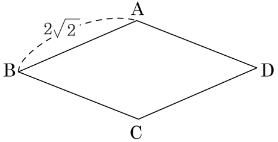
$\sin 45° = 0.7071$

$\therefore (\tan 44° + \cos 46° - 2\sin 45°) \times 10000$

$= \{0.9657 + 0.6947 - (2 \times 0.7071)\} \times 10000$

$= (1.6604 - 1.4142) \times 10000 = 2462$

17. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 $2\sqrt{2}$ 이고, 넓이가 $4\sqrt{2}$ 인 마름모의 한 예각의 크기는?
(단, $0° < \angle B < 90°$)

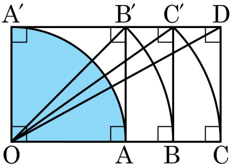


① $30°$ ② $40°$ ③ $45°$ ④ $60°$ ⑤ $75°$

해설

마름모는 네 변의 길이가 모두 같으므로
□ABCD 의 넓이는 $2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} \times \sin x° = 4\sqrt{2}$
$x = 45°$ 이다.

18. 다음 그림과 같이 □OAB′A′은 정사각형이고 두 점 B, C는 각각 점 O를 중심으로 하고, $\overline{OB'}$, $\overline{OC'}$을 반지름으로 하는 원을 그릴 때 x축과 만나는 교점이다. $\overline{OC} = 2\sqrt{3}\,\text{cm}$일 때, 사분원 OAA′의 넓이는?



① $\pi\,\text{cm}^2$　　② $2\pi\,\text{cm}^2$　　③ $3\pi\,\text{cm}^2$

④ $4\pi\,\text{cm}^2$　　⑤ $\sqrt{3}\pi\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{OA} = x$라고 하면

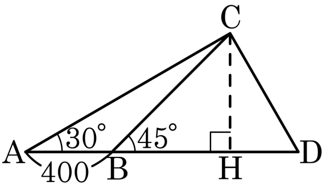
$\overline{OC} = \sqrt{x^2 + x^2 + x^2} = x\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

$\therefore x = 2$

따라서 사분원 OAA′의 넓이는

$\frac{1}{4} \times 2^2 \times \pi = \pi(\text{cm}^2)$이다.

19. 다음 조건을 만족하는 $\overline{CH}$의 길이를 구하면?



㉠ $\overline{AB}=400$, $\angle A=30°$, $\angle CBH=45°$ ㉡ $\overline{CH}\perp\overline{AH}$

① $50(\sqrt{3}+1)$　② $100(\sqrt{3}+1)$　③ $200(\sqrt{3}+1)$

④ $300(\sqrt{3}+1)$　⑤ $350(\sqrt{3}+1)$

해설

$\overline{CH}=x$라 하면 $\overline{BH}=x$

$\triangle ACH$에서 $\overline{CH}:\overline{AH}=1:\sqrt{3}$

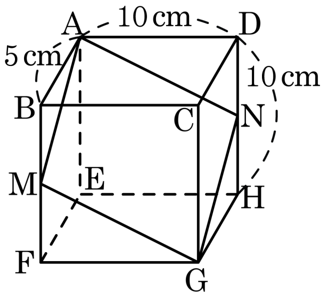
$x:(400+x)=1:\sqrt{3}$

$400+x=\sqrt{3}x$

$(\sqrt{3}-1)x=400$

$x=200(\sqrt{3}+1)$

20. 다음 그림과 같은 직육면체에서 $\overline{BF}$ 의 중점을 M , $\overline{DH}$ 의 중점을 N 이라 할 때, □AMGN 의 넓이를 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm^2

▷ **정답 :** 75 cm^2

해설

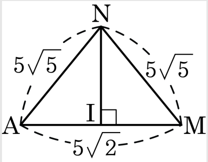
□AMGN 은 평행사변형이므로

□AMGN = 2△AMN

$\overline{AM} = \sqrt{5^2+5^2} = 5\sqrt{2}(\text{cm})$

$\overline{AN} = \sqrt{10^2+5^2} = 5\sqrt{5}(\text{cm})$

△AMN 은 $\overline{AN} = \overline{MN}$ 인 이등변삼각형이다.



$\overline{NI} = \sqrt{\overline{AN}^2 - \overline{AI}^2}$

$= \sqrt{(5\sqrt{5})^2 - \left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{15\sqrt{2}}{2}(\text{cm})$

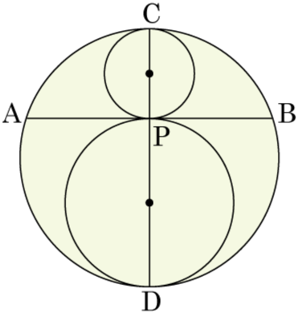
(□AMGN의 넓이) = 2 × (△AMN의 넓이)

$= 2 \times \frac{1}{2} \times \overline{AM} \times \overline{NI}$

$= 5\sqrt{2} \times \frac{15\sqrt{2}}{2}$

$= 75(\text{cm}^2)$

21. 서로 외접하는 두 원이 큰 원에 그림과 같이 내접하고 있다. 작은 두 원의 넓이가 각각 $9\pi, 16\pi$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



① $8\sqrt{3}$ ② $5\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $4\sqrt{5}$

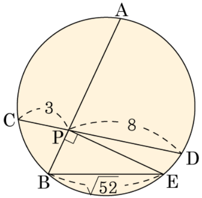
해설

작은 두 원의 넓이가 각각 $9\pi, 16\pi$ 이므로 반지름은 각각 $3, 4$ 이다.

$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$ 이므로 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=6\cdot 8=48$

$\overline{PA}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$, 따라서 $\overline{AB}$ 의 길이는 $8\sqrt{3}$ 이다.

22. 다음 그림에서 점 P 는 $\overline{AB}$ 와 $\overline{CD}$ 의 교점이고, $\overline{AP} = \overline{EP}$, $\angle BPE = 90°$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하면?



① 9 ② $5\sqrt{2}$ ③ 10 ④ $5\sqrt{3}$ ⑤ 11

해설

$\overline{AP} = x$ $\overline{BP} = y$ 라 하면

$xy = 24$ ($\because$ 원과 비례관계)

$x^2 + y^2 = 52$ ($\because$ $\triangle PBE$ 피타고라스 정리)

$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$

$(x+y)^2 = 52 + 48 = 100$

$\therefore$ $x + y = 10$

23. 지호네 반 학생 40명의 몸무게의 평균은 60 kg이다. 두명의 학생이 전학을 간 후 나머지 38명의 몸무게의 평균이 59.5 kg이 되었을 때, 전학을 간 두 학생의 몸무게의 평균은?

① 62.5 kg ② 65.5 kg ③ 67 kg

④ 69 kg ⑤ 69.5 kg

해설

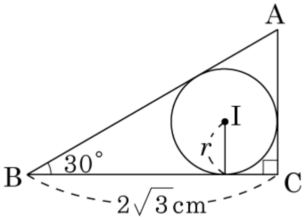
40명의 몸무게의 총합 : $60 \times 40 = 2400(\text{kg})$

전학생 2명을 뺀 38명의 몸무게의 총합 : $59.5 \times 38 = 2261(\text{kg})$

전학생 2명의 몸무게의 총합 : $2400 - 2261 = 139(\text{kg})$

$\therefore$ (전학생 2명의 몸무게의 평균)$= \dfrac{139}{2} = 69.5(\text{kg})$

24. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle B = 30°$ 이고, $\overline{BC} = 2\sqrt{3}\,\text{cm}$ 일 때, 내접원 I 의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ____________ cm

▷ 정답 : $\sqrt{3} - 1$ cm

해설

$\overline{AC} = \overline{BC}\tan 30° = 2\sqrt{3} \times \dfrac{1}{\sqrt{3}} = 2\ (\text{cm})$

또, $\cos 30° = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$ 이므로

$\overline{AB} = \dfrac{\overline{BC}}{\cos 30°} = 2\sqrt{3} \times \dfrac{2}{\sqrt{3}} = 4\ (\text{cm})$

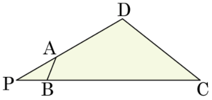
$\triangle ABC$ 의 넓이를 이용하면

$\dfrac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AC} = \triangle IBC + \triangle ICA + \triangle IAB$

$2\sqrt{3} = \dfrac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times r + \dfrac{1}{2} \times 2 \times r + \dfrac{1}{2} \times 4 \times r$

$\left(3 + \sqrt{3}\right) r = 2\sqrt{3} \qquad \therefore\ r = \sqrt{3} - 1\ (\text{cm})$

25. 다음 그림에서 $\overline{AP}=6$, $\overline{DP}=16$, $\overline{BP}=4$ 이고, 사각형 ABCD 는 한 원 위에 있는 점일 때, 선분 BC 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

점 A, B, C, D 가 한 원 위에 있으므로 $\overline{PA}\cdot\overline{PD}=\overline{PB}\cdot\overline{PC}$

따라서 $\overline{PC}=\dfrac{\overline{PA}\cdot\overline{PD}}{\overline{PB}}=24$ 이고,

$\overline{BC}=24-4=20$