

1. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 5 는 5 의 약수이다.
- ② 6 은 6 의 배수이다.
- ③ 1 은 모든 자연수의 약수이다.
- ④ 15 는 15 의 배수인 동시에 약수이다.
- ⑤ 7 은 7 의 약수이지만 배수는 아니다.

해설

모든 자연수는 자기 자신의 약수인 동시에 배수이다. 따라서 ⑤이다.

2. 108 을 소인수분해 한 것으로 옳은 것은?

① 4×27

② $2^2 \times 3^3$

③ $2^2 \times 3^2$

④ $2^2 \times 3 \times 5$

⑤ $2^3 \times 3^2$

해설

$$2 \overline{)108}$$

$$2 \overline{)54}$$

$$3 \overline{)27}$$

$$3 \overline{)9}$$

$$3$$

3. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 0 은 양수도 음수도 아니다.
- ② 정수는 자연수, 0 , 음의 정수로 이루어져 있다.
- ③ 유리수는 분모가 0 이 아닌 분수의 꼴로 나타낼수 있는 수를 말한다.
- ④ 양의 유리수와 음의 유리수를 통틀어 유리수라고 한다.
- ⑤ 모든 정수는 유리수이다.

해설

④ 양의 유리수, 0 , 음의 유리수를 통틀어 유리수라고 한다.

4. 다음 두 조건을 만족하는 수 A 를 구하면?

ㄱ. A 와 B 의 절댓값은 같다.

ㄴ. A 는 B 보다 6 만큼 크다.

① -6

② -3

③ 0

④ 3

⑤ 6

해설

두 수는 원점으로부터 같은 거리에 있고 6 만큼 떨어져 있으므로
 $A = 3$, $B = -3$ 이다.

5. 절댓값이 6보다 작은 정수의 개수는?

① 10개

② 11개

③ 12개

④ 13개

⑤ 14개

해설

절댓값이 6보다 작은 정수는 $-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ 이므로 11개이다.

6. 다음 부등호를 사용하여 나타낸 것 중 옳지 않은 것은?

① a 는 5 보다 크거나 같다. $\Rightarrow 5 \leq a$

② b 는 -3 보다 작거나 같다. $\Rightarrow b \leq -3$

③ c 는 2 보다 크고 5 보다 크지 않다. $\Rightarrow 2 < c \leq 5$

④ d 는 2 초과 5 이하이다. $\Rightarrow 2 < d \leq 5$

⑤ e 는 1보다 작지 않고 3미만이다. $\Rightarrow 1 < e < 3$

해설

e 는 1 보다 작지 않고 3 미만이다. $\Rightarrow 1 \leq e < 3$

7. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $(-2) \times (-2.5) = 5$

② $\frac{1}{3} \times \left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{1}{4}$

③ $(+2.5) \times \left(-\frac{4}{5}\right) = -2$

④ $\left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{3}{2}\right) \times (-5.4) = \frac{27}{5}$

⑤ $\left(-\frac{1}{3}\right) \times \left(-\frac{3}{5}\right) \times \left(-\frac{25}{8}\right) = -\frac{5}{8}$

해설

④ $\left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{3}{2}\right) \times (-5.4) = -\frac{27}{5}$

8. 다음 중 나머지 것과 다른 하나는?

① $a \div b \times c$

② $a \div b \div c$

③ $a \times (c \div b)$

④ $a \div (b \div c)$

⑤ $(a \times c) \div b$

해설

① $a \times \frac{1}{b} \times c = \frac{ac}{b}$

② $a \div b \div c = a \times \frac{1}{b} \times \frac{1}{c} = \frac{a}{bc}$

③ $a \times \left(c \times \frac{1}{b}\right) = \frac{ac}{b}$

④ $a \div \frac{b}{c} = a \times \frac{c}{b} = \frac{ac}{b}$

⑤ $a \times c \times \frac{1}{b} = \frac{ac}{b}$

9. 다음 중 200의 약수가 아닌 것은?

① 2×5

② $2^2 \times 5^2$

③ 2×5^3

④ $2^3 \times 5$

⑤ 5^2

해설

$$200 = 2^3 \times 5^2$$

200의 약수

	1	5	5^2
1	1	5	5^2
2	2	2×5	2×5^2
2^2	2^2	$2^2 \times 5$	$2^2 \times 5^2$
2^3	2^3	$2^3 \times 5$	$2^3 \times 5^2$

이므로 아닌 것은 ③이다.

10. 자연수 a 의 약수의 개수를 $A(a)$ 로 나타낸다고 한다. 이때, $\{A(225) + A(360)\} \times A(x) = 165$ 를 만족시키는 자연수 x 중에서 가장 작은 수는?

① 10

② 12

③ 14

④ 16

⑤ 18

해설

$$225 = 3^2 \times 5^2, 360 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \text{ 에서}$$

$$A(225) = (2 + 1) \times (2 + 1) = 9$$

$$A(360) = (3 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 24$$

$$\{A(225) + A(360)\} \times A(x) = 165$$

$$33 \times A(x) = 165$$

$$\therefore A(x) = 5$$

$$5 = 4 + 1 \text{ 이므로}$$

$$\text{가장 작은 } x = 2^4 = 16$$

11. $20 \times \square$ 의 약수의 개수가 18개일 때, $\square$ 안에 들어갈 가장 작은 자연수는?

① 4

② 8

③ 9

④ 25

⑤ 49

해설

(i) $\square = 2^a$ 일 때 $18 = (8 + 1) \times (1 + 1)$ 이므로

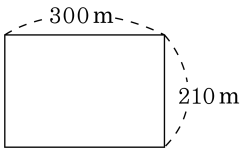
$$\square = 2^6 = 64$$

(ii) $\square \neq 2^a$ 일 때 $18 = (2 + 1) \times (a + 1) \times (1 + 1)$

$a = 2$, 가장 작은 자연수는 $3^2 = 9$

$\therefore$ (i), (ii)에서 가장 작은 자연수는 9

12. 다음 그림과 같이 가로와 세로의 길이가 300m, 세로의 길이가 210m 인 직사각형 모양의 땅의 둘레에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 하고 나무를 가능한 한 적게 심으려고 할 때, 필요한 나무의 그루수는?



① 32 그루

② 34 그루

③ 36 그루

④ 38 그루

⑤ 40 그루

해설

나무의 간격은 $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$,

$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ 의 최대공약수 30 (m),

나무 사이의 간격을 30m 라 할 때,

가로 $300 = 30 \text{ (m)} \times 10 \text{ (그루)}$

세로 $210 = 30 \text{ (m)} \times 7 \text{ (그루)}$

직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 필요한 나무 그루수는

$(10 + 7) \times 2 = 34 \text{ (그루)}$

13. 두 자연수의 곱이 1920 이고, 최대공약수가 16 일 때, 이 두 수의 최소공배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면

$A \times B = L \times G$ 이므로

$1920 = L \times 16$ 이다.

$\therefore L = 120$

14. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\frac{15}{3}$ 는 정수 아닌 유리수이다.
- ② 1은 자연수이면서 유리수이다.
- ③ 0은 자연수가 아니다.
- ④ $-\frac{9}{2}$ 는 자연수가 아니다.
- ⑤ 0은 정수이면서 유리수이다.

해설

$\frac{15}{3}$ 는 정수이다.

15. 수직선 위에서 두 수 a, b 에 대응하는 두 점 사이의 거리가 8 이고 두 점의 한 가운데에 있는 점이 나타내는 수가 2 일 때 a 의 값을 구하여라.
(단, $b > a$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

a, b 두 점의 한 가운데에 있는 점이 2 일 때, 두 점 사이의 거리가 8 이므로 2를 기준점으로 오른쪽으로 4 만큼 이동한 점과 왼쪽으로 4 만큼 이동한 점이 된다. 여기에서 $b > a$ 이므로 b 는 2 에서 오른쪽으로 4 만큼 이동한 점이다. 즉, b 는 6 이다. a 는 2 에서 왼쪽으로 4 만큼 이동한 점이므로 -2 이다.

16. 절댓값이 4 보다 크고 7 보다 작은 정수는 모두 몇 개인가?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

절댓값이 4 보다 크고 7 보다 작은 정수 :

-6, -5, 5, 6(4개)

17. 절댓값이 같은 두 정수 사이의 거리가 10 일 때, 이 두 수의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -25

해설

절댓값이 같으므로 두 수는 원점에서 같은 거리에 있다. 두 수의 거리가 10 이므로 원점에서 두 수까지의 거리는 각각 5 이다. 이 중 작은 수를 a , 큰 수를 b 라 하면, $b = -a$ 이므로 $a \times b = a \times (-a) = -a^2$ 이다.

$$\therefore a \times b = -a^2 = -25$$

18. 절댓값이 $\frac{9}{2}$ 보다 작은 정수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9개

해설

$\frac{9}{2}$ 보다 작은 정수 : 4, 3, 2, 1, 0

절댓값이 4 인 수는 +4, -4

절댓값이 3 인 수는 +3, -3

절댓값이 2 인 수는 +2, -2

절댓값이 1 인 수는 +1, -1

절댓값이 0 인 수는 0

절댓값이 $\frac{9}{2}$ 보다 작은 정수는 -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4
로 9개다.

19. a 의 절댓값이 3이고, b 의 절댓값이 5일 때, $a+b$ 의 값이 될 수 있는 수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : +8

해설

$$a = 3, a = -3, b = 5, b = -5$$

$$a + b = 3 + 5 = 8$$

$$a + b = -3 + 5 = 2$$

$$a + b = 3 + (-5) = -2$$

$$a + b = (-3) + (-5) = -8$$

따라서 가장 큰 수는 +8이다.

20. -5 보다 $-\frac{1}{3}$ 만큼 작은 수를 a , 7 보다 $-\frac{1}{2}$ 만큼 큰 수를 b 라 할 때,
 $a < x \leq b$ 인 정수 x 의 개수는?

① 9 개

② 10 개

③ 11 개

④ 12 개

⑤ 13 개

해설

$$a = -5 - \left(-\frac{1}{3}\right) = -5 + \left(+\frac{1}{3}\right) = -\frac{14}{3}$$

$$b = 7 + \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{13}{2}$$

$\therefore -\frac{14}{3} < x \leq \frac{13}{2}$ 인 정수는 $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ 의
11 개이다.

21. 세 유리수 a, b, c 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $a - b = b - a$

② $a \times b \div c = a \times b \div a \times c$

③ $(a - b) - c = a - (b - c)$

④ $a \div \frac{1}{b} = a \times \frac{1}{b}$ (단, $b \neq 0$)

⑤ $a \times (b - c) = a \times b - a \times c$

해설

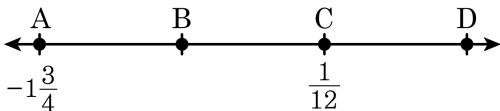
① $a - b = -b + a$

② $a \times b \div c = \frac{a \times b}{c}$, $a \times b \div a \times c = b \times c$

③ $(a - b) - c = a - b - c$, $a - (b - c) = a - b + c$

④ $a \div \frac{1}{b} = a \times b$

22. 수직선 위의 네 점 A, B, C, D 사이의 거리가 일정할 때, B + D 의 값은?



- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

점 A 와 점 C 사이의 거리는

$$\frac{1}{12} - \left(-1\frac{3}{4}\right) = \frac{1}{12} + 1\frac{3}{4} = \frac{1}{12} + \frac{7}{4} = \frac{1}{12} + \frac{21}{12} = \frac{11}{6}$$

점 A 와 점 B 사이의 거리는

$$\frac{11}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{11}{12}$$

$$\text{점 B 는 } \left(-1\frac{3}{4}\right) + \frac{11}{12} = -\frac{7}{4} + \frac{11}{12} = -\frac{21}{12} + \frac{11}{12} = -\frac{5}{6}$$

$$\text{점 D 는 } \frac{1}{12} + \frac{11}{12} = 1$$

$$\therefore B + D = \left(-\frac{5}{6}\right) + 1 = \frac{1}{6}$$

23. 자연수 a, b, c 에 대하여 $5 \times a = 7 \times b = c^2$ 을 만족하는 c 의 값으로 가능하지 않은 것은?

① 35

② 70

③ 105

④ 140

⑤ 180

해설

$5 \times a = 7 \times b = c^2$ 에서

i) $a = 5 \times 7^2$, $b = 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (5 \times 7^2) = 7 \times (5^2 \times 7) = (5 \times 7)^2 = 35^2$

ii) $a = 2^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (2^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (2^2 \times 5^2 \times 7) = (2 \times 5 \times 7)^2 = 70^2$

iii) $a = 3^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 3^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (3^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (3^2 \times 5^2 \times 7) = (3 \times 5 \times 7)^2 = 105^2$

iv) $a = 4^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 4^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (4^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (4^2 \times 5^2 \times 7) = (4 \times 5 \times 7)^2 = 140^2$

따라서 c 의 값으로 가능한 것은 35, 70, 105, 140, ... 이다.

24. 가로 12 cm, 세로 16 cm 인 직사각형 모양의 카드로 한 변의 길이가 2 m 보다 작은 정사각형을 만들 때, 만들 수 있는 가장 큰 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 192 cm

해설

정사각형의 한 변의 길이는 12 와 16 의 공배수 중 200 보다 작은 자연수이다. 12 와 16 의 최소공배수는 48 이고, 48 의 배수 중 200 보다 작은 자연수는 48, 96, 144, 192 이므로 정사각형의 한 변의 길이는 192 cm 이다.

25. 두 자리의 두 정수의 최소공배수가 792 이고 최대공약수가 11 이라고 한다. 이때, 이를 만족하는 두 정수의 합을 구하면?

① 87

② 99

③ 175

④ 183

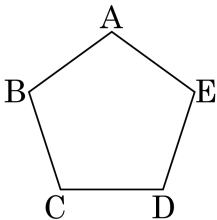
⑤ 187

해설

$792 = 2^3 \times 3^2 \times 11$ 이고, 두 수는 최대공약수 11 의 배수이고, 두 자리 수이므로 $11 \times 2^3 = 88$ 과 $11 \times 3^2 = 99$ 가 된다.

$$\therefore 88 + 99 = 187$$

26. 다음 그림과 같은 정오각형 ABCDE 의 각 꼭짓점 A, B, C, D, E 에 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ... 과 같이 숫자를 차례로 대응시킬 때, 50 과 100 사이의수 중에서 꼭짓점 D 에 오는 숫자는 모두 몇 개인지 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 10 개

해설

각 꼭짓점에는 5 로 나누었을 때 나머지가 1 인 수부터 차례로 써 나가면 되므로

D 에는 나머지가 4 인 수 중에서 50 과 100 사이의 수가 올 수 있다. 따라서 54, 59, ..., 99 까지 10 개가 된다.

27. $\left(\frac{x}{3}\right.\)의 절댓값 $\left.)\leq 3\right.$ 인 정수 a, b 에 대하여 $a+b>0, a\times b<0$ 일 때,
 $a-b$ 의 값 중 가장 큰 수를 만족하는 a, b 의 값을 써라.$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a=9$

▷ 정답: $b=-6$

해설

$|x|\leq 9$ 인 정수는 $-9, -6, -3, 0, 3, 6, 9$ 이므로

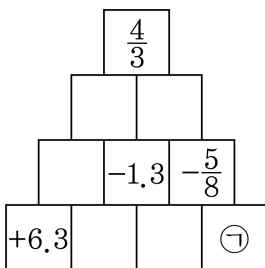
$a=9, b=-6$ 일 때,

$$a+b=9-6>0 \text{ (참)}$$

$$a\times b=9\times(-6)<0 \text{ (참)}$$

$$a-b=9-(-6)=15$$

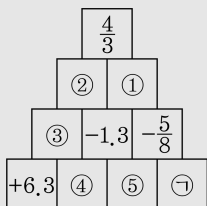
28. 다음 그림에서 이웃하는 두 수의 합을 위쪽 빈칸에 써 넣을 때, ㉠에 들어갈 수를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{16}{15}$

해설



$$\textcircled{1} \left(-\frac{13}{10} \right) + \left(-\frac{5}{8} \right) = \left(-\frac{54}{40} \right) + \left(-\frac{25}{40} \right) = -\frac{77}{40}$$

$$-\frac{77}{40} + \textcircled{2} = \frac{4}{3}, \textcircled{2} = \frac{4}{3} + \frac{77}{40} \text{ 이므로}$$

$$\textcircled{2} = \frac{160}{120} + \frac{231}{120} = \frac{391}{120}$$

$$\textcircled{3} + (-1.3) = \frac{391}{120} \text{ 이므로}$$

$$\textcircled{3} = \frac{391}{120} + \frac{13}{10} = \frac{391}{120} + \frac{156}{120} = \frac{547}{120}$$

$$\frac{547}{120} = (+6.3) + \textcircled{4} \text{ 이므로}$$

$$\textcircled{4} = \frac{547}{120} - \left(+\frac{63}{10} \right) = \frac{547}{120} - \frac{756}{120} = -\frac{209}{120}$$

$$-\frac{209}{120} + \textcircled{5} = -1.3 \text{ 이므로}$$

$$\textcircled{5} = (-1.3) - \left(-\frac{209}{120} \right) = -\frac{13}{10} + \frac{209}{120} = -\frac{156}{120} + \frac{209}{120} = \frac{53}{120}$$

$$\textcircled{7} + \left(\frac{53}{120} \right) = -\frac{5}{8} \text{ 이므로}$$

$$\textcircled{7} = -\frac{5}{8} - \frac{53}{120} = -\frac{75}{120} - \frac{53}{120} = -\frac{128}{120} = -\frac{16}{15}$$

29. 두 정수 a, b 에 대하여 0보다 8 작은 수를 a , 수직선 위에서 -5 와 9 를 나타내는 두 점의 한 가운데 있는 점이 나타내는 수를 b 라고 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

0보다 8 작은 수는 $0 - (+8) = -8 = a$

-5 와 9 의 한 가운데 점은 $\frac{-5 + (+9)}{2} = \frac{+4}{2} = +2 = b$ 이다.

따라서 $a - b = (-8) - (+2) = (-8) + (-2) = -10$ 이다.

30. 철수는 (보기)의 네 개의 유리수 중에서 어느 세 수를 골라 서로 곱하여 최댓값을 찾으려고 한다. 철수가 구한 최댓값은?

보기

$$-3, -\frac{1}{3}, -\frac{3}{2}, +2$$

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 9

해설

곱해서 가장 큰 수는 $(-3) \times (+2) \times \left(-\frac{3}{2}\right) = 9$

31. 다음 중 그 값이 두 번째로 큰 수를 구하시오.

$$\textcircled{\text{㉠}} \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \times (-2)^3 \times (-1^{22})$$

$$\textcircled{\text{㉡}} -\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \times (-1)^7$$

$$\textcircled{\text{㉢}} \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times (-6)^2 \times (-1)^{23}$$

$$\textcircled{\text{㉣}} -\left(-\frac{3}{4}\right)^2 \times (-2)^3$$

▶ 답 :

▶ 정답 : $\textcircled{\text{㉠}}$

해설

$$\textcircled{\text{㉠}} \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \times (-2)^3 \times (-1^{22}) = \frac{1}{4} \times (-8) \times (-1) = 2$$

$$\textcircled{\text{㉡}} -\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \times (-1)^7 = -\left(\frac{4}{9}\right) \times (-1) = \frac{4}{9}$$

$$\textcircled{\text{㉢}} \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times (-6)^2 \times (-1)^{23} = \frac{1}{9} \times 36 \times (-1) = -4$$

$$\textcircled{\text{㉣}} -\left(-\frac{3}{4}\right)^2 \times (-2)^3 = -\left(\frac{9}{16}\right) \times (-8) = \frac{9}{2}$$

32. 다음 표는 어느 날 5 개의 도시의 최고 기온과 최저 기온을 나타낸 것이다. 일교차가 가장 큰 도시는?

도시 \ 기온	최고기온(°C)	최저기온(°C)
A	-2.6	-10.8
B	-2	-6.8
C	-0.3	-5.2
D	2.4	-0.5
E	1	-1.8

- ① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

일교차란 최고기온과 최저기온의 차이를 뜻한다.

$A = 8.2$, $B = 4.8$, $C = 4.9$, $D = 2.9$, $E = 2.8$ 이므로 A 도시이다.

33. 10^n 에 가장 가까운 11의 배수 (단, n 은 자연수)를 작은 순서대로 $a_1, a_2, a_3, \dots$ 라 할 때, $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1111110

해설

11의 배수는 짝수 자리 수의 합에서 홀수 자리 수의 합을 뺀 절댓값이 0 이거나 11의 배수인 수이므로,

10^n 에서 가장 가까운 11의 배수를 차례대로 구해 보면,

$$10 \rightarrow 11,$$

$$10^2 \rightarrow 99,$$

$$10^3 \rightarrow 1001,$$

$$10^4 \rightarrow 9999,$$

$$10^5 \rightarrow 100001,$$

$$10^6 \rightarrow 999999,$$

$$\therefore a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 1111110$$

34. 자연수 a 에 대하여 $P(a)$ 는 약수의 개수를 나타낸 다고 할 때,
 $P(1200) = P(3^5 \times 7^n)$ 에서 n 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$1200 = 2^4 \times 3 \times 5^2$ 이므로

약수의 개수는 $(4+1) \times (1+1) \times (2+1) = 30$ (개)

$3^5 \times 7^n$ 의 약수의 개수는

$(5+1) \times (n+1) = 6(n+1)$ (개)

$6 \times (n+1) = 30$ 이므로 $n+1 = 5$ 이다.

$\therefore n = 4$

35. 1188 의 약수 중에서 11 과 서로소인 약수들의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 280

해설

$$1188 = 11 \times 108 = 11 \times 4 \times 27 = 2^2 \times 3^3 \times 11$$

11 과 서로소인 약수는 1188 의 약수 중 인수가 2 와 3 으로 이루어진 수이다.

→ 즉, $2^2 \times 3^3$ 의 약수이다.

$$\therefore (11 \text{ 과 서로소인 약수들의 총합}) = 1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 9 + 12 + 18 + 27 + 36 + 54 + 108 = 280$$

36. 두 자연수 $21 \times x$ 와 $15 \times x$ 의 공약수가 4 개일 때 x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수는 모두 몇 개인가?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$$21 \times x = 3 \times 7 \times x, \quad 15 \times x = 3 \times 5 \times x$$

두 수의 최대공약수는 $3 \times x$,

공약수, 즉 최대공약수의 약수가 4 개이므로

최대공약수는 $a \times b$ (단, a, b 는 소수, $a \neq b$) 또는 a^3 꼴이어야 한다.

따라서 x 가 될 수 있는 수는 2, 5, 7, 9 의 4 개이다.

37. 세 자연수 a, b, c 의 최대공약수를 $[a, b, c]$ 로 정의한다. x 는 100 이하의 자연수라 할 때, $[x, 105] = k$, $k = [a, b, c]$ 이고, $[a, b] = 6$, $[b, c] = 9$, $[c, a] = 21$ 이다. 이 때, x 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 23 개

해설

$[a, b] = 6$, $[b, c] = 9$, $[c, a] = 21$ 이므로, $[a, b, c] = 3$ 이다.

$[x, 105] = 3$ 이 되려면 x 는 3 의 인수를 가지면서 5 와 7 의 인수를 가지면 안 된다.

따라서 x 는 100 이하의 수 중 3 의 배수이면서 5 의 배수이거나 7 의 배수가 아닌 수이다.

이것은 3 의 배수의 개수를 구한 후 15 의 배수와 21 의 배수를 빼면 된다.

$$\therefore 33 - 6 - 4 = 23$$

38. 두 정수 x, y 에 대하여 $|x+3| + |y+2| = 15$ 를 만족하는 순서쌍 (x, y) 는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 60 개

해설

$0 \leq |x+3|$, $0 \leq |y+2|$ 이므로, $|x+3| + |y+2| = 15$ 를 만족하는 순서쌍 $(|x+3|, |y+2|)$ 은

$(|x+3|, |y+2|)$

$= (0, 15), (1, 14), (2, 13), (3, 12), (4, 11), (5, 10), (6, 9), (7, 8),$
 $(8, 7), (9, 6), (10, 5), (11, 4), (12, 3), (13, 2), (14, 1), (15, 0)$

x, y 가 0 을 되는 순서쌍을 제외하면 순서쌍마다 x, y 는 두 개의 값을 가지므로

$\therefore$ 순서쌍 (x, y) 의 개수 $= 2 \times 2 + 4 \times 14 = 60(\text{개})$

39. $|a + 3| = 5$, $|b - 1| = 3$ 일 때, $a - b$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. 이 때, $M + m + 6$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$|a + 3| = 5 \text{ 이므로 } a + 3 = 5 \text{ 또는 } a + 3 = -5$$

$$\therefore a = 2, -8$$

$$|b - 1| = 3 \text{ 이므로 } b - 1 = +3 \text{ 또는 } b - 1 = -3$$

$$\therefore b = 4 \text{ 또는 } b = -2$$

$$\text{따라서 } a - b \text{ 의 최댓값은 } M = 2 - (-2) = 4$$

$$a - b \text{ 의 최솟값은 } m = -8 - 4 = -12$$

$$\therefore M + m + 6 = 4 + (-12) + 6 = -2$$

40. 기호 $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수를 말한다. 기약분수 $\frac{k}{9}$ 에 대하여 $[\frac{k}{9} - 1] = 2$ 를 만족하는 k 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

▷ 정답 : 29

▷ 정답 : 31

▷ 정답 : 32

▷ 정답 : 34

▷ 정답 : 35

해설

$[\frac{k}{9} - 1] = 2$ 이므로 $2 \leq \frac{k}{9} - 1 < 3$ 이고, $3 \leq \frac{k}{9} < 4$ 이다.

$27 \leq k < 36$ 에서 9 와 서로소인 k 를 찾으면 된다.

$\therefore k = 28, 29, 31, 32, 34, 35$