**1.** 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $-2$의 제곱근은 $\sqrt{2}i$와 $-\sqrt{2}i$이다.

② $\sqrt{-2}\times\sqrt{-3}=-\sqrt{(-2)(-3)}$

③ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-4}}=\frac{\sqrt{2}}{2}i$

④ $\frac{\sqrt{-8}}{\sqrt{-2}}=\sqrt{\frac{-8}{-2}}$

⑤ $-\sqrt{-16}=-4i$

해설

③ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-4}}=\frac{\sqrt{2}}{2i}=-\frac{\sqrt{2}}{2}i$

**2.** 실수 $k$ 에 대하여 복소수 $z = 2(k-i) - k(1+i)^2$ 의 값이 실수가 되도록 하는 $k$ 의 값은?

① $-1$ ② $0$ ③ $1$ ④ $2$ ⑤ $3$

해설

$z = 2(k-i) - k(1+i)^2$ 의 값이 실수가 되려면 허수 부분이 0 이어야 한다.

$z = 2(k-i) - k(1+i)^2$

$= 2k - 2i - 2ki$

$= 2k - (2+2k)i$

허수 부분이 0이려면 $2 + 2k = 0$ 이어야 한다.

따라서 $k = -1$

**3.** 복소수 $(1+i)x^2-(1-4i)x-(2-3i)$가 실수일 때의 $x$값과 순허수일 때의 $x$값을 모두 곱한 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

준식을 전개하여 실수부와 허수부로 정리하면
$(x^2-x-2)+(x^2+4x+3)i$
실수가 되기위해서는 $x^2+4x+3=0$
$(x+1)(x+3)=0 \therefore\ x=-3,\ -1$
순허수가 되기 위해서는
$x^2-x-2=0$이고 $x^2+4x+3\neq 0$
$x=-1,\ 2$이고 $x\neq -3,\ -1 \therefore\ x=2$
$(-3)\times(-1)\times 2=6$

**4.** 실수 $x$, $y$ 대하여 $\dfrac{x}{1+i}+\dfrac{y}{1-i}=2-i$가 성립할 때, $2x+y$ 의 값은?

① 8 ② 7 ③ 5 ④ 4 ⑤ $\dfrac{9}{5}$

해설

$\dfrac{(1-i)x+(1+i)y}{(1+i)(1-i)}=2-i$

$\dfrac{(x+y)-(x-y)i}{2}=2-i$

$(x+y)-(x-y)i=4-2i$

복소수의 상등에 의해서

$x+y=4\cdots$㉠, $x-y=2\cdots$㉡

㉠, ㉡ 에서 $x=3,\ y=1\quad \therefore\ 2x+y=7$

**5.** 등식 $(x-2)+(2y+3)i=-7i$를 만족하는 실수 $x,\ y$에 대하여 $x+y$의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$ )

① $-3$　② $-1$　③ $1$　④ $2$　⑤ $4$

해설

$x-2=0,\ 2y+3=-7$

$\therefore\ x=2,\ y=-5$

**6.** $\sqrt{-3}\times\sqrt{-6}-\sqrt{8}\div\sqrt{-4}$ 을 $a+bi$ ($a, b$ 는 실수) 형태로 나타내면?

① $2\sqrt{2}+3i$ ② $-3\sqrt{2}+\sqrt{2}i$ ③ $-2\sqrt{3}+2\sqrt{2}i$
④ $2\sqrt{3}i$ ⑤ $3\sqrt{3}$

해설

$\sqrt{-3}\times\sqrt{-6}-\sqrt{8}\div\sqrt{-4}$
$=\sqrt{3}i\times\sqrt{6}i-\frac{2\sqrt{2}}{2i}$
$=-3\sqrt{2}+\sqrt{2}i$

**7.** $a=(1+i)^n$ 을 양의 실수가 되게 하는 최소의 자연수 $n$ 의 값과 그 때의 $a$ 의 값의 합을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$(1+i)^n=\{(1+i)^2\}^{\frac{n}{2}}=(2i)^{\frac{n}{2}}=2^{\frac{n}{2}}\cdot i^{\frac{n}{2}}$

$i^{\frac{n}{2}}$ 이 양의 실수가 되는 최소의 $n$ 의 값은 $i^4=1$ 이므로 $\frac{n}{2}=4$

$\therefore\ n=8$

$\therefore\ a=(2i)^4=16$

$\therefore\ n=8,\ a=16$

$\therefore\ n+a=24$

**8.** $f(x) = x^{61} + x^{47} + 1$ 이라고 할 때, $f\left(\dfrac{1-i}{1+i}\right) + f\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)$ 의 값은?
(단, $i = \sqrt{-1}$ )

① $-2$　② $-1$　③ $0$　④ $1$　⑤ $2$

해설

$f\left(\dfrac{1-i}{1+i}\right) = f(-i) = (-i)^{61} + (-i)^{47} + 1 = 1$

$f\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right) = f(i) = i^{61} + i^{47} + 1 = 1$

**9.** 허수단위 $i$에 대하여 $i+i^2+i^3+i^4+i^5+i^6$을 간단히하면?

① $1+i$　　② $-1+i$　　③ $2i$
④ $2+i$　　⑤ $2$

해설
$i+i^2+i^3+i^4+i^5+i^6$
$=i+(-1)+(-i)+1+i+(-1)$
$=-1+i$

**10.** 복소수에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 찾으면?

① $2+i$의 허수 부분은 $2i$ 이다.

② $-5i$는 순허수이다.

③ $i^3$은 허수이다.

④ $1+\sqrt{3}i$의 켤레복소수는 $1-\sqrt{3}i$이다.

⑤ $1-\frac{1}{i}$는 실수이다.

해설

① $2+i$ 의 허수부분 : $i$ (×)
② $-5i$ 는 순허수 (○)
③ $i^3=-i$ 허수(○)
④ $\overline{1+\sqrt{3}i}=1-\sqrt{3}i$ (○)
⑤ $1-\frac{1}{i}=1+i$ 복소수 (×)

**11.** 복소수 $z$의 켤레복소수를 $\bar{z}$라 할 때, $(1+2i)z+5(1-\bar{z}i)=0$ 을 만족시키는 복소수 $z$는?

① $1+3i$　② $1-3i$　③ $\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$
④ $\frac{1}{4}+\frac{3}{4}i$　⑤ $\frac{1}{4}-\frac{3}{4}i$

해설

$z=a+bi$ ($a,\ b$ 는 실수)라 놓으면 $\bar{z}=a-bi$
따라서, 준식은 $(1+2i)(a+bi)+5\{1-(a-bi)i\}=0$
$\therefore\ a-7b+5+(b-3a)i=0$
그런데, $a,\ b$가 실수이므로
$a-7b+5=0,\ b-3a=0$
이들을 연립하여 풀면 $a=\frac{1}{4},\ b=\frac{3}{4}$
$\therefore\ z=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}i$

**12.** 복소수 $z$의 켤레복소수가 $\bar{z}$일 때, 등식 $(1-i)\bar{z}+2iz=3-i$를 만족시키는 $z$를 구하면?

① $z=-1-2i$ ② $z=-2-2i$ ③ $z=-3-2i$
④ $z=-3-3i$ ⑤ $z=-3-4i$

해설

복소수 $z=x+yi(x, y$는 실수$)$, $\bar{z}=x-yi$라 놓으면
(준식) $=(1-i)(x-yi)+2i(x+yi)=3-i$
$x-yi-xi-y+2xi-2y=3-i$
$(x-3y)+(x-y)i=3-i$
복소수의 상등에 의하여
$x-3y=3, x-y=-1$
$x=-3, y=-2$
$\therefore\ z=-3-2i$

**13.** $z=\dfrac{\sqrt{2}}{1-i}$ 일 때, $z^4+z^2-\sqrt{2}z+1$ 의 값은?

① $-3$　　② $-2$　　③ $-1$　　④ $0$　　⑤ $1$

해설

$z=\dfrac{\sqrt{2}}{1-i}=\dfrac{\sqrt{2}(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\dfrac{\sqrt{2}(1+i)}{2}$

$z^2=\left(\dfrac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^2=\dfrac{2}{1-2i+i^2}=\dfrac{2}{-2i}=-\dfrac{1}{i}$

$=-\dfrac{i}{i^2}=i$

$\therefore\ z^4+z^2-\sqrt{2}z+1=i^2+i-\sqrt{2}\cdot\dfrac{\sqrt{2}(1+i)}{2}+1$

$=-1+i-(1+i)+1=-1$

**14.** $\dfrac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\dfrac{a+1}{a}}$ 일 때, $|\,a-1\,| + |\,a\,| + |\,a+1\,|$ 을 간단히 하면?

① $-a+2$　　② $-a$　　③ $2$

④ $a$　　⑤ $a-2$

해설

$a+1 \geq 0,\ a < 0 \Rightarrow -1 \leq a < 0$

$\therefore$ (준식) $= -(a-1) - (a) + (a+1)$

$= -a+2$

**15.** 복소수 $\alpha = 2 - i,\ \ \beta = -1 + 2i$ 일 때, $\alpha\overline{\alpha} + \overline{\alpha}\beta + \alpha\overline{\beta} + \beta\overline{\beta}$ 의 값은?
(단, $\overline{\alpha}$, $\overline{\beta}$ 는 각각 $\alpha$, $\beta$ 의 켤레복소수이고 $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

① 1　② 2　③ 4　④ 10　⑤ 20

해설

$$\begin{aligned}
&\alpha\overline{\alpha} + \overline{\alpha}\beta + \alpha\overline{\beta} + \beta\overline{\beta} \\
&= \overline{\alpha}(\alpha + \beta) + \overline{\beta}(\alpha + \beta) \\
&= (\alpha + \beta)(\overline{\alpha} + \overline{\beta}) \\
&= (\alpha + \beta)(\overline{\alpha + \beta}) \\
&= (1 + i)(1 - i) \\
&= 2
\end{aligned}$$

**16.** 복소수 $w = 2 - i$ 에 대하여 $\dfrac{w}{w+1} + \dfrac{\overline{w}}{\overline{w}+1}$ 의 값은? (단, $\overline{w}$ 는 $w$ 의 켤레복소수이다.)

① $\dfrac{3}{5}$ ② $\dfrac{7}{5}$ ③ $1$ ④ $\dfrac{7}{10}$ ⑤ $\dfrac{9}{10}$

해설

$\overline{w} = 2 + i$

$\dfrac{w}{w+1} + \dfrac{\overline{w}}{\overline{w}+1}$

$= \dfrac{2-i}{3-i} + \dfrac{2+i}{3+i}$

$= \dfrac{(2-i)(3+i)+(2+i)(3-i)}{(3-i)(3+i)}$

$= \dfrac{14}{10}$

$= \dfrac{7}{5}$

해설

$\omega + \overline{\omega} = 4, \omega\overline{\omega} = 5$

$$\begin{aligned}\frac{w}{w+1} + \frac{\overline{w}}{\overline{w}+1} &= \frac{2\omega\overline{\omega} + \omega + \overline{\omega}}{\omega\overline{\omega} + \omega + \overline{\omega} + 1} \\ &= \frac{10+4}{5+4+1} \\ &= \frac{7}{5}\end{aligned}$$

**17.** $\alpha = 1 - i$ 일 때, $\alpha\overline{\alpha}^2 + \alpha^2\overline{\alpha}$ 의 값은?
(단, $\overline{\alpha}$ 는 $\alpha$ 의 켤레복소수이고, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

① $-2i$　　② $2$　　③ $2i$
④ $4$　　⑤ $2+3i$

해설

$\alpha = 1 - i$ , $\overline{\alpha} = 1 + i$

$\alpha + \overline{\alpha} = 2, \alpha\overline{\alpha} = 2$

$$\begin{aligned}\alpha\overline{\alpha}^2 + \alpha^2\overline{\alpha} &= \alpha\overline{\alpha}(\alpha + \overline{\alpha}) \\ &= 2 \cdot 2 \\ &= 4\end{aligned}$$

**18.** $a^2(1+i)+a(2+i)-8-6i$가 순허수가 되도록 실수 $a$의 값을 구하면?

① $-10$ ② $-8$ ③ $-6$ ④ $-4$ ⑤ $-2$

해설

$a^2(1+i)+a(2+i)-8-6i$
$=(a^2+2a-8)+i(a^2+a-6)$
$=(a+4)(a-2)+i(a+3)(a-2)$
만약에 $a=2$가 되면 실수가 된다.
$a \neq 2$, $\therefore\ a=-4$

**19.** $i(x+2i)^2$ 이 실수가 되는 실수 $x$ 의 값을 정하면? (단, $i=\sqrt{-1}$ )

① $\pm 1$ ② $\pm 2$ ③ $\pm 3$ ④ $\pm 4$ ⑤ $\pm 5$

해설

$i(x+2i)^2 = i(x^2+4ix-4) = x^2i-4x-4i$
$\quad = -4x+(x^2-4)i$

실수가 되려면 허수부분이 0이면 된다.

$\therefore\ x^2-4=0 \quad \Rightarrow \quad x=\pm 2$

**20.** 등식 $3x-2yi=(2+i)^2$이 성립하는 $x$, $y$에 대하여 두 수를 곱하면?

① $-2$ ② $-1$ ③ $1$ ④ $2$ ⑤ $3$

해설

$3x-2yi=(2+i)^2=3+4i$

$x=1$, $y=-2$

$\therefore\ xy=-2$