

1. 다음 중 옳지 않은 것은?

① -2 의 제곱근은 $\sqrt{2}i$ 와 $-\sqrt{2}i$ 이다.

② $\sqrt{-2} \times \sqrt{-3} = -\sqrt{(-2)(-3)}$

③ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}i$

④ $\frac{\sqrt{-8}}{\sqrt{-2}} = \sqrt{\frac{-8}{-2}}$

⑤ $-\sqrt{-16} = -4i$

해설

③ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-4}} = \frac{\sqrt{2}}{2i} = -\frac{\sqrt{2}}{2}i$

2. 실수 k 에 대하여 복소수 $z = 2(k-i) - k(1+i)^2$ 의 값이 실수가 되도록 하는 k 의 값은?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$z = 2(k-i) - k(1+i)^2$ 의 값이 실수가 되려면 허수 부분이 0이어야 한다.

$$\begin{aligned} z &= 2(k-i) - k(1+i)^2 \\ &= 2k - 2i - 2ki \\ &= 2k - (2 + 2k)i \end{aligned}$$

허수 부분이 0이려면 $2 + 2k = 0$ 이어야 한다.

따라서 $k = -1$

3. 복소수 $(1+i)x^2 - (1-4i)x - (2-3i)$ 가 실수일 때의 x 값과 순허수일 때의 x 값을 모두 곱한 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

준식을 전개하여 실수부와 허수부로 정리하면

$$(x^2 - x - 2) + (x^2 + 4x + 3)i$$

실수가 되기 위해서는 $x^2 + 4x + 3 = 0$

$$(x+1)(x+3) = 0 \therefore x = -3, -1$$

순허수가 되기 위해서는

$$x^2 - x - 2 = 0 \text{ 이고 } x^2 + 4x + 3 \neq 0$$

$$x = -1, 2 \text{ 이고 } x \neq -3, -1 \therefore x = 2$$

$$(-3) \times (-1) \times 2 = 6$$

4. 실수 x, y 대하여 $\frac{x}{1+i} + \frac{y}{1-i} = 2-i$ 가 성립할 때, $2x+y$ 의 값은?

① 8

② 7

③ 5

④ 4

⑤ $\frac{9}{5}$

해설

$$\frac{(1-i)x + (1+i)y}{(1+i)(1-i)} = 2-i$$

$$\frac{(x+y) - (x-y)i}{2} = 2-i$$

$$(x+y) - (x-y)i = 4-2i$$

복소수의 상등에 의해서

$$x+y = 4 \cdots \textcircled{㉠}, \quad x-y = 2 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } x=3, y=1 \quad \therefore 2x+y=7$$

5. 등식 $(x - 2) + (2y + 3)i = -7i$ 를 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① -3

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 4

해설

$$x - 2 = 0, 2y + 3 = -7$$

$$\therefore x = 2, y = -5$$

6. $\sqrt{-3} \times \sqrt{-6} - \sqrt{8} \div \sqrt{-4}$ 을 $a + bi$ (a, b 는 실수) 형태로 나타내면?

① $2\sqrt{2} + 3i$

② $-3\sqrt{2} + \sqrt{2}i$

③ $-2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}i$

④ $2\sqrt{3}i$

⑤ $3\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{-3} \times \sqrt{-6} - \sqrt{8} \div \sqrt{-4} \\ &= \sqrt{3}i \times \sqrt{6}i - \frac{2\sqrt{2}}{2i} \\ &= -3\sqrt{2} + \sqrt{2}i \end{aligned}$$

7. $a = (1 + i)^n$ 을 양의 실수가 되게 하는 최소의 자연수 n 의 값과 그때의 a 의 값의 합을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$$(1 + i)^n = \{(1 + i)^2\}^{\frac{n}{2}} = (2i)^{\frac{n}{2}} = 2^{\frac{n}{2}} \cdot i^{\frac{n}{2}}$$

$i^{\frac{n}{2}}$ 이 양의 실수가 되는 최소의 n 의 값은 $i^4 = 1$ 이므로 $\frac{n}{2} = 4$

$$\therefore n = 8$$

$$\therefore a = (2i)^4 = 16$$

$$\therefore n = 8, a = 16$$

$$\therefore n + a = 24$$

8. $f(x) = x^{61} + x^{47} + 1$ 이라고 할 때, $f\left(\frac{1-i}{1+i}\right) + f\left(\frac{1+i}{1-i}\right)$ 의 값은?
(단, $i = \sqrt{-1}$)

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$f\left(\frac{1-i}{1+i}\right) = f(-i) = (-i)^{61} + (-i)^{47} + 1 = 1$$

$$f\left(\frac{1+i}{1-i}\right) = f(i) = i^{61} + i^{47} + 1 = 1$$

9. 허수단위 i 에 대하여 $i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 + i^6$ 을 간단히하면?

① $1 + i$

② $-1 + i$

③ $2i$

④ $2 + i$

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 + i^6 \\ &= i + (-1) + (-i) + 1 + i + (-1) \\ &= -1 + i \end{aligned}$$

10. 복소수에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 찾으려면?

① $2 + i$ 의 허수 부분은 $2i$ 이다.

② $-5i$ 는 순허수이다.

③ i^3 은 허수이다.

④ $1 + \sqrt{3}i$ 의 켈레복소수는 $1 - \sqrt{3}i$ 이다.

⑤ $1 - \frac{1}{i}$ 는 실수이다.

해설

① $2 + i$ 의 허수부분 : i (×)

② $-5i$ 는 순허수 (○)

③ $i^3 = -i$ 허수 (○)

④ $\overline{1 + \sqrt{3}i} = 1 - \sqrt{3}i$ (○)

⑤ $1 - \frac{1}{i} = 1 + i$ 복소수 (×)

11. 복소수 z 의 켤레복소수를 $\bar{z}$ 라 할 때, $(1 + 2i)z + 5(1 - \bar{z}i) = 0$ 을 만족시키는 복소수 z 는?

① $1 + 3i$

② $1 - 3i$

③ $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$

④ $\frac{1}{4} + \frac{3}{4}i$

⑤ $\frac{1}{4} - \frac{3}{4}i$

해설

$z = a + bi$ (a, b 는 실수)라 놓으면 $\bar{z} = a - bi$

따라서, 준식은 $(1 + 2i)(a + bi) + 5\{1 - (a - bi)i\} = 0$

$$\therefore a - 7b + 5 + (b - 3a)i = 0$$

그런데, a, b 가 실수이므로

$$a - 7b + 5 = 0, b - 3a = 0$$

$$\text{이들을 연립하여 풀면 } a = \frac{1}{4}, b = \frac{3}{4}$$

$$\therefore z = \frac{1}{4} + \frac{3}{4}i$$

12. 복소수 z 의 켤레복소수가 $\bar{z}$ 일 때, 등식 $(1-i)\bar{z} + 2iz = 3-i$ 를 만족시키는 z 를 구하면?

① $z = -1 - 2i$

② $z = -2 - 2i$

③ $z = -3 - 2i$

④ $z = -3 - 3i$

⑤ $z = -3 - 4i$

해설

복소수 $z = x + yi$ (x, y 는 실수), $\bar{z} = x - yi$ 라 놓으면

$$(\text{준식}) = (1-i)(x-yi) + 2i(x+yi) = 3-i$$

$$x-yi-xi-y+2xi-2y=3-i$$

$$(x-3y) + (x-y)i = 3-i$$

복소수의 상등에 의하여

$$x-3y=3, x-y=-1$$

$$x=-3, y=-2$$

$$\therefore z = -3 - 2i$$

13. $z = \frac{\sqrt{2}}{1-i}$ 일 때, $z^4 + z^2 - \sqrt{2}z + 1$ 의 값은?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$$z = \frac{\sqrt{2}}{1-i} = \frac{\sqrt{2}(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{\sqrt{2}(1+i)}{2}$$

$$\begin{aligned} z^2 &= \left(\frac{\sqrt{2}}{1-i} \right)^2 = \frac{2}{1-2i+i^2} = \frac{2}{-2i} = -\frac{1}{i} \\ &= -\frac{i}{i^2} = i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore z^4 + z^2 - \sqrt{2}z + 1 &= i^2 + i - \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}(1+i)}{2} + 1 \\ &= -1 + i - (1+i) + 1 = -1 \end{aligned}$$

14. $\frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{a+1}{a}}$ 일 때, $|a-1| + |a| + |a+1|$ 을 간단히 하면?

① $-a + 2$

② $-a$

③ 2

④ a

⑤ $a - 2$

해설

$$a+1 \geq 0, a < 0 \Rightarrow -1 \leq a < 0$$

$$\begin{aligned}\therefore (\text{준식}) &= -(a-1) - (a) + (a+1) \\ &= -a + 2\end{aligned}$$

15. 복소수 $\alpha = 2 - i$, $\beta = -1 + 2i$ 일 때, $\alpha\bar{\alpha} + \bar{\alpha}\beta + \alpha\bar{\beta} + \beta\bar{\beta}$ 의 값은?
(단, $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$ 는 각각 α , β 의 켤레복소수이고 $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

① 1

② 2

③ 4

④ 10

⑤ 20

해설

$$\begin{aligned} & \alpha\bar{\alpha} + \bar{\alpha}\beta + \alpha\bar{\beta} + \beta\bar{\beta} \\ &= \bar{\alpha}(\alpha + \beta) + \bar{\beta}(\alpha + \beta) \\ &= (\alpha + \beta)(\bar{\alpha} + \bar{\beta}) \\ &= (\alpha + \beta)\overline{(\alpha + \beta)} \\ &= (1 + i)(1 - i) \\ &= 2 \end{aligned}$$

16. 복소수 $w = 2 - i$ 에 대하여 $\frac{w}{w+1} + \frac{\bar{w}}{\bar{w}+1}$ 의 값은? (단, $\bar{w}$ 는 w 의 켤레복소수이다.)

① $\frac{3}{5}$

② $\frac{7}{5}$

③ 1

④ $\frac{7}{10}$

⑤ $\frac{9}{10}$

해설

$$\bar{w} = 2 + i$$

$$\frac{w}{w+1} + \frac{\bar{w}}{\bar{w}+1}$$

$$= \frac{2-i}{3-i} + \frac{2+i}{3+i}$$

$$= \frac{(2-i)(3+i) + (2+i)(3-i)}{(3-i)(3+i)}$$

$$= \frac{14}{10}$$

$$= \frac{7}{5}$$

해설

$$\omega + \bar{\omega} = 4, \omega\bar{\omega} = 5$$

$$\begin{aligned} \frac{w}{w+1} + \frac{\bar{w}}{\bar{w}+1} &= \frac{2\omega\bar{\omega} + \omega + \bar{\omega}}{\omega\bar{\omega} + \omega + \bar{\omega} + 1} \\ &= \frac{5 + 4 + 1}{7} \\ &= \frac{10}{7} \end{aligned}$$

17. $\alpha = 1 - i$ 일 때, $\alpha\bar{\alpha}^2 + \alpha^2\bar{\alpha}$ 의 값은?
(단, $\bar{\alpha}$ 는 α 의 켤레복소수이고, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

① $-2i$

② 2

③ $2i$

④ 4

⑤ $2 + 3i$

해설

$$\alpha = 1 - i, \bar{\alpha} = 1 + i$$

$$\alpha + \bar{\alpha} = 2, \alpha\bar{\alpha} = 2$$

$$\begin{aligned}\alpha\bar{\alpha}^2 + \alpha^2\bar{\alpha} &= \alpha\bar{\alpha}(\alpha + \bar{\alpha}) \\ &= 2 \cdot 2 \\ &= 4\end{aligned}$$

18. $a^2(1+i) + a(2+i) - 8 - 6i$ 가 순허수가 되도록 실수 a 의 값을 구하면?

① -10

② -8

③ -6

④ -4

⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} & a^2(1+i) + a(2+i) - 8 - 6i \\ &= (a^2 + 2a - 8) + i(a^2 + a - 6) \\ &= (a+4)(a-2) + i(a+3)(a-2) \end{aligned}$$

만약에 $a = 2$ 가 되면 실수가 된다.
 $a \neq 2, \therefore a = -4$

19. $i(x + 2i)^2$ 이 실수가 되는 실수 x 의 값을 정하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① ± 1

② ± 2

③ ± 3

④ ± 4

⑤ ± 5

해설

$$\begin{aligned} i(x + 2i)^2 &= i(x^2 + 4ix - 4) = x^2i - 4x - 4i \\ &= -4x + (x^2 - 4)i \end{aligned}$$

실수가 되려면 허수부분이 0이면 된다.

$$\therefore x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$$

20. 등식 $3x - 2yi = (2 + i)^2$ 이 성립하는 x, y 에 대하여 두 수를 곱하면?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$3x - 2yi = (2 + i)^2 = 3 + 4i$$

$$x = 1, \quad y = -2$$

$$\therefore xy = -2$$