

1. $a > b > 1$ 인 실수 a, b 에 대하여 다음 중 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

② $\frac{a}{1-a} > \frac{b}{1-b}$

③ $a + 3 < b + 3$

④ $a - 1 < b - 1$

⑤ $\frac{a}{1+a} < \frac{b}{1+b}$

해설

① 양변에 ab 를 곱하면 주어진 조건과 다르게 나온다.

② $1 - a < 0, 1 - b < 0$ 에서 $(1 - a)(1 - b) > 0$ 이므로 양변에 $(1 - a)(1 - b)$ 를 곱하면

$$a(1 - b) > b(1 - a), a - ab > b - ab, a > b$$

주어진 조건에 만족한다.

③ 양변에 3을 빼주면 주어진 조건에 만족하지 않는다.

④ 양변에 1을 더해주면 주어진 조건에 만족하지 않는다.

⑤ $1 + a > 0, 1 + b > 0$ 이므로 $(1 + a)(1 + b)$ 를 양변에 곱하면

$$a(1 + b) < b(1 + a)$$

$$a + ab < b + ab$$

$$a < b$$

주어진 조건을 만족하지 않는다.

2. $2 \leq x \leq 3$ 일 때, $\frac{2x}{1-x}$ 의 범위는?

① $-4 \leq \frac{2x}{1-x} \leq -3$

② $-4 \leq \frac{2x}{1-x} \leq -2$

③ $-4 \leq \frac{2x}{1-x} \leq -1$

④ $1 \leq \frac{2x}{1-x} \leq 2$

⑤ $1 \leq \frac{2x}{1-x} \leq 3$

해설

$$\frac{2x}{1-x} = \frac{-2(-x+1)+2}{-x+1} = -2 + \frac{2}{-x+1}$$

$2 \leq x \leq 3$ 에서 -1 을 곱하면 $-2 \geq -x \geq -3$

1 을 더하면 $-1 \geq -x+1 \geq -2$

역수를 취하면 $\frac{1}{-1} \leq \frac{1}{-x+1} \leq \frac{1}{-2}$

2 를 곱하면 $-2 \leq \frac{2}{-x+1} \leq -1$

-2 를 더하면 $-4 \leq -2 + \frac{2}{-x+1} \leq -3$ 에서 $-4 \leq \frac{2x}{1-x} \leq -3$

3. 연립부등식 $\begin{cases} 2x - 1 > -3 \\ x + 3 \geq 3x - 1 \end{cases}$ 의 해를 구하면?

① $1 < x \leq 2$

② $1 \leq x < 2$

③ $x > 2$

④ $-1 \leq x < 2$

⑤ $-1 < x \leq 2$

해설

$$\begin{cases} 2x - 1 > -3 \\ x + 3 \geq 3x - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x \leq 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -1 < x \leq 2$$

4. 연립부등식 $3x + 7 < x + 11 \leq 10$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 큰 정수를 구하여라.

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$3x + 7 < x + 11 \leq 10$$

$$\begin{cases} 3x + 7 < x + 11 \\ x + 11 \leq 10 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x \leq -1 \end{cases}$$

$$\therefore x \leq -1$$

따라서 가장 큰 정수는 -1 이다.

5. 다음 연립부등식을 만족하는 정수의 개수가 10 개일 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 7x + 4 > 5x \\ 15 - x > a \end{cases}$$

① 3, 4

② 5, 6

③ 6

④ 6, 7

⑤ 4, 5, 6

해설

$$7x + 4 > 5x$$

$$\therefore x > -2$$

$$15 - x > a$$

$$\therefore x < 15 - a$$

만족하는 정수는 10 개이므로 $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ 이다.

$$8 < 15 - a \leq 9$$

$$6 \leq a < 7$$

$$\therefore a = 6$$

6. 연립부등식 $\begin{cases} 3x - 1 \geq x + 3 \\ x + 3 < a \end{cases}$ 의 해가 없을 때, a 의 값이 될 수 있는

가장 큰 수를 구하여라.

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$\begin{cases} 3x - 1 \geq x + 3 \\ x + 3 < a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x < a - 3 \end{cases}$$

해가 없으므로 $a - 3 \leq 2$

$$\therefore a \leq 5$$

a 의 최댓값은 5 이다.

7. 어떤 수를 3 배 하고 8 을 빼면 32 보다 작고, 어떤 수에서 5 를 빼고 6 배 하면 24 보다 크다고 한다. 어떤 수의 범위로 옳은 것은?

① $8 < x < \frac{37}{3}$

② $8 < x < \frac{40}{3}$

③ $9 < x < \frac{37}{3}$

④ $9 < x < \frac{40}{3}$

⑤ $9 < x < \frac{43}{3}$

해설

어떤 수를 x 라고 하고 문제의 조건을 이용하여 두 개의 식을 만든다. ‘어떤 수를 3 배 하고 8 을 빼면 32 보다 작고.’ 를 식으로 표현하면, $3x - 8 < 32$ 이고, ‘어떤 수에서 5 를 빼고 6 배 하면 24 보다 크다’ 를 식으로 표현하면, $6(x - 5) > 24$ 이다.

두 개의 부등식을 연립부등식으로 표현하면,
$$\begin{cases} 3x - 8 < 32 \\ 6(x - 5) > 24 \end{cases}$$

이다. 이를 간단히 하면,
$$\begin{cases} x < \frac{40}{3} \\ x > 9 \end{cases}$$
 따라서 $9 < x < \frac{40}{3}$ 이다.

8. 부등식 $|x - 1| < 2$ 을 풀면?

① $-1 < x < 0$

② $-1 < x < 3$

③ $1 < x < 3$

④ $x < -1$ 또는 $x > 3$

⑤ $\frac{1}{2} < x < 1$

해설

$$|x - 1| < 2 \text{에서 } -2 < x - 1 < 2$$

$$\therefore -1 < x < 3$$

9. 부등식 $|x - 2| + |x + 3| \geq -2x + 9$ 의 해는?

① $x \geq 2$

② $-3 \leq x \leq 2$

③ $1 < x \leq 2$

④ $x < 2$

⑤ 해가 없다.

해설

(i) $x < -3$ 일 때,

$$-2x - 1 \geq -2x + 9, -1 \geq 9$$

따라서 이 범위에서 해가 존재하지 않는다.

(ii) $-3 \leq x < 2$ 일 때,

$$5 \geq -2x + 9$$

$2x \geq 4, x \geq 2$ 따라서 이 범위에서 해가 없다.

(iii) $x \geq 2$ 일 때,

$$2x + 1 \geq -2x + 9$$

$4x \geq 8, x \geq 2$ 따라서 이 범위에서의 해는 $x \geq 2$ 이다.

세 범위의 해를 연립하면 결과는

$$\therefore x \geq 2$$

10. 부등식 $|2x - 1| \geq 3$ 을 풀면?

① $x \leq -1$ 또는 $x \geq 1$

② $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

③ $x \leq -2$ 또는 $x \geq 2$

④ $x < 1$ 또는 $x > 2$

⑤ $x \leq 1$ 또는 $x > 2$

해설

$|2x - 1| \geq 3$ 에서

$2x - 1 \leq -3$ 또는 $2x - 1 \geq 3$ 정리하면 $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

11. 이차부등식 $x^2 + 2x - 35 < 0$ 을 풀면?

① $-15 < x < 12$

② $-15 < x < 5$

③ $-7 < x < 5$

④ $-7 < x < 2$

⑤ $-5 < x < 7$

해설

$$x^2 + 2x - 35 < 0 \text{ 에서 } (x + 7)(x - 5) < 0$$

$$\therefore -7 < x < 5$$