

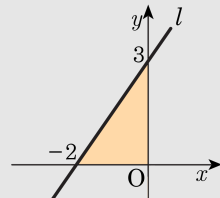
1. 직선 $3x - 2y + 6 = 0$ 이 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$3x - 2y + 6 = 0$ 을 그래프에 도시해보면,



$\therefore$ 빗금 친 부분의 넓이 : $\frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$

2. 양 끝점의 좌표가 A(3, 17), B(48, 281)인 선분 AB 위의 점 중에서 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점의 개수는?

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 15 개 ④ 16 개 ⑤ 46 개

해설

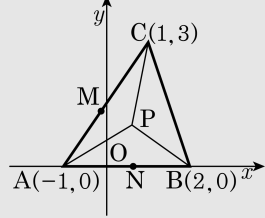
선분 AB의 방정식은
 $y = \frac{88}{15}(x - 3) + 17$
 $3 \leq x \leq 48$
이때, y가 정수이려면,
 $x - 3$ 이 15의 배수이어야 한다.
따라서 $x = 3, 18, 33, 48$ 로 모두 4개이다.
문제의 조건을 만족시키는 점의 좌표는
(3, 17), (18, 105), (33, 193), (48, 281)로 모두 4개

3. 좌표평면 위에 세 점 $A(-1, 0)$, $B(2, 0)$, $C(1, 3)$ 이 있다. $\triangle ABC$ 의 내부의 점 P 가 $\triangle BPC = \triangle APC + \triangle APB$ 인 관계를 만족시키면서 움직인다. 점 P 가 그리는 도형의 길이는?

- ① $\frac{\sqrt{10}}{2}$ ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $\sqrt{10}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

해설

점 P 가 $\triangle ABC$ 의 내부의 점이고
 $\triangle BPC = \triangle APC + \triangle APB$ 이므로



$$\therefore \triangle BPC = \frac{1}{2}\triangle ABC$$

점 P 는 $\overline{AC}$, $\overline{AB}$ 의 중점 M , N 을 잇는 선분 위에 있다.

$$\text{그런데 } M\left(0, \frac{3}{2}\right), N\left(\frac{1}{2}, 0\right)$$

$$\text{점 } P \text{의 자취 } \overline{MN} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

4. 다음 세 직선이 삼각형을 만들 수 있기 위한 k 의조건은?

$3x + y + 2 = 0, \ x + 3y + k = 0, \ 2x - y + 3 = 0$

- ① $k \neq -2$

② $k \neq -3$

③ $k \neq -4$
- ④ $k \neq -7$

⑤ $k \neq -11$

해설

$3x + y + 2 = 0 \cdots \textcircled{㉠}$

$x + 3y + k = 0 \cdots \textcircled{㉡}$ 일 때,

$2x - y + 3 = 0 \cdots \textcircled{㉢}$

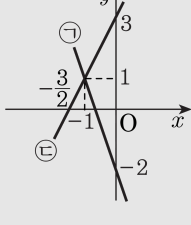
다음 그림과 같이

세 직선이 삼각형을 만들려면 평행한 직선이 없어야 하고 세 직선이 한 점에서 만나지 않아야 한다.

㉠, ㉡, ㉢ 중에 어느 두 직선도 평행하지 않으므로 세 직선이 한 점에서 만나지 않을 조건을 구한다.

㉠과 ㉢을 연립하여 교점의 좌표를 구하면 $(-1, 1)$ 이다.

이 점을 ㉡에 대입했을 때 등식이 성립하지 않아야 하므로 $-1 + 3 + k \neq 0, \therefore k \neq -2$



5. 다음은 서로 다른 세 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 넓이 S 가 $S = \frac{1}{2}|(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1) - (x_1y_3 + x_2y_1 + x_3y_2)|$ 임을 보이는 과정이다.

선분 AB 의 길이
 $\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ 이고, 두 점 A, B 를 지나는 직선의 기울기가 $\boxed{(가)}$ 이므로, 직선의 방정식은
 $y - y_1 = \boxed{(가)}(x - x_1) \cdots \textcircled{나}$
이 때, 점 C 와 직선 $\textcircled{나}$ 사이의 거리 d 는
 $d = \frac{|(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1) - (x_1y_3 + x_2y_1 + x_3y_2)|}{\boxed{(나)}}$
따라서 삼각형 ABC 의 넓이 S 는
 $S = \frac{1}{2}|(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1) - (x_1y_3 + x_2y_1 + x_3y_2)|$ 이다.

이 과정에서 (가), (나)에 들어갈 내용을 바르게 짝지은 것은?

(가) (나)

- ① $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, \sqrt{(x_1 - y_2)^2 + (x_2 - y_1)^2}$
② $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, \sqrt{(x_2 - y_2)^2 + (x_1 - y_1)^2}$
③ $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
④ $\frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1}, \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
⑤ $\frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1}, \sqrt{(x_2 - y_2)^2 + (x_1 - y_1)^2}$

해설

(가) $\frac{(y\text{의 증가량})}{(x\text{의 증가량})} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
(나) 점 (x_1, y_1) 에서 직선 $ax + by + c = 0$ 사이의 거리 d 는
 $d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ 임을 이용하면
 $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ 이다.