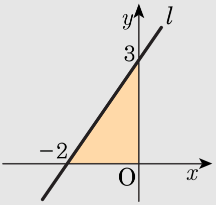
1. 직선 $3x-2y+6=0$이 x 축 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$3x-2y+6=0$을 그래프에 도시해보면,



$\therefore$ 빗금 친 부분의 넓이 : $\dfrac{1}{2}\times 2\times 3=3$

2. 양 끝점의 좌표가 $A(3, 17)$, $B(48, 281)$ 인 선분 AB 위의 점 중에서 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점의 개수는?

① 2 개 ② 4 개 ③ 15 개 ④ 16 개 ⑤ 46 개

해설

선분 AB 의 방정식은

$y = \frac{88}{15}(x-3)+17$

$3 \le x \le 48$

이때, y가 정수이려면,

$x-3$ 이 15 의 배수이어야 한다.

따라서 $x = 3, 18, 33, 48$ 로 모두 4 개이다.

문제의 조건을 만족시키는 점의 좌표는

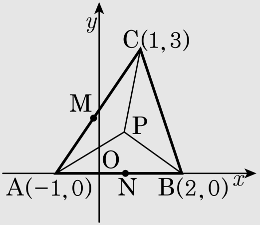
$(3, 17)$, $(18, 105)$, $(33, 193)$, $(48, 281)$ 로 모두 4 개

3. 좌표평면 위에 세 점 $A(-1, 0)$, $B(2, 0)$, $C(1, 3)$이 있다. $\triangle ABC$의 내부의 점 P가 $\triangle BPC = \triangle APC + \triangle APB$인 관계를 만족시키면서 움직인다. 점 P가 그리는 도형의 길이는?

① $\dfrac{\sqrt{10}}{2}$ ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $\sqrt{10}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

해설

점 P가 $\triangle ABC$의 내부의 점이고
$\triangle BPC = \triangle APC + \triangle APB$ 이므로



$\therefore\ \triangle BPC = \dfrac{1}{2}\triangle ABC$

점 P는 $\overline{AC}$, $\overline{AB}$ 의 중점 M, N 을 잇는 선분 위에 있다.

그런데 $M\left(0,\ \dfrac{3}{2}\right)$, $N\left(\dfrac{1}{2},\ 0\right)$

점 P의 자취 $\overline{MN} = \sqrt{\dfrac{1}{4} + \dfrac{9}{4}} = \dfrac{\sqrt{10}}{2}$

4. 다음 세 직선이 삼각형을 만들 수 있기 위한 k 의조건은?

$$3x+y+2=0,\ \ x+3y+k=0,\ \ 2x-y+3=0$$

① $k \neq -2$ ② $k \neq -3$ ③ $k \neq -4$

④ $k \neq -7$ ⑤ $k \neq -11$

해설

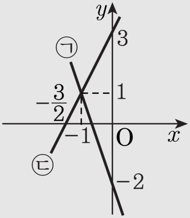
$3x+y+2=0 \cdots$ ㉠

$x+3y+k=0 \cdots$ ㉡ 일 때,

$2x-y+3=0 \cdots$ ㉢

다음 그림과 같이

세 직선이 삼각형을 만들려면 평행한 직선이 없어야 하고 세 직선이 한 점에서 만나지 않아야 한다.



㉠, ㉡, ㉢ 중에 어느 두 직선도 평행하지 않으므로 세 직선이 한 점에서 만나지 않을 조건을 구한다.

㉠과 ㉢을 연립하여 교점의 좌표를 구하면$(-1,\ 1)$ 이다.

이 점을 ㉡에 대입했을 때 등식이 성립하지 않아야 하므로 $-1+3+k \neq 0$, $\therefore\ k \neq -2$

5. 다음은 서로 다른 세 점 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$, $\mathrm{B}(x_2, y_2)$, $\mathrm{C}(x_3, y_3)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 넓이 S가 $S = \frac{1}{2}|(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1) - (x_1y_3 + x_2y_1 + x_3y_2)|$임을 보이는 과정이다.

> 선분 AB의 길이
> $\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$이고, 두 점 A, B를 지나는 직선의 기울기가 $\boxed{(가)}$이므로, 직선의 방정식은
> $y - y_1 = \boxed{(가)}(x - x_1) \cdots ㉠$
> 이 때, 점 C와 직선 ㉠사이의 거리 d는
> $d = \dfrac{|(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1) - (x_1y_3 + x_2y_1}{\boxed{(나)}}$
> $\dfrac{+x_3y_2)|}{\boxed{(나)}}$
> 따라서 삼각형 ABC의 넓이 S는
> $S = \frac{1}{2}|(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1) - (x_1y_3 + x_2y_1 + x_3y_2)|$이다.

이 과정에서 (가), (나)에 들어갈 내용을 바르게 짝지은 것은?

(가) (나)

① $\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$, $\sqrt{(x_1-y_2)^2+(x_2-y_1)^2}$
② $\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$, $\sqrt{(x_2-y_2)^2+(x_1-y_1)^2}$
③ $\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$, $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
④ $\dfrac{x_2-x_1}{y_2-y_1}$, $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
⑤ $\dfrac{x_2-x_1}{y_2-y_1}$, $\sqrt{(x_2-y_2)^2+(x_1-y_1)^2}$

해설

(가) $\dfrac{(y\text{의 증가량})}{(x\text{의 증가량})} = \dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

(나) 점 $(x_1,\ y_1)$에서 직선 $ax+by+c=0$사이의 거리 d는
$d = \dfrac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ 임을 이용하면
$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$이다.