

1. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$, $x-2$ 로 나눈 나머지는 각각 1, 2이다. $f(x)$ 를 $(x-1)(x-2)$ 로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$ 일 때, $f(x)$ 를 $x-3$ 으로 나눈 나머지는?

① $Q(3) + 3$

② $Q(3) + 4$

③ $2Q(3) + 3$

④ $2Q(3) + 4$

⑤ $Q(3)$

해설

$f(x)$ 를 $(x-1)(x-2)$ 로 나눈 몫이 $Q(x)$ 일 때, 나머지를 $ax+b$ 라고 하면

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b$$

$$f(1) = 1 \text{에서 } a + b = 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$f(2) = 2 \text{에서 } 2a + b = 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}} \text{에서 } a = 1, b = 0$$

$$\therefore f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + x$$

$f(x)$ 를 $x-3$ 으로 나눈 나머지는 $f(3)$ 이므로 $f(3) = 2Q(3) + 3$

2. x 에 관한 3차 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지가 2, $x+1$ 로 나눈 나머지가 4라고 한다. $f(x)$ 에서 x^2 의 계수를 a , 상수항을 b 라 하면 $a+b$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$f(x) = px^3 + ax^2 + qx + b$ 라 하면

$f(1) = 2, f(-1) = 4$ 에서

$$p + a + q + b = 2 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$-p + a - q + b = 4 \cdots \textcircled{㉡}$$

① + ②를 하면

$$2(a+b) = 6, a+b = 3$$

3. x 에 대한 삼차식 $f(x)$ 에 대하여 $f(x) + 8$ 은 $(x + 2)^2$ 으로 나누어 떨어지고, $1 - f(x)$ 는 $x^2 - 1$ 로 나누어 떨어질 때, $f(x)$ 의 상수항은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$f(x) + 8 = (x + 2)^2(ax + b) \cdots \textcircled{㉠}$$

$$1 - f(x) = (x^2 - 1)Q(x) \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉡}\text{에서 } f(1) = 1, f(-1) = 1$$

그러므로 $\textcircled{㉠}$ 에서

$$1 + 8 = 9(a + b) \cdots \textcircled{㉢}$$

$$1 + 8 = -a + b \cdots \textcircled{㉣}$$

$$\textcircled{㉢}, \textcircled{㉣}\text{에서 } a = -4, b = 5$$

$$\therefore f(x) = (x + 2)^2(-4x + 5) - 8$$

$$\therefore \text{상수항은 } f(0) = 2^2 \cdot 5 - 8 = 12$$

4. x 의 다항식 $f(x) = x^5 - ax - 1$ 이 계수가 정수인 일차인수를 갖도록 정수 a 의 값을 구하면?

- ① $a = 0$ 또는 2 ② $a = 1$ 또는 2 ③ $a = -1$ 또는 2
④ $a = 0$ 또는 1 ⑤ $a = 0$ 또는 -2

해설

상수항이 -1 이므로 만일 일차인수가 있다면 그것은 $x - 1$ 또는 $x + 1$ 뿐이다.

(i) $f(1) = 1 - a - 1 = 0$ 에서 $a = 0$

(ii) $f(-1) = -1 + a - 1 = 0$ 에서 $a = 2$

5. x 에 관한 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 + 1$ 로 나누면 나머지가 $x + 1$ 이고, $x - 1$ 로 나누면 나머지가 4이다. 이 다항식 $f(x)$ 를 $(x^2 + 1)(x - 1)$ 로 나눌 때의 나머지의 상수항을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 2

해설

$f(x)$ 를 $(x^2 + 1)(x - 1)$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax^2 + bx + c$ (단, a, b, c 는 상수)라고 하면,

$$f(x) = (x^2 + 1)(x - 1)Q(x) + ax^2 + bx + c$$

그런데 $f(x)$ 를 $x^2 + 1$ 로 나누면 나머지가 $x + 1$ 이므로

$$f(x) = (x^2 + 1)(x - 1)Q(x) + a(x^2 + 1) + (x + 1)$$

또 $f(x)$ 를 $x - 1$ 로 나누면 나머지가 4이므로

$$f(1) = 2a + 2 = 4 \text{에서 } a = 1$$

$$\text{따라서 } ax^2 + bx + c = a(x^2 + 1) + x + 1 = x^2 + x + 2$$

$\therefore$ 구하는 나머지의 상수항은 2