

1. 삼차방정식 $2x^3 - 7x^2 + 11x + 13 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라고 할 때, 다음 (가), (나), (다)에 알맞은 값을 차례로 쓴 것은?

(가) $\alpha + \beta + \gamma$

(나) $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha$

(다) $\alpha\beta\gamma$

① $\frac{7}{2}, \frac{11}{2}, -\frac{13}{2}$

② $-\frac{7}{2}, \frac{13}{2}, \frac{11}{2}$

③ $\frac{13}{2}, \frac{7}{2}, -\frac{11}{2}$

④ $\frac{11}{2}, -\frac{13}{2}, \frac{7}{2}$

⑤ $\frac{7}{2}, -\frac{11}{2}, \frac{13}{2}$

해설

삼차방정식 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 (a \neq 0)$ 의 세 근을 α, β, γ 라 하면

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}$$

$$\alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$$

2. 연립방정식

$$\begin{cases} 2x + ay = 10 \\ x - y = b \end{cases}$$

의 해가 $x = 2$, $y = -3$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$x = 2$, $y = -3$ 을

두 방정식

$2x + ay = 10$, $x - y = b$ 에 대입하면

모두 성립시키므로 $4 - 3a = 10$

$$\therefore a = -2$$

$$2 - (-3) = b$$

$$\therefore b = 5$$

$$\therefore a + b = 3$$

3. 삼차방정식 $x^3 - 3x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 + i$ 일 때, 실수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

세 근을 $1 + i, 1 - i, \alpha$ 라 하자. 근과 계수와의 관계에 따라

합: $(1 + i) + (1 - i) + \alpha = 3, \alpha = 1 \cdots \text{㉠}$

곱: $(1 + i)(1 - i)\alpha = 2 \cdot (1) = -b, b = -2 \cdots \text{㉡}$

$$a = (1 + i)(1 - i) + 1(1 - i) + 1(1 + i) = 2 + 1 - i + 1 + i = 4$$

$$a + b = 4 - 2 = 2$$

4. 다음 연립방정식의 해를 구하면?

$$\begin{cases} 0.6x + 0.5y = 2.8 & \dots \textcircled{\Gamma} \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = 2 & \dots \textcircled{\Delta} \end{cases}$$

① (2, 3)

② (-2, 3)

③ (3, 2)

④ (3, -2)

⑤ (-3, -2)

해설

①, ②의 양변에 각각 10, 6을 곱하면

$$\begin{cases} 6x + 5y = 28 & \dots\dots \textcircled{\text{A}} \\ 2x + 3y = 12 & \dots\dots \textcircled{\text{B}} \end{cases}$$

① - ②×3을 하면 $-4y = -8$

∴ $y = 2$ 를 ②대입하면 $x = 3$

∴ $x = 3, y = 2$

5. a, b 는 실수라 한다. x 에 관한 두 개의 이차방정식 $x^2 + a^2x + b^2 - 2a = 0$, $x^2 - 2ax + a^2 + b^2 = 0$ 이 오직 하나의 공통근을 가질 때, $a + b$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

공통근을 α 라 하면

$$\alpha^2 + a^2\alpha + b^2 - 2a = 0 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\alpha^2 - 2a\alpha + a^2 + b^2 = 0 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{하면 } (a^2 + 2a)\alpha - (a^2 + 2a) = 0$$

$$\therefore (a^2 + 2a)(\alpha - 1) = 0$$

$$\therefore a^2 + 2a = 0 \text{ 또는 } \alpha = 1$$

그런데 $a^2 + 2a = 0$ 일 때는 $a^2 = -2a$ 이므로
두 방정식이 일치하게 되어 문제의 뜻에 어긋난다.

$$\therefore \alpha = 1$$

$$\textcircled{1} \text{에 대입하면 } 1 + a^2 + b^2 - 2a = 0$$

$$\therefore (a - 1)^2 + b^2 = 0$$

$$a, b \text{는 실수이므로 } a - 1 = 0, b = 0$$

$$\therefore a + b = 1$$

6. 방정식 $2x + 5y = 84$ 를 만족하는 양의 정수 x, y 의 해 중에서 x 의 최댓값을 구하면?

① 36

② 37

③ 38

④ 39

⑤ 40

해설

준식을 y 에 대하여 정리하면

$$y = \frac{84 - 2x}{5} = \frac{2(42 - x)}{5} \dots\dots \textcircled{7}$$

⑦에서 y 가 양의 정수이므로 $42 - x$ 가 5의 배수이다.

따라서, $x = 2, 7, \dots, 37$

$\therefore x$ 의 최댓값은 37