1. $8\sqrt{22}\times\sqrt{\dfrac{26}{11}}$ 을 계산하여 근호 안의 수가 가장 작은 수가 되도록 $a\sqrt{b}$ 꼴로 나타낼 때, $a-b$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$$8\sqrt{22}\times\sqrt{\frac{26}{11}}=8\sqrt{\frac{11\times2\times2\times13}{11}}=16\sqrt{13}$$

$\therefore a=16,\ b=13$

$\therefore a-b=16-13=3$

2. $\sqrt{6}\times a\sqrt{6}=18$, $\sqrt{5}\times\sqrt{b}=15$, $\sqrt{1.28}=\sqrt{2}\div\frac{10}{c}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a<c$ ② $a\times c<b$ ③ $b<a^2+c^2$

④ $a<\frac{b}{c}$ ⑤ $\frac{a}{c}<\frac{1}{b}$

해설

$\sqrt{6}\times a\sqrt{6}=18$

$\rightarrow 18\div\sqrt{6}=\frac{18}{\sqrt{6}}=\sqrt{\frac{18\times18}{6}}=\sqrt{54}=3\sqrt{6}$

$\sqrt{5}\times\sqrt{b}=15$

$\rightarrow 15\div\sqrt{5}=\frac{15}{\sqrt{5}}=\sqrt{\frac{15\times15}{5}}=\sqrt{45}$

$\sqrt{1.28}=\sqrt{2}\div\frac{10}{c}$

$\rightarrow \sqrt{1.28}\div\sqrt{2}\times10=\sqrt{\frac{128}{100}}\times\frac{1}{\sqrt{2}}\times10=\sqrt{64}=8$

따라서 $a=3,\ b=45,\ c=8$ 이므로

① $3<8\rightarrow a<c$

② $3\times8<45\rightarrow a\times c<b$

③ $45<9+64\rightarrow b<a^2+c^2$

④ $3<\frac{45}{8}\rightarrow a<\frac{b}{c}$

⑤ $\frac{1}{45}<\frac{3}{8}\rightarrow\frac{1}{b}<\frac{a}{c}$ 이다.

3. $\sqrt{2}=x$, $\sqrt{3}=y$ 일 때, $\sqrt{5}$ 를 x 와 y 로 나타낸 것으로 옳은 것은?

① $x+y$ ② x^2+y^2 ③ $\sqrt{x+y}$
④ $\sqrt{x^2+y^2}$ ⑤ $\sqrt{xy}$

해설

$$\sqrt{5}=\sqrt{2+3}=\sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{x^2+y^2}$$

4. $x = 3 + \sqrt{2}$ 일 때, $\dfrac{x+7}{x-3}$ 의 값은?

① $-1+5\sqrt{2}$ ② $1-3\sqrt{2}$ ③ $1+5\sqrt{2}$

④ $2+2\sqrt{2}$ ⑤ $2+5\sqrt{2}$

해설

$$\frac{x+7}{x-3} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}+1$$

5. 한 변의 길이가 a 이고 높이가 $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ 인 정삼각형과 그 둘레의 길이가 같은 정사각형이 있다면, 이 정사각형의 넓이는 정삼각형 넓이의 몇 배인가 ?

① 1 배 ② 2 배 ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 배

④ $3\sqrt{3}$ 배 ⑤ $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ 배

해설

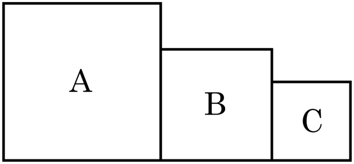
정삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$,

정사각형의 한 변의 길이는 $\frac{3}{4}a$ 이므로 정사각형의 넓이는 $\frac{9}{16}a^2$

$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \times \square = \frac{9}{16}a^2$

$\therefore \square = \frac{3\sqrt{3}}{4}$ (배)

6. 다음 그림에서 사각형 A, B, C 는 모두 정사각형이고, 각 사각형의 넓이 사이에는 B 는 C 의 2 배, A 는 B 의 2 배인 관계가 있다고 한다. A 의 넓이가 $2\,\text{cm}^2$ 일 때, C 의 한 변의 길이는?



① $\dfrac{1}{4}$ cm ② $\dfrac{1}{2}$ cm ③ $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ cm
④ $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$ cm ⑤ $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ cm

해설

$$(\text{B 의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 2 = 1$$

$$(\text{C 의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$$

따라서, C 의 한 변의 길이는 $\sqrt{\dfrac{1}{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ cm 이다.

7. 세 실수 $A=\sqrt{20}+\sqrt{80}$, $B=\sqrt{21}+\sqrt{79}$, $C=\sqrt{22}+\sqrt{78}$ 의 대소 관계가 바르게 된 것은?

① $A<B<C$ ② $A<C<B$ ③ $B<A<C$
④ $C<A<B$ ⑤ $C<B<A$

해설

$A,\ B,\ C$ 가 모두 양수이므로 $A^2,\ B^2,\ C^2$ 을 구해서 비교해도 좋다.

$$A^2=\left(\sqrt{20}+\sqrt{80}\right)^2$$
$$=20+2\sqrt{20\times 80}+80=100+2\sqrt{1600}$$

$$B^2=(\sqrt{21}+\sqrt{79})^2$$
$$=21+2\sqrt{21\times 79}+79=100+2\sqrt{1659}$$

$$C^2=(\sqrt{22}+\sqrt{78})^2$$
$$=22+2\sqrt{22\times 78}+78=100+2\sqrt{1716}$$

$\sqrt{1600}<\sqrt{1659}<\sqrt{1716}$ 이므로 $A^2<B^2<C^2$

$\therefore A<B<C$

8. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 의 소수 부분을 $f(n)$ 이라 할 때, $f(75)-f(48)$ 의 값은?

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{2}-1$ ③ $\sqrt{2}-3$

④ $\sqrt{3}-1$ ⑤ $\sqrt{3}-2$

해설

$\sqrt{75}=8.\cdots$ 이므로 정수 부분은 8, 소수 부분은 $\sqrt{75}-8=5\sqrt{3}-8$ 이다.

$\sqrt{48}=6.\cdots$ 이므로 정수 부분은 6, 소수 부분은 $\sqrt{48}-6=4\sqrt{3}-6$ 이다.

$\therefore f(75)-f(48)$

$=(5\sqrt{3}-8)-(4\sqrt{3}-6)=\sqrt{3}-2$ 이다.

9. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 이고, $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(x)$ 이라고 한다. 100 이하의 자연수 n 에 대하여 $S(n)$ 의 값이 자연수가 되는 n 을 모두 고르면?

① 8 ② 15 ③ 35 ④ 50 ⑤ 99

해설

$S(n) = \left(\sqrt{2} - 1\right) + \left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right) + \left(\sqrt{4} - \sqrt{3}\right) + \ldots + \left(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}\right) = \sqrt{n+1} - 1$

① $n = 8$ 일 때, $S(n) = 3 - 1 = 2$

② $n = 15$ 일 때, $S(n) = 4 - 1 = 3$

③ $n = 35$ 일 때, $S(n) = 6 - 1 = 5$

④ $n = 50$ 일 때, $S(n) = \sqrt{51} - 1$

⑤ $n = 99$ 일 때, $S(n) = 10 - 1 = 9$

따라서 ①, ②, ③, ⑤가 답이다.

10. 연립방정식 $\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5\sqrt{6} \\ \sqrt{3}x - 2\sqrt{2}y = -2 \end{cases}$ 를 풀면?

① $x = \frac{17}{7}\sqrt{3},\ y = \frac{18}{7}\sqrt{2}$

② $x = \frac{18}{7}\sqrt{2},\ y = \frac{17}{7}\sqrt{3}$

③ $x = \frac{17}{7}\sqrt{2},\ y = \frac{18}{7}\sqrt{3}$

④ $x = \frac{18}{7}\sqrt{3},\ y = \frac{17}{7}\sqrt{2}$

⑤ $x = \frac{17}{7}\sqrt{3},\ y = \frac{18}{7}\sqrt{3}$

해설

$$\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5\sqrt{6} \cdots ㉠ \\ \sqrt{3}x - 2\sqrt{2}y = -2 \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠ $\times 2\sqrt{2} +$ ㉡ $\times \sqrt{3}$ 을 하면

$$\begin{array}{rl} & 4x + 2\sqrt{6}y = 20\sqrt{3} \\ +) & 3x - 2\sqrt{6}y = -2\sqrt{3} \\ \hline & 7x \qquad\qquad = 18\sqrt{3} \end{array}$$

$\therefore x = \frac{18}{7}\sqrt{3}$

㉡에 $x = \frac{18}{7}\sqrt{3}$ 을 대입하면

$\frac{54}{7} - 2\sqrt{2}y = -2,\quad \sqrt{2}y = \frac{34}{7}$

$y = \frac{17}{7}\sqrt{2}$

11. 일차방정식 $(\sqrt{3}+1)x=(4-\sqrt{3})(\sqrt{3}+2)$ 의 해는 $x=a+b\sqrt{3}$ 이다. 이때, $\sqrt{a+b}$ 의 값은? (단, a, b는 유리수)

① 0 ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{3}$ ⑤ 2

해설

$(\sqrt{3}+1)x=(4-\sqrt{3})(\sqrt{3}+2)$

$$\begin{aligned} x &= \frac{(4-\sqrt{3})(\sqrt{3}+2)}{\sqrt{3}+1} \\ &= \frac{2\sqrt{3}+5}{\sqrt{3}+1} \\ &= \frac{(2\sqrt{3}+5)(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} \\ &= \frac{1+3\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

따라서, $\sqrt{a+b}=\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{3}{2}}=\sqrt{2}$

12. $f(a)=\sqrt{a+1}+\sqrt{a}$ 일 때, $\frac{1}{f(4)}+\frac{1}{f(5)}+\cdots+\frac{1}{f(9)}$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{1}{2}$ ② -2 ③ $\sqrt{10}-2$
④ $\sqrt{10}-\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{10}+\sqrt{5}-2$

해설

$f(a)=\sqrt{a+1}+\sqrt{a}$ 에서

$$\frac{1}{f(a)}=\frac{1}{\sqrt{a+1}+\sqrt{a}}=\sqrt{a+1}-\sqrt{a}$$

따라서, $\frac{1}{f(4)}+\frac{1}{f(5)}+\cdots+\frac{1}{f(9)}=\sqrt{5}-2+\sqrt{6}-\sqrt{5}+\cdots+\sqrt{10}-\sqrt{9}=\sqrt{10}-2$

13. $f(n) = \dfrac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$ 일 때, $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(8)$ 의 값은?

① 2 ② 3 ③ $2\sqrt{2}-1$

④ $2\sqrt{2}+1$ ⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$f(n) = \sqrt{n+1}-\sqrt{n}$ 이므로

(준식) $= \sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\cdots+\sqrt{9}-\sqrt{8}$

$= -1+3 = 2$

14. 기호 $< x >$를 x에 가장 가까운 정수라고 하자. 이 때, $< \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} >$ $+ < \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} >$ 의 값을 구하면?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$< x >$는 x 에 가장 가까운 정수이다.

$1 < \sqrt{2} < \sqrt{(1.5)^2} < 2$ 이므로 $< \sqrt{2} >= 1$

(주어진 식)

$$=< \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} >$$

$$+ < \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} >$$

$$=< 2-\sqrt{2} > + < 2+\sqrt{2} >$$

$$= 1+3 = 4 \quad (\because\ 1 < \sqrt{2} < 1.5)$$

15. $\sqrt{1.43}$ 의 값을 a라 하고, $\sqrt{b}=1.105$ 일 때, a, b 의 값은?

수	0	1	2	3	$\cdots$
1.0	1.000	1.005	1.010	1.015	$\cdots$
1.1	1.049	1.054	1.058	1.063	$\cdots$
1.2	1.095	1.100	1.105	1.109	$\cdots$
1.3	1.140	1.145	1.149	1.153	$\cdots$
1.4	1.183	1.187	1.192	1.196	$\cdots$

① $a=1.000,\ b=1.13$

② $a=1.005,\ b=1.15$

③ $a=1.049,\ b=1.42$

④ $a=1.196,\ b=1.22$

⑤ $a=1.192,\ b=1.23$

해설

표에서 1.43 을 찾으면 1.196 이므로 $\sqrt{1.43}=1.196$ 이고, 제곱근의 값이 1.105 인 것을 찾으면 1.22 이므로 $\sqrt{1.22}=1.105$ 이다. 따라서 $a=1.196, b=1.22$ 이다.